

O pisanju decimalnih brojeva

IVICA VUKOVIĆ¹

Cijeli i decimalni dio decimalnog broja odvaja se decimalnim znakom (decimalnim separatorom). U engleskoj i američkoj tradiciji uobičajeno je da se za decimalni znak postavlja “.” (točka). U drugim zemljama, posebice u europskim, za decimalni separator rabi se “,” (zarez).

Posljednjih desetak i više godina u našim školskim matematičkim udžbenicima decimalni se brojevi zapisuju tako da se kao decimalni znak rabi točka. Tu praksi autori drugih struka nisu prihvatili. Čini mi se da ova pojava u našoj metodičkoj literaturi nije dovoljno obrađena, a vjerujem da zaslužuje pozornost.

Kratki povijesni pregled

Uvođenje decimalnih razlomaka pripisuje² se flamanskom matematičaru **Simunu Stevinu** (?1548. – 1620.) koji ih uvodi u svojoj knjizi *Desetka* (*De Thiende* 1582.), čiji je francuski prijevod *La Disme* objavljen 1585. Stevin je pri tome uporabio pomoćno nezgrapnu označku: broj koji u današnjoj notaciji pišemo 0,4357 Stevin zapisuje kao $4^{\circ}3^{\circ}5^{\circ}7^{\circ}$. U engleskom prijevodu Stevinove knjige iz 1608. krugovi su zamijenjeni okruglim zagradama tako da se broj 0,4357 zapisuje kao $4^{(1)}3^{(2)}5^{(3)}7^{(4)}$.

Važna prekretnica u pisanju decimalnih brojeva bio je prijedlog škotskog matematičara **Johna Napiera** o uporabi točke ili zareza. Valja reći da se sam Napier kolebao među tim dvjema oznakama. Tako u knjizi *Rabdologia* (1617.) Napier rabi zarez, a u djelu *Constructio* (1619.) pak kaže *Whatever is written after the period is a fraction* (štogod je napisano iza točke je razlomak³). Svjedoci smo da je Napierovo kolebanje ostalo do naših dana.

¹Ivica Vuković, Tehničko veleučilište u Zagrebu, Elektrotehnički odjel, Zagreb

²G. Flegg, *Numbers: Their History and Meaning*, Dover Publications, New York, 2002. str. 76.; Ta se tvrdnja navodi i u F. Cajori, *A History of Mathematical Notations*, Dover Publications, New York, 1993., str. 314. (odlomak 274.)

³Prema navodu u F. Cajori, *A History of Mathematical Notations*, Dover Publications, New York, 1993., str. 324. (odlomak 282.)

No, tijekom 17. stoljeća i drugi su autori predlagali svoje oznake. Tako bi se broj 5,0681 pisao, primjerice, 50681^④; 5 068 1^{iv}; 5.0.6.8.1.; 5|₀₆₈₁; 5₀₆₈₁. Bilo je, dakako, i drugih oznaka. Neki su autori pisali $22 = 3$ za broj 22,3 ili pak 34.1 . 4 . 2 . 6. za broj 34,1426. Naglasimo da tijekom 17. stoljeća ni točka ni zarez nizu preuzeли prednost nad ostalim oznakama.

U 18. stoljeću **Leibniz** je predložio točku kao znak za operaciju množenja i to je u većini europskih kontinentalnih zemalja prihvaćeno. No, to je dodatno usložilo pitanje pisanja decimalnih brojeva. Tako u Njemačkoj, Francuskoj i Španjolskoj u 18. stoljeću zarez ima prevagu nad točkom kao decimalnim separatorom. U Engleskoj se u to vrijeme točka rijetko uporabljuje kao znak množenja i prevladava *Andrijin križ*, tj. \times . No, u 19. stoljeću i točka ulazi u uporabu kao znak množenja, ali ostaje i prevladavajući decimalni znak, tako da **De Morgan** sugerira da se točka kao decimalni separator piše na vrhu ili u sredini, a nikada na dnu jer je to znak množenja. Slično je i u Austro-Ugarskoj sve do Prvoga svjetskog rata.

Pisanje decimalnih brojeva u Hrvatskoj do 1918.

U cijeloj Austriji se u 19. stoljeću ustalilo pisanje decimalnih brojeva uporabom točke kao separatora. U Močnikovoj⁴ *Računici* iz 1880. stoji: *Kad imamo desetični broj napisati, pišemo najprije celine, izza ovih postavimo desno gore točku, desetičnu točku, zatim desetine na prvo, stotine na drugo, tisućine na treće mesto izza desetične točke.* Tako u poznatim udžbenicima **Karela Zahradnika** nalazimo kao primjer množenja dvaju decimalnih brojeva 0,35679 i 1,0765 ovaj zapis: 0'35679 . 1'0765 . Evo još jednoga primjera: *Oplošje četverca mjeri 25·58 cm², koliki je brid, a kolika tjelesnina zadano me četvercu⁵?* Godine 1889. kr. hrv.-slav.-dalm. zemaljska vlada donijela je posebnu naredbu⁶ glede interpunktiranja brojeva: *Kod pisanja cielih brojeva ima se u buduće rabiti način taj, da se brojeć od desna na lievo, iza prvih triju brojaka na dolnju crtu stavi točka, iza sliedećih triju brojaka črknja, iza dalnjih triju opet točka i.t.d., a kod pisanja desetinskih brojeva treba ciela razstaviti od desetinskih točkom, stavljanjem gore desno do jedinice te povrh toga desetinke pisati manjimi brojkami.*

Prema tomu pisat će se broj, u kojem ciela zauzimaju deset a desetinke tri mjesta ovako: 1.534,267.000.257. Naredbu je potpisao ban grof **Khuen-Héderváry**, a izrijekom se navodi da je Naredba nastala *inicijativom bećke žitne i brašnene burze te da je rezultat dogovora izmedju ces. kralj. austrijske vlade i kr. ug. ministarstva te kr. hrv.-slav.-dalm. zemaljske vlade.*

⁴Franjo vitez Močnik, *Računica za hrvatske pučke učionice*, C. k. naklada školskih knjigah, Beč, 1880.

⁵Izpit za učiteljstvo na gradjanskim učionama (prema Napredak, Br. 21, od 20 srpnja 1889., str. 334.)

⁶Naredba kr. hrv.-slav.-dalm. zemaljske vlade, odjela za bogoštovlje i nastavu, od 24. studenoga 1889. br.10.419. glede interpunktovanja brojeva. Službeni glasnik kr. hrv.-slav.-dalm. zemaljske vlade, odjela za bogoštovje i nastavu. Godina 1889. Zagreb

U prvoj hrvatskoj enciklopediji **Ivana Zocha** (*Hrvatska enciklopedija: priručni rječnik sveobćega znanja*⁷) u natuknici *Desetinski* navodi se da se desetinski ulomci pišu u desetičnom sustavu na desno od jedinica, od kojih se diele točkom ili zarezom (**desetinska točka ili komma**). Navodi se i primjer pisanja $\frac{328}{1000} = 0\cdot328$ (Sv II., str. 248.).

U ovome razdoblju opisani način pisanja decimalnih brojeva poštuje se i u tekstovima drugih struka (na primjer u *Prirodi*, časopisu Hrvatskog prirodoslovnog društva).

Pisanje decimalnih brojeva u Hrvatskoj od 1918. do 1941.

U školskim udžbenicima ovoga vremena decimalni separator ostao je isti: točka zapisana gore. Točka u razini reda u kojem se piše označava operaciju množenja. Tako nalazimo⁸ kao primjer pisanja decimalnog broja $0\cdot4$, a točka napisana na dnu reda je znak množenja: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (str. 33.). Znak za množenje također je i *Andrijin križ*⁹ \times . U istom udžbeniku nalazimo $\sqrt{2} = 1\cdot4142\dots$ (str. 43.). Pisanje decimalnog zareza nalazimo u tekstovima drugih struka (na primjer, *F. Tućan, Naše rudno blago*, MH, 1919.; ili L. i A. Jaeger; *Gorivo i njihova upotreba*, Zagreb, 1940.)

Pisanje decimalnih brojeva u Hrvatskoj od 1941. do 1945.

Ni u udžbenicima izdanim u vremenu Nezavisne Države Hrvatske ne nalazimo promjene u pisanju decimalnih brojeva. Izrijekom se u Novakovoj računici navodi¹⁰ „*kod pisanja desetinskih brojeva treba cijele brojeve rastaviti od desetinke točkom, postavljenom gore desno do jedinica*“. U istom udžbeniku autor navodi kako je ovakvo pisanje uvedeno 1889. g. No, primjerice, u udžbeniku **Stjepana Škreblina**, *Aritmetika i algebra za VI razred realnih i klasičnih gimnazija*, Zagreb, 1943. Nakladni odjel Hrvatske državne tiskare, nalazimo $3729 \cdot 1\cdot032$ ¹⁰ (str. 68.). Točka kao znak množenja pisana je u sredini, a točka kao decimalni separator gore. No, zanimljivo je da se u istom udžbeniku broj e zapisuje kao $e = 2,7182818284\dots$ (str. 55.), dakle sa zarezom. U istom se udžbeniku kao znak množenja javlja i \times , pa tako nalazimo $\frac{1}{3\cdot5\cdot7}$ i $0\cdot643 \times 6\cdot386$. Iz navedenih primjera vidimo da se točka kao znak množenja javlja neovisno o tome je li u čimbenicima decimalni separator točka.

⁷Hrvatska enciklopedija: priručni rječnik sveopćega znanja, (urednici Ivan Zoch i Josip Mencin), Osijek, 1887. – 1890.

⁸Franjo Hočevar, *Aritmetika za V. razred srednjih škola* (prijevod V. Varićaka), Zagreb, 1921. Naklada Kr. Hrv.-Slav. zemaljske vlade

⁹Franjo Hočevar, *Aritmetika za VI. razred srednjih škola* (prijevod. V. Varićaka), Zagreb, 1923. Naklada „Narodne knjižnice“

¹⁰Julije Novak, *Računica za produžne škole*, Zagreb, 1941. Nakladni odjel Hrvatske državne tiskare

U *Hrvatskom pravopisu* što su ga priredili F. F. Cipra, A. B. Klaić, (Zagreb 1944, Nakladni odjel Hrvatske državne tiskare) na str. 88. se propisuje: *Točka se piše između cielih brojeva i desetinskih razlomaka, ali se takva desetinska točka stavlja u gornjem prostoru u visini brojaka: $0\cdot7$ (nula cielih sedam desetina). Često se mjesto desetinske točke piše zarez: 0,7. U istom sastavku ili u istoj knjizi ne valja miešati jedan i drugi način pisanja.* Zanimljivo je da se prema ovom pravopisu točka kao znak množenja (puta) stavlja na polovici visine malih slova, na pr. $a \cdot b$, $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$.

Čak ni znamenita Hrvatska enciklopedija (1941. – 1945.) ne piše dosljedno decimalne brojeve. Navedimo nekoliko primjera. Tako je u 1. svesku Avogadrova konstanta dana s $6'031 \times 10^{23}$, u 2. svesku nalazimo $1:0.96 = 1.04166666667$, u 3. svesku pak $540,07 = 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 0 \cdot 10 + 0 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$, u 4. svesku, u natuknici *Decimalni brojni sustav* navodi se kako su *decimalnom točkom (a mjesto točke rabi se i decimalni zarez) odijeljena cijela decimalna mjesta od razumljenih; ovase zovu još i decimale*. Kao primjer naveden je broj 715.8049 koji je jednak $7.10^2 + 1.10 + 5 + 8.10^{-1} + 0.10^{-2} + 4.10^{-3} + 9.10^{-4}$. I u 5. sv., tiskanom 1945., iako se najčešće decimalni brojevi pišu pomoću zareza, nalazimo primjerice broj e zapisan s $2 \cdot 718281828\dots$ Dakle, decimalni separator je zarez, ali i točka na dnu reda, povišena ili napisana gore.

Pisanje decimalnih brojeva u Hrvatskoj od 1945. do 1990.

U ovom razdoblju decimalni brojevi pišu se redovito uporabom decimalnog zareza. Vjerojatno je poslije II. svjetskog rata tome pridonio i utjecaj ruske literature.

Suvremeno pisanje decimalnih brojeva.

U nekoliko posljednjih godina u našim školskim matematičkim udžbenicima javila se praksa zapisivanja decimalnih brojeva tako da se kao decimalni znak rabi točka. Za to ne postoji nijedno metodičko, metodološko ili kulturološko opravdanje. U udžbenicima svih ostalih nastavnih predmeta rabi se decimalni zarez kao decimalni znak. Djeca su izložena potpuno nepotrebnoj dvojnosti. Tako se u udžbeniku iz matematike decimalni broj piše na jedan, a u, primjerice, udžbeniku iz fizike na drugi način.

Isto tako, u svoj učenicima dostupnoj dodatnoj literaturi (na primjer, enciklopedijska izdanja *Leksikografskoga zavoda Miroslava Krleže*) decimalni brojevi zapisuju se pomoću decimalnog zareza. U svakodnevnom životu učenici susreću samo takav oblik zapisa (cijene pojedinih artikala, komunalni i telefonski računi, bankovni čekovi, promidžbene poruke, oznake obujma na bocama pića, oglasi,...).

U svim zakonskim tekstovima, propisima, pravilnicima, uredbama i normama u Republici Hrvatskoj decimalni brojevi pisani su zarezom kao decimalnim znakom (separatorom).

U krugu država kojima Hrvatska uljudbeno pripada (Austrija, Njemačka, Italija, Česka, Slovačka, Mađarska,...) decimalni se brojevi zapisuju pomoću decimalnoga zareza¹¹.

Valja naglasiti da međunarodna organizacija za normizaciju ISO jasno propisuje (ISO 31, poglavlje 0, odlomak 3) da je decimalni ili desetični znak zarez u retku, a da se u dokumentima na engleskom jeziku umjesto zareza rabi točka.

Dakle, u engleskom tekstu možemo naći broj 1,234.56 koji ćemo u hrvatskom pisati 1234,56 i čitati tisuću dvjesto trideset četiri cijela pedeset šest stotinki.

U programskom okruženju sustava *Microsoft Windows* decimalni se brojevi zapisuju ovisno o odabiru regionalnih postavki prilikom instalacije. Tako će se izborom Hrvatske, decimalni brojevi zapisivati pomoću decimalnog zareza. U programu za tablične kalkulacije *Microsoft Excel* zapis 3.5 bit će interpretiran kao nadnevak 3. svibnja, a ne kao brojčana vrijednost.

S ovim ne treba mijеšati pisanje decimalnih brojeva u programskim jezicima (primjerice u programskom jeziku *Pascal*) koji su umjetni jezici, imaju svoju vlastitu sintaksu i redovito se oslanjaju na anglosaksonske običaje i tradicije.

Citrajmo ugledne znanstvenice s Instituta za hrvatski jezik i jezikoslovlje, dr. sc. **Milicu Mihaljević** i dr. sc. **Lanu Hudeček**: *Hrvatsko matematičko društvo preporučuje točku kao decimalni znak, i to je danas često prihvaćeno u hrvatskim matematičkim udžbenicima, iako je u neskladu s pravopisom i hrvatskom normom. Takvo je stanje neodrživo, te se trenutačno može u hrvatskome preporučiti uporaba decimalnog zareza. Kad bi se željelo prihvatiti decimalnu točku, trebalo bi promijeniti i normu i pravopisno pravilo.*¹²

Na kraju bih dodao i ovo. Pisanje i čitanje decimalnih brojeva svakodnevna je potreba svakog pismenog čovjeka, ali istodobno i kulturološki obilježeno pitanje, a nipošto uskomatematički problem koji bi, kako se to često kaže, rješavala samo „struka”.

¹¹Spomenimo ovdje primjer Kanade. Na službenim internetskim stranicama kanadske Vlade (canada.gc.ca), koje su dvojezično pisane (engleski i francuski), nalazimo u engleskom dijelu stranice decimalne brojeve pisane točkom, a u francuskom dijelu zarezom kao separatorom.

¹²Lana Hudeček, Milica Mihaljević: *Nacrt za višerazinsku kontrastivnu englesko-hrvatsku analizu*, Rasp. Inst. hrvat. jez. jezikosl., knj. 31 (2005.), str. 107-151