



Kružna geoploča

TANJA SOUCIE¹, ALEKSANDRA ČIŽMEŠIJA², IVANA KOKIĆ³

Kružna geoploča je drvena ili plastična ploča s čavličima koji su pravilno raspoređeni duž kružnice, a oko kojih je moguće rastezati elastične (gumene) vrpce. Središte kružnice na kružnoj geoploči također je istaknuto čavličem.

Kružne geoploče u osnovnoj školi mogu služiti za istraživanje i proučavanje koncepta vezanih uz krug i kružnicu, trokute, četverokute, razlomke, postotke, osnu i centralnu simetriju, rotaciju, itd.

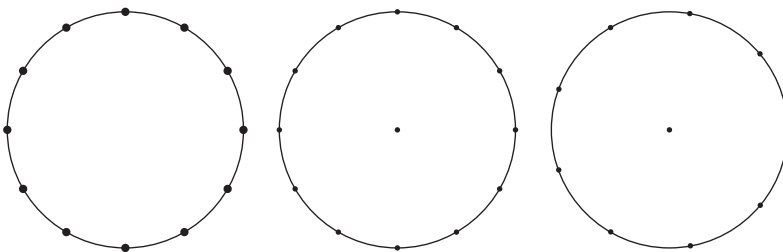
Ako nemamo pristup kružnim geopločama, učenici mogu koristiti i točkasti papir. Također, takvi papiri učenicima mogu služiti kao bilježnica ili za rješavanje zadataka kod kuće. Točkasti papiri s kružnim geopločama mogu se pronaći na mrežnim stranicama:

http://www.teachervision.fen.com/tv/printables/0130533688_ALFL0507.pdf

ili

<http://nrich.maths.org/6676/index>.

S navedenih mrežnih stranica moguće je ispisati kružne geoploče sa ili bez točke u središtu kruga, te s različitim brojem čavlića.



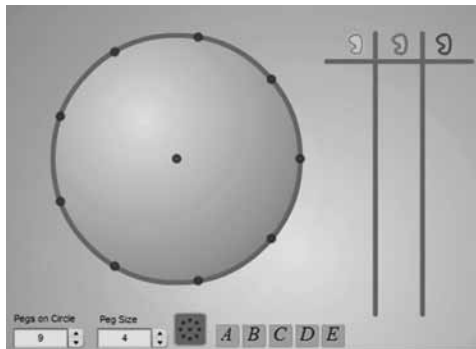
Slika 1. Različite kružne geoploče

¹Tanja Soucie, OŠ Gustava Krkleca, Zagreb

²Aleksandra Čižmešija, PMF - Matematički odsjek Sveučilište u Zagrebu

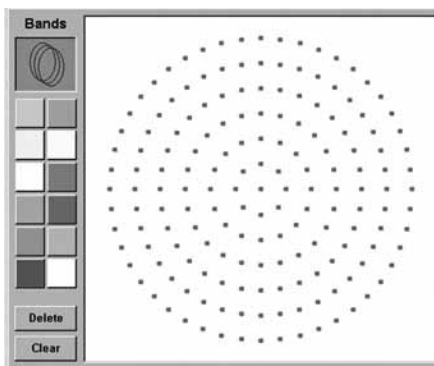
³Ivana Kokić, OŠ Trnsko, Zagreb

Ukoliko je dostupno, učenici u razredu ili kod kuće mogu koristiti i elektronske aplikacije koje su dostupne na različitim internetskim adresama, kao što su npr. <http://nrich.maths.org/2883>



Slika 2. Primjer interaktivne geoploče

ili http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_284_g_3_t_3.html?open=activities&from=topic_t_3.htm



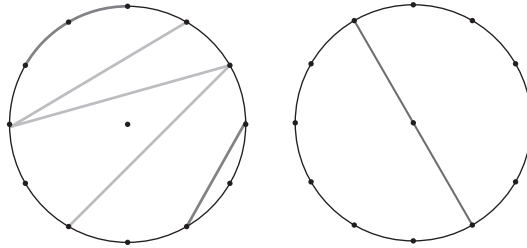
Slika 3. Primjer interaktivne geoploče pogodna za istraživanje likova

U nastavku slijede primjeri raznovrsnih zadataka za niže i više razrede osnovne škole. Neki od tih zadataka su geometrijskog sadržaja, no ima i sasvim neočekivanih primjera, kao što je npr. tablica množenja. Zajedničko svim zadacima jest to što se u njihovu rješavanju koristi kružna geoploča.

Primjeri zadataka za 1. razred

1. Koristeći geoploču, žutom elastičnom trakom prikaži ravnu crtu, plavom zakrivljenu, a crvenom izlomljenu crtu.

2. Prikaži tri ravne crte. Koja je najkraća, a koja najdulja? Prikaži najdulju ravnu crtu koju je moguće prikazati koristeći tvoju geoploču. Prikaži nekoliko dužina koje imaju istu duljinu.

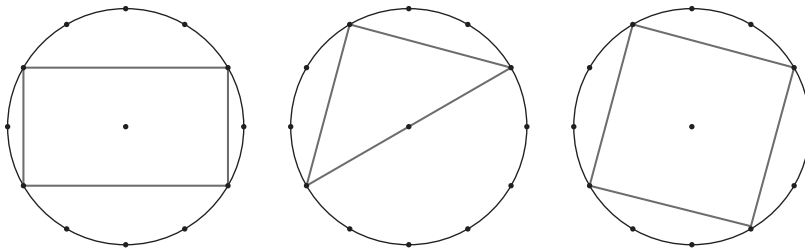


Slika 4. Rješenja zadataka 1. i 2.

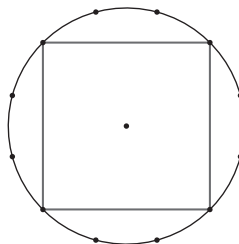
3. Koristeći kružnu geoploču, prikaži krug, trokut i kvadrat.

Nakon što riješe svaki od zadataka, učenici podižu svoje pločice u zrak i pokazuju svoja „rješenja” učitelju. Na taj način učitelj vrlo brzo dobiva povratnu informaciju o tome koliko dobro učenici vladaju geometrijskim pojmovima. Također, učenici imaju priliku usporediti svoja rješenja i, ako je potrebno, korigirati ih.

4. Prikaži što više različitih pravokutnika. Prikaži što više različitih trokuta.



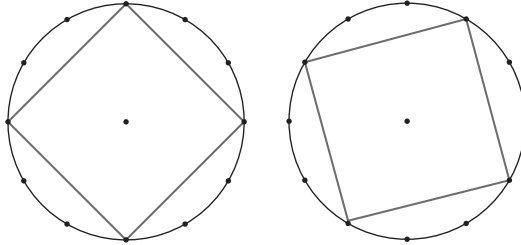
Učenici često kvadrat prepoznaju samo u njima poznatom položaju (obično položaju prikazanom slikom 5).



Slika 5. Položaj kvadrata u kojemu ga učenici najčešće prepoznaju kao kvadrat

Iz same činjenice da učenici mogu pomicati (zakretati) kružnu geoploču, oni će uočiti kvadrate u različitim „položajima” u ravnini. Jednostavnim zakretanjem ploče

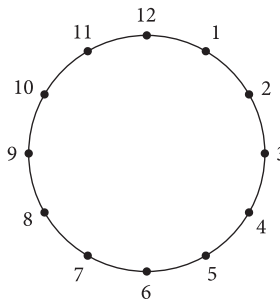
učenici se mogu uvjeriti da su i ti likovi kvadrati. Vrlo brzo učenici će i likove kao što su oni prikazani na slici 6. prepoznati kao kvadrate. Samim time učenicima pomažemo razvijati geometrijsko mišljenje te prelaziti s razine vizualizacije na razinu analize (vidi Van Hieleovu teoriju geometrijskog mišljenja).



Slika 6. Kvadrati u „manje klasičnim” položajima u ravnini

Primjeri zadataka za 2. razred

5. Kružna geoploča s dvanaest čavlića može se koristiti kada se uči snalaziti se na satu (slika 7.). Uz točke dopišemo arapske brojke.

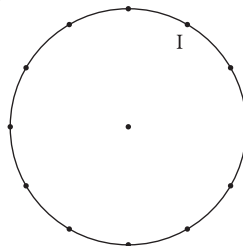


Slika 7. Kružna geoploča u funkciji sata

Učenici mogu ucrtavati kazaljke sata, npr. u osam sati ujutro, 10 i 30, itd.

Ukoliko želimo ponoviti rimske brojke, zadatak možemo modificirati, primjerice (slika 8.):

Sa zidnog sata otpale su brojke. Dopiši ih rimskim brojkama, a zatim prikaži položaj kazaljki u dvanaest sati.



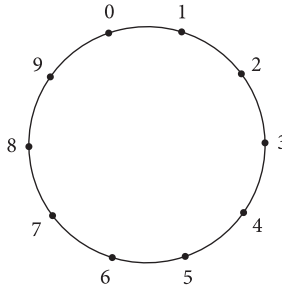
Slika 8. Primjer zidnog sata s „otpalim” brojkama

Primjeri zadataka za 2. razred (dodatna nastava) ili 3. razred (redovna nastava)

6. Aktivnost *Uzorak*

Kakav uzorak na geoploči ostavlja tablica množenja?

Učenicima podijelimo radni listić sa sljedećim prikazima kružnih geoploča (slika 9.). Ukoliko učitelj ima kružne ploče s deset čavlića, uz čavliće može zalijepiti brojeve od 0 do 9.



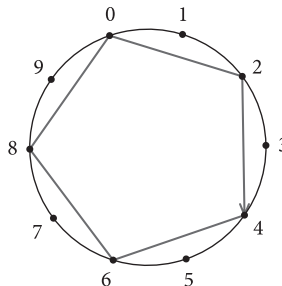
Slika 9. Kružna geoploča za aktivnost *Uzorak*

Zadatak (radi se zajednički i učenike se razgovorom usmjerava):

Brojeći po dva, upiši brojeve koji nedostaju: 2, 4, 6, _____, _____, _____, _____, _____, 20...

Promotrite znamenke jedinica. Ponavljaju li se? Koje se znamenke ponavljaju?

Krenimo od prve znamenke jedinica, znamenke 2. Koja je sljedeća znamenka jedinica u nizu? Spojimo znamenku 2 sa sljedećom znamenkom, znamenkom 4. Koja je sljedeća znamenka jedinica u nizu? (Nastavljamo na isti način, tj. spajamo 2 sa 4, 4 sa 6, 6 sa 8, 8 sa 0, 0 sa 2, itd.). Što ste dobili (slika 10.)? Je li to lik ili tijelo? Koliko stranica ima? Vrhova?

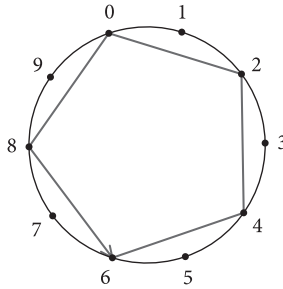


Slika 10. Uzorak koji nastaje pri množenju brojem 2

Ponovimo aktivnost za broj osam.

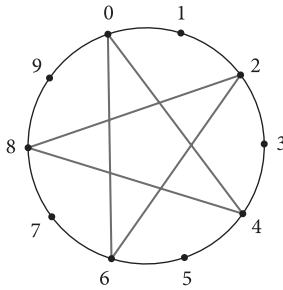
Brojeći po osam, upiši brojeve koji nedostaju: 8, 16, 24, _____, _____, _____, _____, _____, 80... Krenite od prve znamenke jedinica koja se pojavljuje u nizu i spojite sa sljedećom kao što ste napravili u prethodnom zadatku. Što primjećujete (slika 11.)?

Učenici će primijetiti da su dobili isti uzorak kao i pri množenju brojem 2. No, ovaj put krenuli su od osmice te se kretali u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

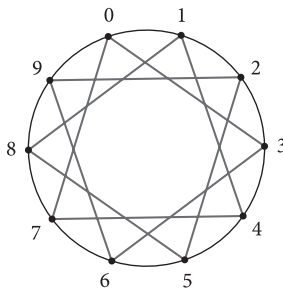


Slika 11. Uzorak koji nastaje pri množenju brojem 8

Isti postupak treba ponoviti za parove brojeva 4 i 6 te 3 i 7. Učenici trebaju primijetiti da parovi brojeva čiji je zbroj 10 daju identične uzorke. Jedina razlika među njima jest da su dobivene kretanjem u različitim smjerovima (slika 12. i slika 13.).



Slika 12. Uzorak koji nastaje pri množenju brojem 4, odnosno brojem 6

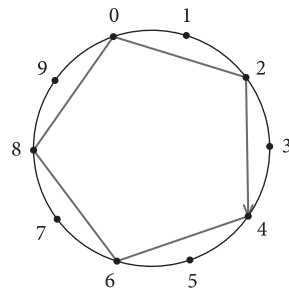


Slika 13. Uzorak koji nastaje pri množenju brojem 3, odnosno brojem 7

Nadalje, možemo promatrati sljedeće:

Tablica množenja brojem 2

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20...



Prisjetimo se, uz točke su zapisane znamenke od nula do devet. Dužinama smo povezali znamenke jedinica uzastopnih višekratnika broja 2. No, kako dobijemo znamenke desetica? Svaki put kad prelazimo s „veće” na „manju” znamenku, znamenku desetica povećavamo za jedan. Primjerice, kada s 8 prelazimo na 0, znamenku desetica umnoška moramo povećati za jedan. Isto radimo u svakom od sljedećih redova.

Dakle, kada bismo htjeli napisati tablicu množenja brojem 2, prvo bismo trebali ispisati moguće znamenke jedinica (slika 14.).

2	4	6	8	0
2	4	6	8	0
2	4	6	8	0

Slika 14. Prvi korak do tablice množenja brojem 2

Zatim, u prvome redu ispred znamenke jedinica trebamo upisati 0 za znamenku desetica. Svaki put kada s 8 prelazimo na nula, povećavamo znamenku desetica umnoška za jedan. Time ćemo dobiti sljedeću tablicu (slika 15.):

02	04	06	08	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30

Slika 15. Tablica množenja brojem 2

Vrijedi li isto pravilo povećavanja znamenke desetica za jedan i za ostale uzorke?

Provjerimo za tablicu množenja brojem 8 (slika 16.).

8	6	4	2	0
8	6	4	2	0
8	6	4	2	0

Slika 16. Prvi korak do tablice množenja brojem 8

Prema prethodnom pravilu, svaki put kada s „veće” znamenke prelazimo na „manju”, znamenku na mjestu desetica povećavamo za jedan. Dakle, u prvome redu moramo povećati svaku prethodnu znamenku desetica za jedan (slika 17.).

8	16	24	32	40
8	6	4	2	0
8	6	4	2	0

Slika 17. Prvi red tablice množenja brojem 8

Krenimo na drugi red. Prelazimo s 0 na 8, dakle znamenku desetica nije potrebno povećavati. Ali, nakon toga slijedi prijelaz s 8 na 6, itd. pa je povećavanje potrebno. Time dobivamo (slika 18.):

8	16	24	32	40
48	56	64	72	80
8	6	4	2	0

Slika 18. Prva dva reda tablice množenja brojem 8

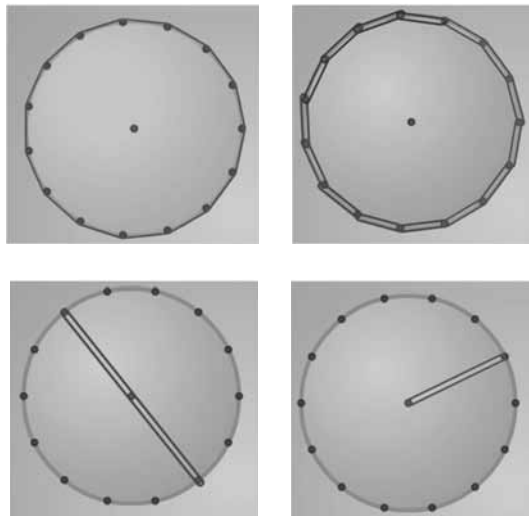
Brojeve koji se pojavljuju u drugom redu prepoznamo iz niza brojeva koje smo dobili kad smo krenuli brojem 8 i nastavili brojiti po 8. Stoga vidimo da pravilo povećavanja znamenki desetica vrijedi i za množenje brojem 8, te možemo dovršiti i sljedeći red na isti način (slika 19.).

8	16	24	32	40
48	56	64	72	80
88	96	104	112	120

Slika 19. Tablica množenja brojem 8

Na sličan način možemo doći i do tablica množenja preostalim brojevima.

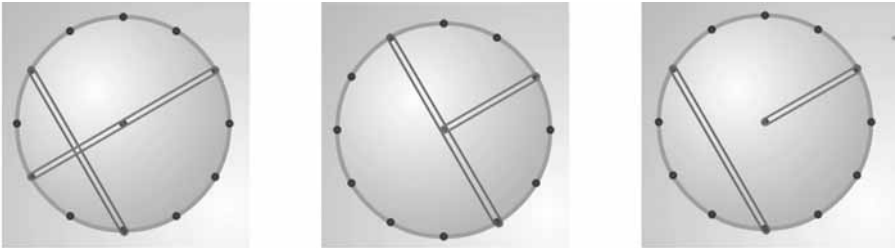
7. Na kružnoj geoploči prikaži krug, kružnicu, polumjer i promjer (slika 20.). Što je dulje, polumjer ili promjer? Koliko puta? Objasni.



Slika 20. Prikaz kruga, kružnice, promjera i polumjera na kružnoj geoploči

8. Na kružnoj ploči prikaži dvije okomite dužine:

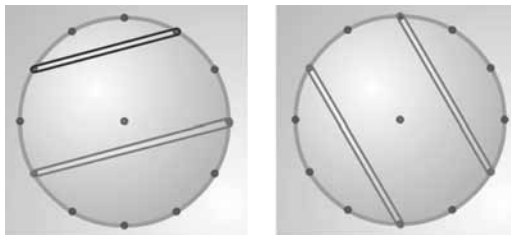
- tako da se sijeku unutar ploče,
- tako da rubna točka jedne dužine pripada drugoj dužini,
- koje nemaju zajedničku točku (slika 21.).



Slika 21. Rješenja 8. zadatka

9. Na kružnoj ploči prikaži dvije usporedne dužine:

- različitih duljina,
- jednakih duljina (slika 22.).



Slika 22. Rješenja 9. zadatka

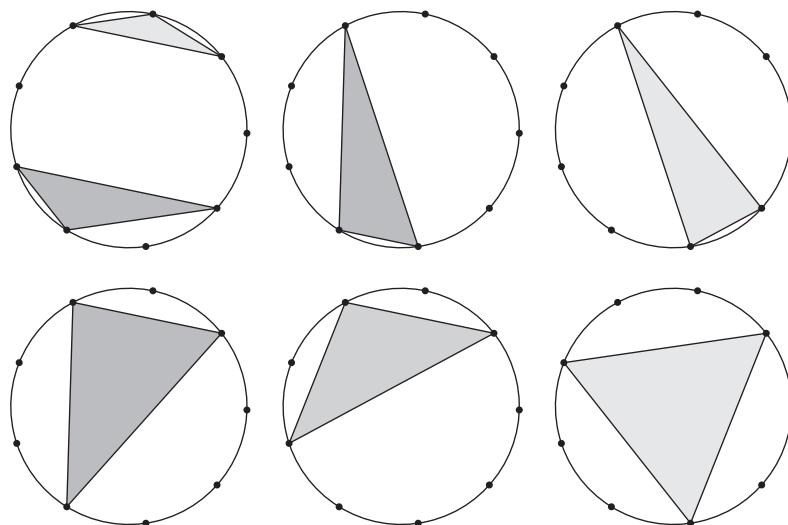
Primjeri zadataka za 4. razred

10. Koristeći kružnu ploču, prikaži sljedeće vrste kutova (uvijek gledamo manji kut):

- šiljasti,
- pravi,
- tupi.

11. Učitelj prikaže kut koristeći svoju kružnu geoploču, a učenici ga imenuju.

12. Koliko različitih trokuta možete prikazati na kružnoj geoploči s devet čavlića (slika 23.)?



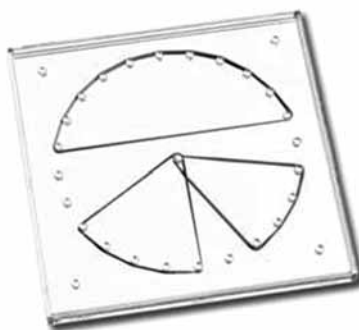
Slika 23. Rješenje 12. zadatka

Viši razredi osnovne škole

13. Na kružnoj geoploči prikaži sljedeće razlomke $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \dots$. Učitelj može prikazati razlomak (model površine), a učenici ga imenuju.

14. Na kružnoj geoploči prikaži 50%, 25%, 75%, 100%...

15. Na kružnoj geoploči prikaži krug, kružnicu, polumjer, promjer, tetivu, kružni luk, kružni isječak, kružni odsječak, polukružnicu (kružni isječak koji je ujedno i kružni odsječak), najdulju tetivu, tetivu koja nije promjer, pravokutan jednakokračan trokut, pravokutnik koji nije kvadrat, jednakostraničan trokut...



16. Prikaži dvije okomite dužine sa zajedničkom početnom točkom. Koliko kutova zatvaraju? Kakve kutove zatvaraju? Objasni.

17. Mogu li dva kraka kuta zatvarati jedan šiljasti i jedan tupi kut? Objasni.

18. Ako je jedan od kutova koji zatvaraju krakovi kuta tupi, kakve je vrste drugi kut koji zatvaraju njegovi krakovi? Objasni.

19. Mogu li krakovi kuta zatvarati dva kuta iste vrste? Objasni.

20. Prikaži jedan kružni luk i nekoliko obodnih kutova nad tim kružnim lukom. Koristeći kutomjer, izmjeri veličine obodnih kutova nad istim kružnim lukom. Što primjećuješ?

21. Prikaži neki kružni luk. Prikaži jedan obodni te jedan središnji kut nad tim kružnim lukom. Koristeći kutomjer, odredi veličinu svakog od tih kutova. Usporedi svoje rezultate s rezultatima svojih kolega iz razreda. Što primjećujete?

22. Prikaži nekoliko različitih trokuta kojima je jedna stranica promjer. Što primjećuješ? Objasni.