

Anamarija Maruna, univ. bacc. ing. geod. et geoinf.
Maja Katavić, univ. bacc. ing. geod. et geoinf.
Jasmina Antolović
Dino Železnjak
Filip Kovačić

► diplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: amaruna@geof.hr
► diplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: mkatavic@geof.hr
► prediplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: jaantolovic@geof.hr
► prediplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: dizeleznjak@geof.hr
► prediplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: fikovacic@geof.hr

Određivanje vertikalnog gradijenta ubrzanja sile teže

SAŽETAK: Pri izvođenju mjerenja relativnim gravimetrom nužno je poznavati iznos vertikalnog gradijenta u svrhu redukcije ubrzanja sile teže s očitavanja na visini relativnog gravimetra, na visinu točke mjerenja. Za potrebe određivanja vertikalnog gradijenta ubrzanja sile teže korištena su dva relativna gravimetra Scintrex CG-3M:HGI-1 i HGI-2. Mjerenja su provedena na apsolutnoj gravimetrijskoj točki AGT02, u parku Maksimir, u Zagrebu. Mjerenja obaju gravimetara provedena su istodobno na istoj referentnoj visini, uz visinsku razliku stajališta 1,207 m, u osam ponavljanja. Nakon provedenih redukcija mjerenja, koristeći algoritam za korelirana posredna mjerenja, provedeno je izjednačenje po metodi najmanjih kvadrata. Na temelju izjednačenih mjerenja, kao rezultat dobiven je iznos realnog vertikalnog gradijenta ubrzanja sile teže na točki AGT02.

KLJUČNE RIJEČI: vertikalni gradijent ubrzanja sile teže, Scintrex CG-3M, visinska razlika stajališta, korelirana mjerenja

Determination of vertical gravity gradient

SUMMARY: Knowing the amount of vertical gradient has the purpose of reducing gravity's acceleration from the height of relative gravimeter to the height of observation point, and is indispensable when performing measurements with a relative gravimeter. Two Scintrex CG-3M relative gravimeters, HGI-1 and HGI-2, were used for determining the gravity's acceleration vertical gradient. Surveying was conducted on an absolute gravimetry observation point AGT02, in park Maksimir, in Zagreb. Both gravimeter's measurements were conducted simultaneously on the same reference height, with the height difference of surveying point 1.207 m, in eight iterations. After implementing reductions, measurements were adjusted by the method of least squares, using correlated indirect measurements algorithm. The figure of the real vertical gradient on observation point AGT02 was derived as a result based on adjusted measurements.

KEYWORDS: gravity's acceleration vertical gradient, Scintrex CG-3M, height difference of the surveying point, correlated measurements

1. UVOD

U prvoj polovici dvadesetog stoljeća započinje razvoj modernih gravimetara, čime postaje moguće preciznije i točnije određivanje Zemljinog polja ubrzanja sile teže te određivanje globalnog, regionalnog ili lokalnog modela geoida nužnog za izvođenje geodetskih radova visoke točnosti. Gravimetrijske radove visoke točnosti u Republici Hrvatskoj izvodi Sektor za državnu izmjeru Državne geodetske uprave u sklopu uspostave, održavanja i kontrole polja stalnih točaka geodetske osnove te određivanja parametara Zemljinog polja sile teže. Sektor za državnu izmjeru, u sklopu osnovnih geodetskih radova, također je zadužen za praćenje i nadzor procesa uvođenja geodetskih datuma na području državne izmjere, obavljanje poslova uspostavljanja i održavanja stalne GNSS referentne mreže Republike Hrvatske (CROPOS) te vođenje i održavanje baze podataka stalnih točaka geodetske osnove. Osim osnovnih geodetskih radova Sektor obavlja poslove topografske izmjere i izrade državnih karata te izmjere i označavanja državne granice na kopnu (URL-1).

Osnovna mreža stalnih gravimetrijskih točaka geodetske osnove Republike Hrvatske sastoji se od gravimetrijske mreže 0., I. i II. reda.

Mreža 0. reda uspostavljena je apsolutnim gravimetrijskim mjerenjima i trenutno sadrži 6 točaka. Mreža I. i II. reda određena je relativnim gravimetrijskim mjerenjima. Zbog promjenjivog karaktera Zemljinih fizikalnih parametara za geodetske radove visoke točnosti nužno je poznavanje njihovih što aktualnijih i točnijih iznosa (na gravimetrijskim točkama 0. reda nova apsolutna mjerenja moraju se provesti najmanje jednom u 10 godina). Relativna gravimetrijska mjerenja nužno je provoditi istovremeno koristeći dva gravimetra, zbog otkrivanja grubih odstupanja u njihovom radu i povećanja kvalitete mjerenja. Pri planiranju relativnih mjerenja također treba voditi računa o dovoljnom broju ponovljenih mjerenja (barem 3) na istoj točki u toku mjernog dana, kako bi se osigurala kvalitetna kontrola i eliminacija hoda gravimetra iz mjerenja. Prije i nakon mjerne kampanje relativni gravimetar neophodno je kalibrirati, a njegov rad uputno je redovito pratiti i kontrolirati.

2. VERTIKALNI GRADIJENT UBRZANJA SILE TEŽE

Zadatak gravimetrije je određivanje polja ubrzanja sile teže Ze-

mlje i drugih nebeskih tijela na temelju mjerenja ubrzanja sile teže i gradijenta ubrzanja sile teže, opažanih na ili blizu površine Zemlje. Gradijent ubrzanja sile teže je promjena ubrzanja sile teže u prostoru, odnosno varijacija sile teže u smjeru pojedine koordinatne osi. Pored horizontalnog gradijenta ubrzanja sile teže koji leži u horizontalnoj ravnini promatrane točke, komponenta koja određuje promjenu ubrzanja sile teže s visinom je vertikalni gradijent ubrzanja sile teže čije je određivanje predmet ovog rada. Problematikom vertikalnog gradijenta bavio se Bruns (1878) koji opisuje vezu vertikalnog gradijenta s ubrzanjem sile teže i srednjom zakrivljenosti nivo plohe.

Eötvösov tenzor u kojem su članovi druge derivacije potencijala s obzirom na koordinatne osi, a jedan red čine gradijenti ubrzanja sile teže (Torge, 1989):

$$\text{grad}(\vec{g}) = \text{grad}(\text{grad}(W)) = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Vertikalni gradijent predstavlja član na mjestu (3,3) i može se napisati kao:

$$W_{zz} = \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{\partial g}{\partial z} = -(W_{xx} + W_{yy}) + 2\omega^2 \quad (2)$$

Taj se tenzor može razviti u Marussijev tenzor (Marussi 1985, Hotine 1991) oblika koji opisuje geometriju polja ubrzanja sile teže i čini osnovu diferencijalne geometrije. U tim oblicima upravo je vertikalni gradijent dominantna veličina. Određivanje vertikalnog gradijenta ima veliki utjecaj na mjerenja relativnim gravimetrom. Potreban je za redukciju mjerenih vrijednosti relativnog gravimetra, koje se odnosi na visinu gravimetra, na visinu mjerne točke, pa njegovu određivanju treba posvetiti veliku pozornost. Redukcija za visinu gravimetra imat će različite vrijednosti u ovisnosti o tome koristimo li normalnu ili realnu vrijednost vertikalnog gradijenta ubrzanja sile teže. Pri upotrebi vertikalnog gradijenta normalnog polja ubrzanja sile teže za računanje redukcije pogreška je značajna tako da je za potrebnu točnost mjerenja važno poznavati relativni vertikalni gradijent kako bi redukcija bila ispravna. Relativni vertikalni gradijent određuje se mjerenjem na promatranoj točki i to na osnovi relativnih mjerenja na različitim visinama iste točke. Odredi se razlika očitavanja ubrzanja sile teže na gravimetrima te se mjeri visina gravimetra na stajalištima pa se vertikalni gradijent dobije preko izraza:

$$\delta g = \frac{z_j - z_k}{i_j - i_k} = \frac{\Delta z_{jk}}{\Delta i_{jk}} \quad (3)$$

gdje su z_{jk} očitavanja gravimetra na vertikalnim stajalištima j, k , i_{jk} referentne visine gravimetra na stajalištima j, k , Δz_{jk} razlika očitavanja i Δi_{jk} razlika referentnih visina stajališta. (Hećimović, 2004) Poželjno je da visinska razlika između stajališta bude veća jer je gravimetar znatno osjetljiviji na pogreške mjerenja pri opažanju na manjim visinskim razlikama. Pri odabiru visine stajališta uzima se u obzir i nelinearnost vertikalnog gradijenta. Također, vertikalni gradijent je osjetljiv na lokalni raspored masa i nepravilno se mijenja pa treba paziti pri odabiru položaja gravimetrijske točke za njegovo određivanje. Prema SI sustavu službena jedinica za gradijent ubrzanja sile teže je recipročna vrijednost kvadrata sekunde [s^{-2}]. U literaturi se može naći kao mjerna jedinica Eötvös [E], ali i [ms^{-2}/m], [$mGal/m$]. Veza između jedinica je $1 E = 10^{-9} s^{-2}$.

3. GRAVIMETAR SCINTREX CG-3M

Gravimetri svoj rad temelje na praćenju pomaka ravnotežnog položaja senzora (mase) u svrhu promatranja gravitacijskog polja. Na senzor djeluju suprotstavljene sile, i to ubrzanje sile teže te ciljano uzrokovana elastična sila suprotnog predznaka, koja rezultira dife-



Slika 3.1. Gravimetri Scintrex CG-3M

rencijalnim osciliranjem u ravnotežnom položaju. Osciliranje predstavlja varijaciju ubrzanja sile teže na točki na kojoj je mjerenje izvedeno (Bašić i Markovinović, 2012). Gravimetar Scintrex CG-3M (slika 3.1.) služi za relativno određivanje ubrzanja sile teže. Mjerni senzor mu je napravljen od lijevanog kvarca. Ovim gravimetrom moguće je provesti pojedinačna mjerenja (Field mod) i kontinuirana mjerenja (Cycle mod).

Prilikom mjerenja gravimetrom Scintrex CG-3M razlikuju se:

1. jednosekundna mjerenja,
2. duljina mjerenja - vremenski interval koji određuje mjeritelj, a on definira koliko dugo se prikupljaju jednosekundna mjerenja,
3. epoha ponavljanja mjerenja - vremenski interval koji određuje mjeritelj, a definira interval ponavljanja cijelog ciklusa mjerenja koji uključuje duljinu mjerenja i dodatno vrijeme potrebno za obradu i zapisivanje mjerenja. Ona se javlja samo kod kontinuiranih mjerenja.

Prilikom mjerenja gravimetar uvijek provodi kontinuirana jednosekundna mjerenja. Mjeritelj zadavanjem parametara u izborniku određuje duljinu mjerenja, tj. koliko dugo će se provoditi jednosekundna mjerenja koja će se zapisati u memoriju kao jedan zapis, tj. jedno mjerenje. Kada se završe mjerenja, čije trajanje je zadano s duljinom mjerenja, gravimetru je potrebno dodatno vrijeme da na kraju mjerenja izračuna konačnu vrijednost i zapiše ju u memoriju gravimetra. U modu mjerenja pojedinačnih mjerenja (Field mod) gravimetar ne dopušta da se započne novo mjerenje dok ne izračuna i u memoriju zapiše konačnu vrijednost. Međutim, u modu kontinuiranih mjerenja (Cycle mod) zadaje se poseban parametar kojim se definira epoha mjerenja.

Gravimetar Scintrex CG-3M omogućuje izbacivanje grubo pogrešnih jednosekundnih mjerenja. Koje mjerenje je grubo pogrešno određuje se na osnovi standardnog odstupanja mjerenja koja se prikupe u kalibracijskom intervalu koji zadaje mjeritelj. Mjerenja koja odstupaju više od četverostrukog standardnog odstupanja se izbacuju.

Ovaj gravimetar primjenjuje sljedeće redukcije u realnom vremenu:

- korekciju mjerila očitavanja gravimetra s obzirom na kalibracijsku konstantu,
- temperaturnu redukciju,
- a priori određen hod gravimetra,
- redukciju promjene nagiba gravimetra (svako jednosekundno mjerenje ili jedna redukcija za cijelu epohu),
- redukciju za Zemljine plimne valove (ako se odabere),
- izbacivanje grubih jednosekundnih mjerenja (ako se odabere),
- seizmički filter (ako se odabere). (Hećimović, 2002)

Gravimetar Scintrex CG-3M ima izbornik koji služi za zadavanje konstanti i parametara mjerenja. Izbornik gravimetra se poslužuje pomoću tipkovnice, koja ima funkcije izbora opcija izbornika, izbora

Tablica 3.1. Tehničke specifikacije gravimetra SCINTREX CG-3M (URL-3)

Rezolucija	0.001 mGal
Radno područje	7000 mGal -a bez resetiranja
Hod gravimetra	< 0,02 mGal/dan
Područje automatskog kompenziranja nagiba	± 200 lučnih sekundi
Dimenzije	240 mm x 310 mm x 320 mm
Masa	11 kg, uključujući bateriju
Potrošnja energije	5 W (pri +25 °C)
Radna temperatura	od -40 °C do 45 °C
Automatska kompenzacija	temperatura, nagib instrumenta, plimni valovi, šumovi, seizmički filter šumova
Tipkovnica	14 tipki za unos naredbi, koordinata i pomoćnih naredbi
Memorija	48 kB (mogućnost pohrane 1290 mjerenja)

parametara sustava, provođenja mjerenja, zapisivanja podataka u memoriju, pozivanja podataka iz memorije, prebacivanja podataka u računalo te inicijalizacije gravimetra.

Najvažnije tehničke karakteristike ovog uređaja prikazane su u tablici 3.1.

4. TERENSKI RADOVI

Kako bi se odredio vertikalni gradijent, mjerenja su provedena pomoću dva relativna gravimetra *Scintrex CG-3M* koja su u vlasništvu Državne geodetske uprave. Prikupljanje podataka izvršeno je u Zagrebu, u parku Maksimir, na apsolutnoj gravimetrijskoj točki koja se nalazi u zvjezdarnici Geodetskog fakulteta (slika 4.1.).

4.1. PRIPREMNI RADOVI

Relativni gravimetri *Scintrex CG-3M* su visokoprecizni instrumenti, posebno osjetljivi na transportne i druge mehaničke udarce i vibraci-



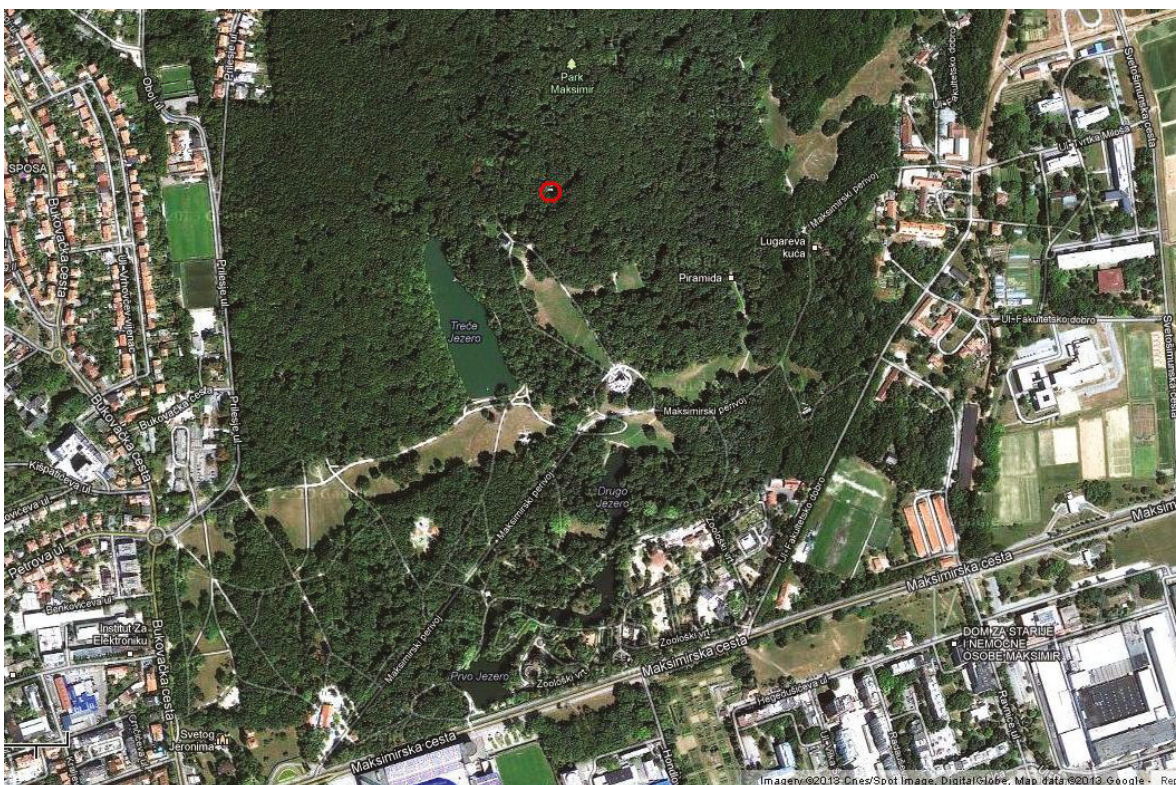
Slika 4.2. Transport instrumenata

je. Iz tog razloga posebnu smo pažnju posvetili transportu instrumenata (instrumenti su prevezeni u predviđenim Scintrex transportnim kućicama prikazanim na slici 4.2.), kao i izvršavanju mjernog postupka na gravimetrijskoj točki. Prije postavljanja gravimetara na postolja, bilo je potrebno ukloniti nečistoću s površine točke, kako ne bi došlo do pomicanja instrumenta tijekom mjernog postupka. Instrumente smo pažljivo postavili na postolja, bez nepotrebnih udara uzrokovanih naglim spuštanjem. Za svaki smo gravimetar definirali parametre koje smo koristili u postupku mjerenja. Unesene su tako oznake za stajališta (1 i 2), kao i koordinate apsolutne gravimetrijske točke na kojoj su provedena mjerenja. Pri tome valja pripomenuti kako se za točke s geodetskom duljinom istočno od Greenwicha (Hrvatska) unosi negativna vrijednost.

4.2. MJERNI POSTUPAK

Mjerni postupak s oba gravimetra obavljen je na istoj referentnoj točki, a visinska razlika između dva stajališta iznosila je 1,207 m (slika 4.3.). Nakon što smo gravimetre postavili na točku, proveli smo postupak horizontiranja. Horizontiranje se provodi pomoću podnožnih vijaka tronošca.

Nakon grubog horizontiranja koje smo izvršili pomoću dvije me-



Slika 4.1. Google Earth prikaz položaja zvjezdarnice Geodetskog fakulteta (URL-2)



Slika 4.3. Postavljanje i horizontaliranje instrumenata

Tablica 4.1. Zapisnik mjerenja za gravimetar HGI-1

Zapisnik mjerenja za Scintrex CG-3M gravimetar									
Projekt: 7 -		Serijalski broj gravimetra: 9794373 i 9794372		Gravimetar: HGI-1 i HGI-2		Mod: Hk Grav. + Cycling		Datum mjerenja:	
READ TIME: 07:34:21		CYCLE TIME: 70		AUTO REPEAT: Da - Ne		SEISMIC FILTER: Da - Ne		CAL AFTER: 1	
CONT. TILT CORR.: Da - Ne		AUTO REPEAT: Da - Ne		TIDE CORRECT.: Da - Ne		AUTO RECORD: Da - Ne			
Tlač. zraka mjerna pomoću: 51.5 Pa, 51.5 Pa, 51.5 Pa									
Točka	Visina instrumenata		Trenutak početka i kraja mjerenja		B	L (negativno znatno od Greenwiche)	Tlak zraka	Temperatura zraka	Rej
	HGI-1	HGI-2	HH-MM-SS	HH-MM-SS					
1	1.669		11:12	11:20	45.03	-16.00	531.0	18.0	0
2	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0
1	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0
2	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0
1	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0
2	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0
1	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0
2	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0
1	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0
2	1.669		11:12	11:20			531.0	18.0	0

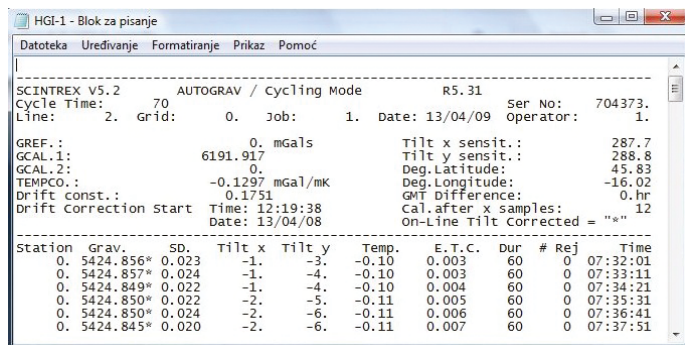
đusobno okomite libele na kućištu gravimetra, uslijedilo je fino horizontaliranje pomoću digitalnih očitavanja nagiba oko osi X i Y. Radi jednostavnije obrade podataka, gravimetrom treba mjeriti uvijek na istoj visini, što smo u mjernom postupku redovito provjeravali (visina gravimetra mjeri se do donjeg ruba prstena gornje ploče gravimetra). Nakon što smo oba gravimetra horizontalirali, izmjerili njihove visine, orijentalirali ih s obzirom na smjer sjevera, uvjerali se kako su zaštićeni od vjetrova i direktnog zagrijavanja Sunca te unijeli u gravimetre broj, širinu i dužinu stajališta, pričekali smo 10 minuta da se gravimetar stabilizira od mehaničkih šokova i temperaturne promjene. Potom je uslijedilo pokretanje mjerenja, na oba gravimetra istodobno. Paralelno smo vodili zapisnike za gravimetre HGI-1 i HGI-2 (tablica 4.1.), gdje smo bilježili njihovu visinu, vrijeme početka i kraja mjerenja te podatak o tlaku i temperaturi koji su bili aktualni u vremenskom trenutku u kojem se odvijalo mjerenje.

Provodili smo 15 mjerenja s epohom mjerenja od 70 sekundi (seizmički smo filter isključili, u protivnom bi epoha mjerenja iznosila 77 sekundi), pa se tako svakim gravimetrom izvelo mjerenje u trajanju od 17,5 minuta (70 sekundi x 15), nakon čega smo prekidali mjerenja. Potom smo zamijenili mjesta gravimetrima, pa je tako HGI-2 s prvog stajališta premješten na drugo, a HGI-1 s drugog stajališta na prvo. Ponovili smo postupak horizontaliranja instrumenata, nakon čega je uslijedilo čekanje od 10 minuta potrebno za stabilizaciju gravimetra. Mjerenja smo potom pokrenuli te ih nakon 17,5 minuta prekinuli. Ovaj smo postupak ponovili ukupno 8 puta te tako dobili po 8 opažanja za svaki gravimetar.

Po završetku mjernog postupka gravimetre smo spremili u pripadajuće Scintrex transportne kutije te ih prevezli u prostorije Državne geodetske uprave, gdje smo obavili prebacivanje podataka iz gravimetara u računalo.

5. OBRADA PODATAKA

Gravimetar pohranjuje mjerenja u internu memoriju. Da bi se po-



Slika 5.1. ASCII datoteka za gravimetar HGI-1

daci mjerenja mogli obraditi, moraju se prebaciti iz gravimetra u računalo. Gravimetar se s računalom spaja serijskim kabelom RS-232. Nakon prebacivanja u računalo dobije se ASCII datoteka (slika 5.1.) koja ima zaglavlje s korištenim parametrima i opcijama u toku mjerenja, a u nastavku su dana mjerenja.

Radi lakše obrade podatke smo iz ASCII datoteka prebacili u jednu *.exe datoteku. Postupak računanja vertikalnog gradijenta δg_0 može se podijeliti u nekoliko koraka, kako slijedi.

5.1. OSREDNJAVANJE VRIJEDNOSTI ZA SVAKO MJERENJE

S obzirom da za svako stajalište ima više mjerenja, bilo je potrebno osrednjiti mjerenja. Za svako stajalište smo uzeli skup od 15 mjerenja te izračunali težinsku sredinu za pojedino stajalište. Uz mjerenja dana su i njihova standardna odstupanja i vrijeme mjerenja pa smo izračunali i težinsku sredinu vremena za pojedino stajalište. Zatim je bilo potrebno odrediti standardna odstupanja težinskih sredina pa smo stoga proveli izjednačenje direktnih mjerenja (Feil, 1989, Rožić, 2007) za svako stajalište pojedinačno u kojem je kao prikraćena vrijednost nepoznanice X_0 uzeta prethodno izračunata težinska sredina mjerenja, vektor mjerenja L čini skup od 15 mjerenja, a matrica težina P dobivena je iz standardnih odstupanja 15 mjerenja po teorijskoj definiciji težine (Feil, 1989):

$$P_i = \frac{k}{S_i^2} \quad (4)$$

(s konstantom $k=0,001 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$). Broj prekobrojnih mjerenja n_f je 14. Funkcijski model izjednačenja je:

$$L + v = dx e + x_0 e \quad (5)$$

Jednadžbe popravaka su:

$$v = dx e + x_0 e - L \quad (6)$$

Vektor prikraćenih mjerenja dobiven je iz izraza:

$$ex_0 - L = -l \quad (7)$$

gdje je e vektor jedinica.

Potom je izračunat dx kao težinska sredina:

$$dx = \frac{p^t l}{e^t p} \quad (8)$$

gdje je $p = P_e$ te se moglo izračunati izjednačenu nepoznanicu, vektor popravaka i standardno odstupanje:

$$x = dx e + x_0 e \quad (9)$$

$$s_x = \sqrt{\frac{v^t P v}{n_f e^t p}} \quad (10)$$

HGI-1 GRAVIMETAR

STAJALIŠTE	SREDNJE OČITANJE [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	SREDNJE SD [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	SREDNJE VRIJEME [hh:mm:ss]	P _i [hPa]	P _n [hPa]	δg _p [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	KORIGIRANO SREDNJE OČITANJE [10 ⁻⁵ ms ⁻²]
2	5424,5580	0,000782567	8:49:16	991,0	990,6	0,0001	5424,5582
1	5424,9448	0,000694675	9:20:34	991,3	990,6	0,0002	5424,9450
2	5424,5538	0,000684422	9:53:34	991,3	990,6	0,0002	5424,5540
1	5424,9454	0,000483754	10:27:23	991,0	990,6	0,0001	5424,9455
2	5424,5530	0,000430931	10:58:28	991,1	990,6	0,0002	5424,5532
1	5424,9440	0,000782228	11:32:40	991,0	990,6	0,0001	5424,9441
2	5424,5563	0,000660803	12:00:18	990,9	990,6	0,0001	5424,5563
1	5424,9460	0,001365054	12:37:58	990,6	990,6	0,0000	5424,9460

Tablica 5.1. Korigirano srednje očitavanje za gravimetar HGI-1

HGI-2 GRAVIMETAR

STAJALIŠTE	SREDNJE OČITANJE [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	SREDNJE SD [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	SREDNJE VRIJEME [hh:mm:ss]	P _i [hPa]	P _n [hPa]	δg _p [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	KORIGIRANO SREDNJE OČITANJE [10 ⁻⁵ ms ⁻²]
1	6600,1351	0,000929357	8:48:53	991,0	990,6	0,0001	6600,1352
2	6599,7414	0,000844057	9:20:40	991,3	990,6	0,0002	6599,7417
1	6600,1284	0,000549174	9:52:48	991,3	990,6	0,0002	6600,1286
2	6599,7377	0,000876588	10:27:13	991,0	990,6	0,0001	6599,7379
1	6600,1273	0,000689036	10:58:42	991,1	990,6	0,0002	6600,1274
2	6599,7369	0,000689192	11:32:59	991,0	990,6	0,0001	6599,7370
1	6600,1253	0,000945988	11:59:14	990,9	990,6	0,0001	6600,1254
2	6599,7382	0,000958635	12:37:49	990,6	990,6	0,0000	6599,7382

Tablica 5.2. Korigirano srednje očitavanje za gravimetar HGI-2

Postupak je ponovljen za svako stajalište oba gravimetra. Na prethodno izračunate težinske sredine mjerenja primjenjuje se redukcija zbog promjene tlaka prema izrazu (12).

Formula za tlak zraka normalne atmosfere (Torge, 1989):

$$P_n = 1013,25 \times \left(1 - \frac{0,0065H}{288,15}\right)^{5,2559} \quad (hPa), \quad (11)$$

gdje je H visina stajališta, a P_i mjerenja vrijednost na stajalištu te je redukcija zbog promjene tlaka (Torge, 1989):

$$dg_p = 0,30 \times (P_i - P_n) (10^{-8} ms^{-2}) \quad (12)$$

Postupak vrijedi za oba gravimetra i iznosi srednjih vrijednosti su prikazani u tablicama 5.1. i 5.3.

5.2. RAČUNANJE RAZLIKA OPAŽANJA

Za izjednačenje svih opažanja kao mjerenja uzimamo razlike korigiranih srednjih očitavanja između pojedinih stajališta

$$\Delta z_{i+1,i} = z_{i+1} - z_i, \quad (13)$$

gdje su z_i i z_{i+1} zastopna korigirana srednja očitavanja na različitim stajalištima. Ukupni broj razlika za oba gravimetra je 14. Kako su razlike ovisne o korigiranim srednjim očitavanjima (z_i i z_{i+1}), izjednačenje je provedeno po posrednim koreliranim mjerenjima (Feil 1990, Rožić 2012).

5.3. IZJEDNAČENJE

Prvo je potrebno odrediti funkcijski model izjednačenja, koji u našem slučaju glasi:

$$L_i + v_i = \Delta z_{i+1,i} + v_{i+1,i} = \overline{\delta g} \times (h_{i+1} - h_i) + \overline{d_k} \times (t_{i+1} - t_i), \quad (14)$$

gdje je ($h_{i+1} - h_i$) visinska razlika stajališta, a d_k parametar hoda gravimetra HGI-1 ako je $k=1$ i parametar hoda HGI-2 ako je $k=2$. Potom smo postavili jednadžbe popravaka prikazane izrazom:

$$v_{i+1,i} = \delta g \times (h_{i+1} - h_i) + d_k \times (t_{i+1} - t_i) - \Delta z_{i+1,i} \quad (15)$$

i izračunali elemente jednadžbe popravaka za matricu koeficijenata A , vektor prikraćenih mjerenja $-l$ i matricu težina P . Vrijednosti prikraćenih nepoznanica su:

$$\delta g_0 = 0,00 \cdot 10^{-5} s^{-2}, \quad d_1^0 = 0,00 \cdot 10^{-5} ms^{-2}/dan \quad i \\ d_2^0 = 0,00 \cdot 10^{-5} ms^{-2}/dan.$$

Matrica težina mjerenja P je blok matrica koja se sastoji od matrica težina P^{HGI-1} i P^{HGI-2} koje se dobiju na temelju zakona o prirastu težina na funkciju (Feil, 1989),

$$(P^{HGI-i})^{-1} = A_{\Delta} \times (P_z^{HGI-i})^{-1} \times A_{\Delta}^t, \quad (16)$$

pri čemu je A_{Δ} matrica koeficijenata funkcija razlika očitavanja, a P^{HGI-i} je dijagonalna matrica težina neovisnih očitavanja koja je formirana po teorijskoj definiciji težina (s konstantom $k=0,001 \cdot 10^{-5} ms^{-2}$).

U tablici 5.3. su prikazani spomenuti elementi jednadžbi popravaka.

Nakon definiranja potrebnih elemenata provodi se izjednačenje po sljedećem algoritmu:

$$A^t P A - A^t P l = 0, \quad (17)$$

$$Q_{xx} = (A^t P A)^{-1}, \quad (18)$$

gdje je Q_{xx} matrica kofaktora nepoznanica,

$$x = Q_{xx} A^t P l, \quad (19)$$

HGI-2 GRAVIMETAR

STAJALIŠTE	SREDNJE OČITANJE [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	SREDNJE SD [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	SREDNJE VRIJEME [hh:mm:ss]	P _i [hPa]	P _n [hPa]	δg _p [10 ⁻⁵ ms ⁻²]	KORIGIRANO SREDNJE OČITANJE [10 ⁻⁵ ms ⁻²]
1	6600,1351	0,000929357	8:48:53	991,0	990,6	0,0001	6600,1352
2	6599,7414	0,000844057	9:20:40	991,3	990,6	0,0002	6599,7417
1	6600,1284	0,000549174	9:52:48	991,3	990,6	0,0002	6600,1286
2	6599,7377	0,000876588	10:27:13	991,0	990,6	0,0001	6599,7379
1	6600,1273	0,000689036	10:58:42	991,1	990,6	0,0002	6600,1274
2	6599,7369	0,000689192	11:32:59	991,0	990,6	0,0001	6599,7370
1	6600,1253	0,000945988	11:59:14	990,9	990,6	0,0001	6600,1254
2	6599,7382	0,000958635	12:37:49	990,6	990,6	0,0000	6599,7382

Tablica 5.3. Elementi jednadžbi popravaka

$$\bar{x} = x_0 + x, \quad (20)$$

$$v = Ax - l, \quad (21)$$

$$\bar{L} = L + v, \quad (22)$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{v'Pv}{n_f}}, \quad (23)$$

gdje je s_0 referentno standardno odstupanje,

$$s_{x_i} = s_0 \sqrt{q_{x_i x_i}}, \quad (24)$$

gdje je $q_{x_i x_i}$ dijagonalni element matrice Q_{xx} ,

$$s_{L_i} = s_0 \sqrt{q_{ii}}, \quad (25)$$

gdje je q_{ii} dijagonalni element matrice $Q = P^{-1}$,

$$s_{L_i} = s_0 \sqrt{q_{ii}}, \quad (26)$$

gdje je \bar{q}_{ii} dijagonalni element matrice $\bar{Q} = A Q_{xx} A^t$

Sve potrebne kontrole tijekom izjednačenja su zadovoljene, a dobivene izjednačene nepoznanice i njihova standardna odstupanja su:

$$\delta g = -0,322977 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-2}, \quad d_1 = -0,015397 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\text{dan} \\ d_2 = -0,0435228 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\text{dan}$$

$$S_{\delta g} = 0,0008 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-2}, \quad S_{d1} = 0,01454611 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\text{dan} \\ S_{d2} = 0,01568489 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\text{dan}$$

6. REZULTATI

Cilj ove radionice je ostvaren. Određen je realni vertikalni gradijent ubrzanja sile teže koji iznosi $\delta g = -0,322977 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-2}$. Kao što je ranije rečeno, ubrzanje sile teže mijenja se prvenstveno s promjenom visine te se stoga i u većini slučajeva određuje dominantna vertikalna komponenta gradijenta ubrzanja sile teže. Važnost (realnog) vertikalnog gradijenta je višestruka: samo određivanje promjena ubrzanja pri promjeni visine radi redukcije očitavanja relativnih gravimetara (koja se odnose na referentnu točku gravimetra) na visinu točke mjerenja – promjena visine od 3 mm uzrokuje promjenu ubrzanja sile teže od približno $0,01 \mu\text{ms}^{-2}$, a to je ujedno i rezolucija očitavanja relativnih gravimetara s kojima smo obavljali mjerenja; određivanje srednje zakrivljenosti nivo-plohe (Torge, 1989):

$$J = \frac{1}{2g} (W_{xx} + W_{yy}); \quad (27)$$

njegova derivacija (promjena promjene sile teže) koristi se u gravimetrijskoj literaturi primijenjene geofizike za interpretaciju rasporeda masa u pripovršinskim slojevima Zemlje (Torge, 1989):

$$W_{zzz} = \frac{\partial^3 W}{\partial z^3} = \frac{\partial^2 g}{\partial z^2}. \quad (28)$$

Nakon što smo odredili realni vertikalni gradijent ubrzanja sile teže na točki Maksimir, usporedili smo ga sa standardnom vrijednosti vertikalnog gradijenta koja se koristi pri redukciji zbog visine instrumenta i koja iznosi $-0,3086 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-2}$ (Torge 1989). Razlika u vrijednosti redukcije (kad je visina instrumenta 0,260 m) kada koristimo realni vertikalni gradijent i kad koristimo standardnu vrijednost je $0,0037 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-2}$. Iz priloženog se vidi da za ispravno određivanje redukcije za visinu instrumenta trebamo koristiti realni vertikalni gradijent ubrzanja sile teže.

7. ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazan je potpuni postupak određivanja vertikalnog gradijenta ubrzanja sile teže pomoću metode relativne gravimetrije. Potreba određivanja realne vrijednosti vertikalnog gradijenta ubrzanja sile teže je primarna jer se ona znatno razlikuje od normalne vrijednosti (koju možemo izračunati koristeći parametre nivo-elipsoida), što dalje uzrokuje i razliku u redukciji visine. Primjena vertikalnog gradijenta je višestruka, no kako su instrumenti za određivanje ubrzanja sile teže veoma skupi i u RH ih ima malo na raspolaganju, to je gravimetrija kod nas dosta ograničena. Samo mjerenje obavljeno je na apsolutnoj gravimetrijskoj točki „Zagreb – Maksimir“. Ovisno o potrebi za koju se određuje, točnost određivanja vertikalnog gradijenta varira, a pritom prvenstveno ovisi o međusobnoj razlici visina gravimetara, broju stajališta te odabiru (lokaciji) stajališta (zbog mikroseizmike). U ovom slučaju mjerenje je izvedeno na dvije visine (stajališta), s međusobnom visinskom razlikom od 1,2 metra.

ZAHVALE

Zahvaljujemo se Državnoj geodetskoj upravi i posebno svim članovima Sektora za državnu izmjeru na ustupljenim instrumentima i sveukupnoj pomoći oko ovog rada.

Zahvaljujemo se Ivanu Maloviću, dipl. ing. geod., a posebno mr.sc. Mariji Repanić, dipl. ing. geod. koja nam je strpljivo i predano pomagala u svim dijelovima ove radionice.

LITERATURA

- › Bašić, T., Markovinović, D. (2012): Zemljini plimni valovi u geofizici, Geofizička geodezija, materijali s predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- › Bruns, H. (1878): Die Figur der Erde. Publ. Königl. Preuß. Geod. Inst., Berlin 1878.
- › Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja – prvi dio, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- › Feil, L. (1990): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja – drugi dio, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb, str. 5-16, 23-27.
- › Hećimović, Ž. (2004): Određivanje vertikalnog gradijenta ubrzanja sile teže relativnim Scintrex gravimetrima HGI-1 i HGI-2, Geodetski list, god. 58(81), broj 1, str. 35-50.
- › Hećimović, Ž. (2002): Naputak za praćenje rada Scintrex CG-3M gravimetra.
- › Hećimović, Ž. (2002): Naputak za terenski rad s Scintrex CG-3M gravimetrom.
- › Hotine, M. (1991): Differential Geodesy. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1991.
- › Marussi, A. (1985): Intrinsic Geodesy. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1985.
- › Rožić, N. (2007): Računska obrada geodetskih mjerenja, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- › Rožić, N. (2012): Posebni algoritmi obrade geodetskih mjerenja, materijali s predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- › Torge, W. (1989): Gravimetry, de Gruyter, Berlin-New York.
- › URL-1: Državna geodetska uprava, Pravilnik o načinu izvođenja osnovnih geodetskih radova, [Internet], <raspoloživo na: http://www.dgu.hr/UserDocImages/Pravilnik_o_nacinu_izvodjenja_osnovnih_geodetskih_radova.pdf [pristupljeno 17.4.2013.]
- › URL-2: Google Maps, [Internet], <raspoloživo na: <http://maps.google.hr>, [pristupljeno 17.4.2013.]
- › URL-3: Scintrexltd, [Internet], < <http://scintrexltd.com>, Scintrex CG-3/3M Autogravautomated gravity meter, uputstva za uporabu, [pristupljeno 16.4.2013.]