

Marija Herent ▶ preddiplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: maherent@geof.hr  
 Helena Horvat ▶ preddiplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: hhorvat@geof.hr  
 Iva Kriste ▶ preddiplomski studij, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: ivkriste@geof.hr

# Transformacija koordinata homogenih polja u HDKS

3D geografske transformacije

- geografska odstupanja  
- Molodensky  
- višestruka regresija

**SAŽETAK:** Projekt radionice provedene u suradnji s Državnom geodetskom upravom usporedba je rezultata dobivenih transformacijom koordinata iz HTRS96 u HDKS primjenom Helmertove 7-parametarske i GRID metode transformacije. Ulazni podaci su koordinate stalnih točaka geodetske osnove k.o. Dolac, k.o. Tkon te k.o. Pula. Za transformaciju ulaznih podataka GRID metodom korišten je program T7D, a za Helmertovu 7 parametarsku transformaciju server FME. Pristup programima te koordinate stalnih točaka geodetske osnove omogućio je Sektor za katastarski sustav Državne geodetske uprave gdje se i odvijao praktični dio radionice. Rezultat usporedbe su položajne razlike transformiranih točaka na području tri općine.

**KLJUČNE RIJEČI:** transformacija, HTRS96, HDKS, Helmertova 7-parametarska transformacija, GRID metoda, T7D, FME

## Transformation of homogeneous fields coordinates in HDKS

**SUMMARY:** Project of the workshop performed in collaboration with State geodetic administration was the comparison of results obtained by transforming coordinates from HTRS96 to HDKS applying Helmerts 7-parameter and GRID method of transformation. The input data are coordinates of geodetic control points in k.o. Dolac, k.o. Tkon and k.o. Pula. T7D program was used to transform input data using GRID method and server FME for the Helmerts 7-parameter transformation. Access to programs along with coordinates of geodetic control points has been provided by the Department for cadastre of State geodetic administration where was performed practical part of the workshop. The result of the comparison are positional differences between transformed points in three municipalities.

**KEYWORDS:** transformation, HTRS96, HDKS, Helmerts 7-parameter transformation, GRID method, T7D, FME

## 1. UVOD

Transformacija različitih geometrijskih podataka postala je gotovo svakodnevna zadaća u katastru te je u ovom, novijem vremenu dobila vrlo važnu ulogu. Ovisno o tome jesu li parametri transformacije unaprijed definirani i poznati ili se moraju empirijski odrediti,

razlikuju se dvije vrste transformacije – konverzija i transformacija (Slika 1.1). Konverzija koordinata je promjena koordinata s obzirom na jedan na jedan vezu iz jednog koordinatnog sustava u drugi koji imaju isti datum (transformacijski parametri unaprijed su definirani i poznati). Transformacija koordinata je promjena koordinata iz jednog referentnog koordinatnog sustava u drugi referentni koordinatni sustav zasnovanog na drugom datumu kroz jedan na jedan vezu (transformacijski se parametri empirijski određuju odnosno računaju) (Hećimović, 2012.).

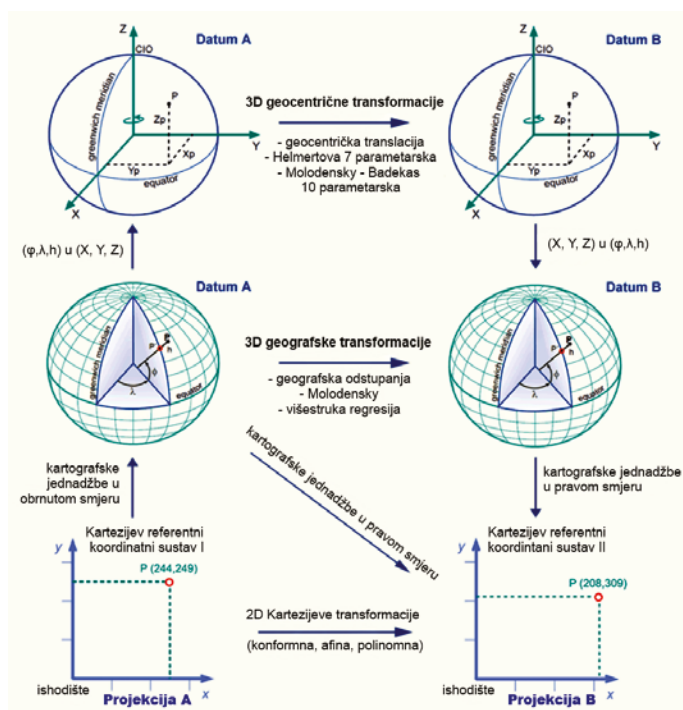
Četiri su osnovna tipa transformacije u 2D koordinatnom sustavu: translacija, promjena mjerila, rotacija i smicanje (Slika 1.2). Sve su složene transformacije u ravnini (afina transformacija, Helmertova 7-parametarska transformacija i dr.) rezultat kombinacije osnovnih tipova transformacije.

Prelaskom na novi referentni koordinatni sustav kartografske projekcije HTRS96/TM postalo je nužno pružiti, ovisno o zahtjevima korisnika za točnošću podataka, učinkovitu metodu međudatumske transformacije. Neke od metoda koje se danas razvijaju su GRID metoda te metoda Helmertove 7-parametarske transformacije, na koje će se detaljnije osvrnuti ovaj rad.

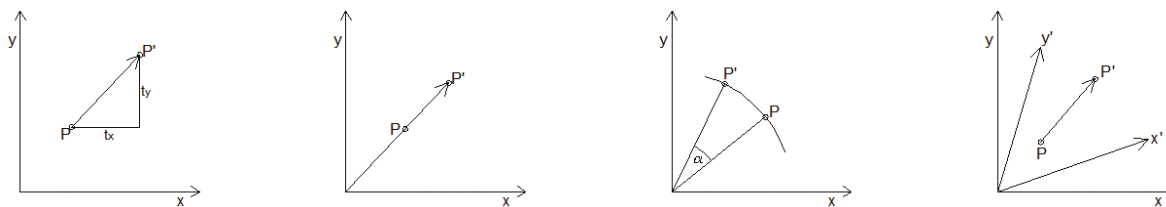
## 2. METODE TRANSFORMACIJE

### 2.1. HELMERTOVA 7 - PARAMETARSKA TRANSFORMACIJA

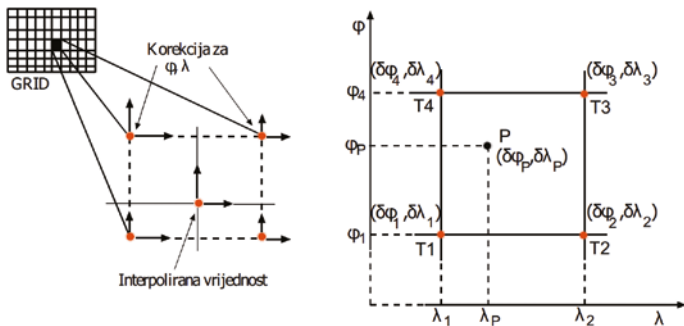
Transformacija između dva datuma koja se provodi preko 3D Kartezijevih koordinata (X,Y,Z) naziva se Helmertova 7-parametarska transformacija, a u stručnoj literaturi poznata je kao 3D slična (konformna) transformacija. Kako prilikom transformacije, tako i pri preslikavanju s plohe elipsoida u ravninu kartografske projekcije, prostorni podatak zadržava svoj oblik.



Slika 1.1. Transformacija i konverzija koordinata (Liker i dr., 2010.)



Slika 1.2. Grafički prikaz osnovnih tipova transformacija (Bill, 1996.)



Slika 2.2.1. Princip GRID transformacije (Liker i dr., 2010.)

Helmertova 7-parametarska transformacija sastoji se od 3 rotacije, 3 translacije i 1 promjena mjerila. Translacija i rotacija prostorni objekt transformiraju u njemu sličan (sukladan) što znači da se 3D transformacijom prostornog objekta čuvaju kutovi, a sve duljine se mijenjaju u istom omjeru. Smjer transformacije ovisan je isključivo o predznaku transformacijskih parametara pa sama transformacija može ići u bilo kojem smjeru uz uvjet da su Eulerovi kutovi mali.

Transformacija točke ovisi o tome promatramo li promjenu vektora položaja točke unutar jednog koordinatnog sustava ili transformaciju kompletnog koordinatnog sustava (time se dobiju dva zasebna koordinatna sustava u odnosu na koje je definiran vektor položaja točke). Iz dva načina promatranja proizlaze dva osnovna podtipa Helmertove 7-parametarske transformacije: transformacija vektora položaja i transformacija koordinatnog okvira.

Budući da je pri transformaciji danih točaka geodetske osnove promatrana promjena vektora položaja unutar jednog koordinatnog sustava posebno će se osvrnuti upravo na oblik transformacije tog podtipa. Helmertova transformacija vektora položaja  $X_A$  iz referentnog okvira A u vektor položaja  $X_B$  u referentnom okviru B ima oblik:

$$X_B = X_A + T_{A,B} + D_{A,B} * X_A + R_{A,B} + X_A$$

odnosno, razvijeno pisano:

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{A,B}^X \\ T_{A,B}^Y \\ T_{A,B}^Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{A,B} * X_A \\ D_{A,B} * X_A \\ D_{A,B} * X_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_{A,B}^Z & \alpha_{A,B}^Y \\ \alpha_{A,B}^Z & 0 & -\alpha_{A,B}^X \\ -\alpha_{A,B}^Y & \alpha_{A,B}^X & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}$$

gdje je

- $X_A$  – vektor položaja točke u referentnom okviru A,
- $X_B$  – vektor položaja točke u referentnom okviru B,
- $T_{A,B}$  – vektor translacije iz referentnog okvira A u B,
- $D_{A,B}$  – promjena mjerila pri transformaciji iz referentnog okvira A u B,
- $R_{A,B}$  – matrica rotacije pri transformaciji iz referentnog okvira A u B.

Helmertova 7-parametarska transformacija koristi se pri računanju transformacijskih parametara homogenog polja. Na temelju izmjerenih identičnih točaka i u novom (HTRS96) i u starom (HDKS) sustavu računaju se transformacijski parametri za svako homogeno polje te se na osnovu tih parametara provodi datumska transformacija. Za

područja županija i blokova austro-ugarske triangulacije transformacijski parametri su određeni u okviru realizacije projekta Zajedničko izjednačenje zadataka 10 x 10 km GNSS mreže 1997. i 2001. godine dok su transformacijski parametri gradova određeni u okviru radova uspostavljanja homogenih polja GNSS točaka na njihovom području. U RH trenutno postoji 199 homogenih polja nove izmjere u koja spadaju i tri katastarske općine čije su koordinate transformirane u ovom projektu.

## 2.2. GRID TRANSFORMACIJA

GRID transformacija je jedinstveni model transformacije kordnata kod koje se parametri transformacije za traženu točku računaju iz vrijednosti parametara transformacije okolnih točaka GRID-a pomoću modela distorzije u točki P, primjenom metode bi-linearne interpolacije u točkama pravilnoga grida i parametrima transformacije za geodetsku širinu ( $\varphi$ ) i duljinu ( $\lambda$ ). Ova metoda se koristi kako kod nas, tako i u svijetu zbog svoje jednostavnosti, učinkovitosti i povećane točnosti koja doseže od 0.1 do 0.3m. Model distorzije pravilnog grida za područje Republike Hrvatske napravljen je na osnovu 5200 točaka oba sustava. Funkcije kovarijance distorzije određene su empirijski, a kao metoda za modeliranje distorzije odabrana je metoda kolokacije po najmanjim kvadratima.

Kako bi se model uspješno primijenio, rezolucija pravilnog GRID modela treba iznositi 1'x1.5' (cca 1860x1980 m). Vrijednosti parametara transformacije tražene točke se računaju metodom bilinearne interpolacije po formulama:

$$\delta\varphi_p = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3XY$$

$$\delta\lambda_p = b_0 + b_1X + b_2Y + b_3XY$$

gdje su:

$$a_0 = \delta$$

$$\varphi_1 a_1 = \delta\varphi_2 - \delta\varphi_1$$

$$a_2 = \delta\varphi_4 - \delta\varphi_1$$

$$a_2 = \delta\varphi_1 + \delta\varphi_3 - \delta\varphi_2 - \delta\varphi_4$$

$$b_0 = \delta\lambda_1$$

$$b_1 = \delta\lambda_2 - \delta\lambda_1$$

$$b_2 = \delta\lambda_4 - \delta\lambda_1$$

$$b_2 = \delta\lambda_1 + \delta\lambda_3 - \delta\lambda_2 - \delta\lambda_4$$

$$X = (\lambda_p - \lambda_1) / (\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$Y = (\varphi_p - \varphi_1) / (\varphi_4 - \varphi_1)$$

- $\varphi_p, \lambda_p$  - geodetske koordinate točke P,
- $\delta\varphi_p, \delta\lambda_p$  - interpolirane vrijednosti korekcija u točki P,
- $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2, \delta\varphi_3, \delta\varphi_4, \delta\lambda_1, \delta\lambda_2, \delta\lambda_3, \delta\lambda_4$  - vrijednosti korekcija u najbližim točkama grida.

### 3. OBRADA PODATAKA

#### 3.1. T7D

T7D je program koji obavlja funkciju transformacije koordinata preko jedinstvenog transformacijskog modela između starog geodetskog datuma HDKS i novog geodetskog datuma HTRS96. U modelu se koriste jedinstveni transformacijski parametri za teritorij cijele Hrvatske izračunati temeljem 5200 točaka uporabom najnovijeg modela geoida HRG2009.

Za osnovni smjer transformacije (ETRS89>HDKS) transformacijski parametri su sljedeći:

$$\begin{aligned}t_x &= -546.61584 \text{ [m]} \\t_y &= -162.37548 \text{ [m]} \\t_z &= -469.48238 \text{ [m]} \\r_x &= + 5.90497746'' \\r_y &= + 2.07396936'' \\r_z &= -11.50993888'' \\d_M &= + 4.43884789 \text{ ppm}\end{aligned}$$

Koordinate točaka za svaku su općinu u program unesene tekstualnom datotekom u obliku jednostavne liste (jednim razmakom odjeljena), ali važno je napomenuti da sustav nudi i mogućnost ručnog unošenja koordinata.

Prije transformacije nužno je:

- podesiti parametre za ulazni i izlazni datum/epohu (HTRS96/ETRS89>>HDKS/Bessel),
- podesiti oblik koordinata (yxH/ENH),
- podesiti primarnu zonu Gauss-Krügerove kartografske projekcije (5. ili 6. zona),
- provjeriti ostale postavke.

Postupak transformacije pokreće se pritiskom na gumb Transformiraj. Rezultat provedene transformacije, ravninske koordinate točaka u HDKS, ispisane su na zaslonu računala te ih je potrebno pospremiti u jednom od oblika (jednostavna lista) kako bi se s njima moglo dalje računati.

#### 3.2. FME

FME je server razvijen za potrebe Državne geodetske uprave koji još uvijek nije dostupan za širu uporabu te ga je Sektor za katastarski sustav ustupio isključivo za potrebe ove radionice.

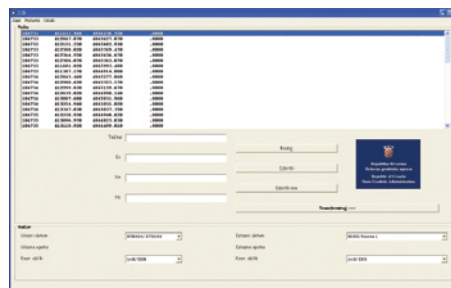
Korišteni su jednaki ulazni podaci kao i kod transformacije koordinata programom T7D, ali su, budući da FME server zahtijeva drukčiji unos podataka, koordinate točaka unesene u cad softver te pohranjene u .dwg obliku.

U izborniku, koji se nalazi sa lijeve strane, odabirom stavke Poslovi pristupa se radnoj plohi za transformaciju podataka. Ponuđene su tri metode transformacije: GRID metoda, 7-parametarska za RH i 7-parametra homogenog polja. Na server se učita .dwg datoteka s koordinatama točaka geodetske osnove, a u padajućim izbornicima podese se:

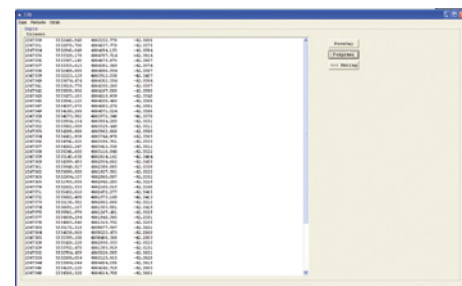
- koordinatni sustav ulazne datoteke (HTRS96/TM),
- koordinatni sustav izlazne datoteke (GK, 5. ili 6. zona),
- transformacija (7-parametara homogenog polja),

Tablica 3.2.1. Popis izračunatih transformacijskih parametara na temelju identičnih točaka u HTRS96/TM i HDKS/GK

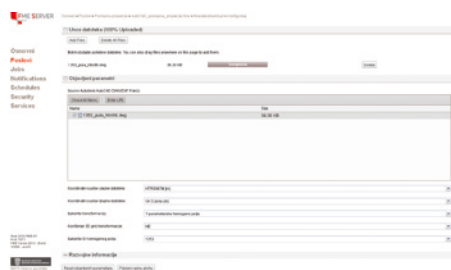
ID	PROJEKTI ZADATAK	IDENTIČNE broj	TX	TY	TZ	M	RX	RY	RZ	"SUSTAV, EPOHA iz koje se transformira u HDKS/GK"
	katastarske općine koje su obuhvaćene izmjerom		m	m	m	ppm	"	"	"	
1100	Katastarska izmjera - Požega (k.o. Dolac)	46	-515,0664	-81,3526	-455,2229	-10,278538	3,849565	2,387098	-10,279965	ETRS89, 1989.0
1247	Općina Tkon (k.o. Tkon)	15	-792,3539	-119,2278	-379,3414	20,248284	4,671472	-5,710533	-9,834324	ETRS89, 1989.0
1353	k.o. Pula, k.o. Fažana, k.o. Peroj (k.o. Pula)	8	-729,2101	-103,4543	-522,6034	28,460151	4,441742	-0,819712	-9,036724	ETRS89, 1989.0



Slika 3.1.1. Sučelje programa T7D – ulazni podaci



Slika 3.1.2. Sučelje programa T7D – izlazni podaci



Slika 3.2.1. Sučelje FME servera – unos podataka

- korištenje GRID transformacije (NE),
- ID homogenog polja.

Transformacijski parametri homogenog polja prethodno su određeni te ih sustav koristi pri transformaciji (Tablica 3.2.1.).

Pritiskom na dugme Pokreni radnu plohu koordinate se transformiraju u HDKS te se pohranjuju u .dwg datoteku.

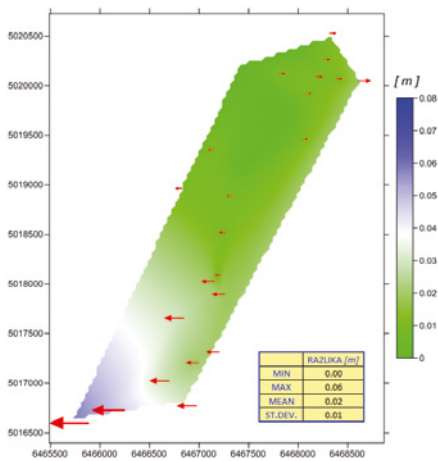
### 4. ZAKLJUČAK

Rezultati su uspoređeni u programu Microsoft Excel. Kao što je bilo i očekivano, koordinate dobivene dvjema različitim metodama transformacije ne poklapaju se u potpunosti, to jest međusobno se razlikuju za određeni iznos. Te razlike su iskazane na grafičkim prikazima (Slika 4.1. do Slika 4.6.). Plavom bojom su prikazane najveće razlike između točaka, dok su one najmanje prikazane zelenom bojom. Crvene strelice označavaju položaje točaka dobivene GRID metodom i smjer u kojem se nalazi ta ista točka dobivena 7P metodom. Relativan odnos duljina strelica označava iznos udaljenosti između transformiranih koordinata po y, odnosno po x osi.

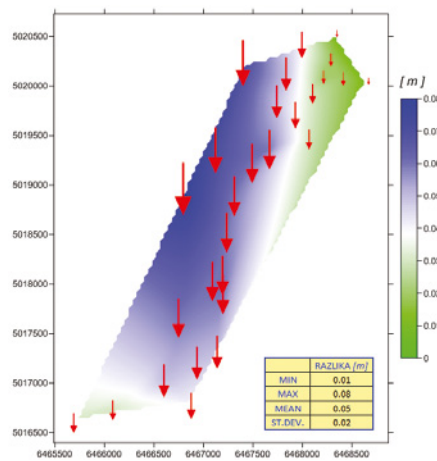
Kao što vidimo u k.o. Dolac razlike između točaka su najveće i u najvećem rasponu, točnije od 0.00 m do 0.06 m Y koordinata, a X koordinata čak do 0.08 m. U k.o. Tkon razlike koordinata su od 0.00 m do 0.03 m i po y i po x osi. U k.o. Pula razlike su vrlo male i u malom rasponu, odnosno od 0.02 m do 0.03 m po y osi, te od 0.00 m do 0.02 m po x osi.

Do spomenutih razlika dolazi zbog različitih algoritama metoda

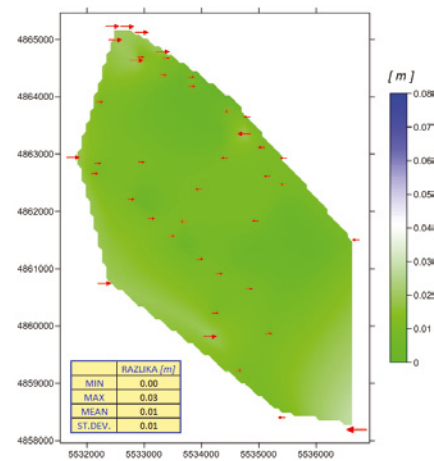




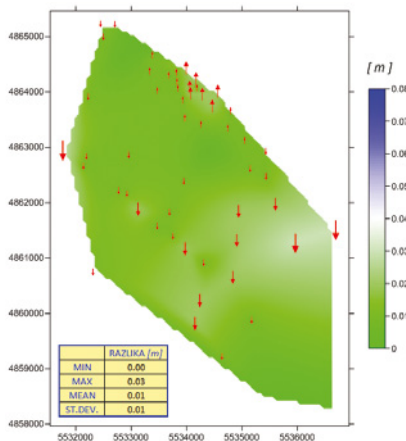
Slika 4.1. K.O. DOLAC – 7P i GRID (po Y)



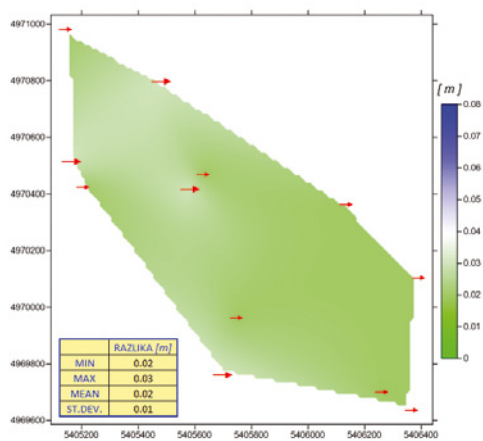
Slika 4.2. K.O. DOLAC – 7P i GRID (po X)



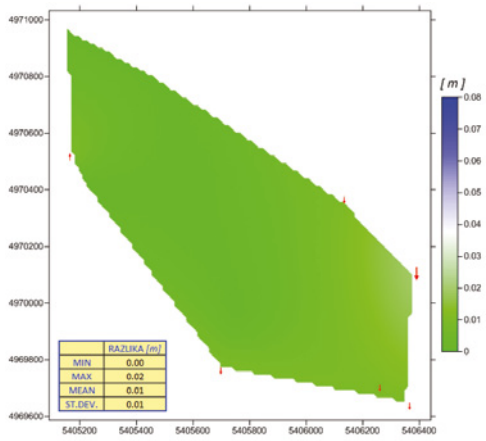
Slika 4.3. K.O. TKON - 7P i GRID (po Y)



Slika 4.4. K.O. TKON – 7P i GRID (po X)



Slika 4.5. K.O. PULA – 7P i GRID (po Y)



Slika 4.6. K.O. PULA – 7P i GRID (po X)

kojima su koordinate transformirane. Zanimljivo je primjetiti da se rasponi udaljenosti između točaka razlikuju od općine do općine. U k.o. Dolac oni obuhvaćaju čak 7 cm, dok je u k.o. Pula to unutar 1 cm. Više je mogućih razloga zbog kojih je došlo do takvih oscilacija između katastarskih općina. Veliki utjecaj ima kvaliteta same izmjere na terenu, ali i lokacija katastarske općine.

Kako su za izračun parametara transformacije GRID metode korištene točke homogenih polja novih izmjera, minimalne razlike dobivene ovom analizom su i očekivane.

**ZAHVALA**

Zahvaljujemo djelatnicima Sektora za katastarski sustav Države

Tablica 4.1. Razlike transformiranih koordinata

	DOLAC			TKON			PULA	
	$\Delta Y$	$\Delta X$	D	$\Delta Y$	$\Delta X$	D	$\Delta Y$	$\Delta X$
MIN	0,00	0,01	0,02	0,00	0,00	0,01	0,02	0,00
MAX	0,06	0,08	0,08	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02
MEAN	0,02	0,05	0,05	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01
ST.DEV.	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01



Slika 4.7. Sudionici radionice

geodetske uprave, a posebno načelnici sektora gđi Maji Pupačić, dipl. ing. geod. na organizaciji ove radionice.

Zahvaljujemo gđi Branki Vorel, dipl. ing. geod. i gđi Elizabeti Bačić, dipl. ing. geod. na pomoći oko ovog rada.

Zahvaljujemo asistentici Mariji Pejaković, dipl. ing. geod. na korisnim savjetima.

**LITERATURA**

- › Liker, M., Barišić, B., Katić, J., Bašić, T. (2010): Transformacija DKP-a u HTRS96/TM pomoću jedinstvenog transformacijskog modela
- › Liker, M., Barišić, B., Vorel, B., Bašić, T. (2010): Problematika vezana uz Helmertovu sedam parametarsku transformaciju
- › Bašić, T. (2013): Predavanja iz kolegija 'Državna izmjera', Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb
- › Hećimović, Ž. (2012) : Predavanja iz kolegija 'Geodetski referentni okviri', Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb
- › Cetl, V. (2002) : Transformacije geometrijskih podataka u katastru, Seminarski rad, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb
- › Bill, R. (1996): Grundlagen der Geo-Informationssysteme. Band 2 Analysen, Anwendungen und neu Entwicklungen, Wichmann Verlag, Heidelberg
- › Bašić, T. (2009): Jedinstveni transformacijski model i novi model geoida Republike Hrvatske
- › Pravilnik o načinu izvođenja geodetskih radova, Državna geodetska uprava, Narodne novine br. 87/09
- › URL-1: Državna geodetska uprava, Upute za program T7D [Internet], <raspoloživo na: [http://www.dgu.hr/UserDocsImages/T7D\\_Upute.pdf](http://www.dgu.hr/UserDocsImages/T7D_Upute.pdf) >, [pristupljeno 2. 4. 2013.]
- › URL-2: Državna geodetska uprava, FME server, [Internet], <raspoloživo na: <http://dgu-fme-01/fmeserver/> >, [pristupljeno 2. 4. 2013.]