

Tihana Škrinjarić, mag. oec.<sup>1</sup>

## MJERENJE DIVERSIFIKACIJE PORTFELJA

## MEASURING PORTFOLIO DIVERSIFICATION

---

**SAŽETAK:** Moderna teorija portfelja i u okviru nje Markowitzev model podrazumijevaju kako je portfelj koji se nalazi na efikasnoj granici dobro diversificiran portfelj, jer takav portfelj označava rizik koji je manji u odnosu na pojedinačne rizike dionica koje ga čine. S obzirom da je efikasno ulaganje i danas vrlo aktualna tema, posebice zbog svjetske krize u kojoj se još uvijek nalazimo, svrha rada je prikazati nekoliko najčešćih mjera diversifikacije portfelja, te prikazati primjere nad portfeljima formiranim na Zagrebačkoj burzi.

**KLJUČNE RIJEČI:** mjere diversifikacije portfelja, dionice, portfelj, Zagrebačka burza

**ABSTRACT:** Modern portfolio theory suggests that portfolios on the efficient frontier are well diversified. One of the main characteristics of these portfolios is the risk which is smaller compared to the risks of individual stocks of which it consists. Efficient allocation of investors' resources is always an actual subject of interest, especially today when we are still suffering the consequences of the global crisis. The purpose of this paper is to examine the most common measures of portfolio diversification and to show examples by using data from Zagreb Stock Exchange.

**KEY WORDS:** portfolio diversification measures, stocks, portfolio, Zagreb Stock Exchange

---

### 1. UVOD

Moderna teorija portfelja objašnjava kako ulagatelji prilikom odabira dionica u koje će ulagati uzimaju u obzir prinose s jedne, te rizik dionica s druge strane. Optimizacijom Markowitzeva modela (1952) dobiva se odgovor na pitanje koliki udio sredstava s kojima raspoložemo uložiti u pojedinu dionicu kako bi tako oblikovan portfelj bio smješten na efikasnoj granici. To znači da takav portfelj za danu razinu rizika ostvaruje najveći prinos, odnosno za danu razinu prinosa ostvaruje najmanji rizik u usporedbi s ostalim portfeljima iz skupa mogućih rješenja.

---

<sup>1</sup> Tihana Škrinjarić, mag. oec., vanjska suradnica na Katedri za matematiku Ekonomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Trg J. F. Kennedyja 6.

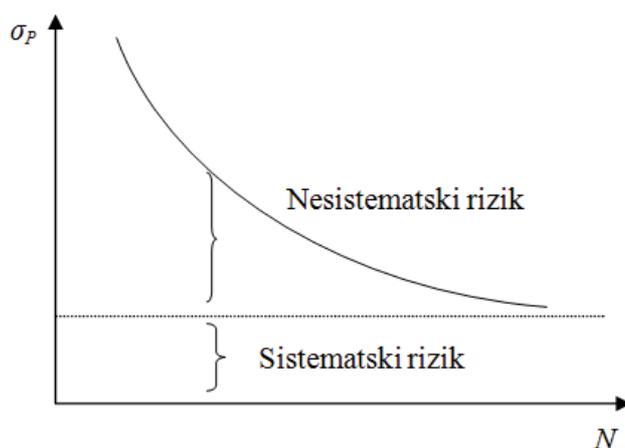
Nakon oblikovanja Markowitzeva modela, dugi niz godina autori raspravljaju o diversifikaciji portfelja, ali ne znaju kako ju kvantificirati. I prije Markowitzeva doprinosa ulagateljskoj literaturi raspravljalo se o diversifikaciji, ali bezuspješno u pogledu oblikovanja nekakvih mjera. Pod diversifikacijom portfelja podrazumijeva se konstrukcija portfelja koja će rezultirati smanjenjem rizika portfelja, bez žrtvovanja njegova prinosa (Fabozzi i Markowitz 2002). Nekoliko godina prije pionirskog rada Markowitza D. H. Leavens (1945) je temeljem analize istraživanja u proteklih 25 godina zaključio kako većina autora smatra diversifikaciju povoljnom, međutim bez dodatnog obrazloženja zašto. Markowitz je bio prvi koji je povezo kovarijancu među prinosima dionica s rizikom portfelja i time dao značajan doprinos području ulaganja, u odnosu na dotadašnji pristup diversifikaciji. Prvi značajniji radovi koji naglašavaju važnost diversifikacije datiraju (osim radova Markowitza) na kraj 60-ih godina prošloga stoljeća. Tu pripadaju pionirski radovi Evansa i Archera (1968) te Fishera i Loriea (1970). Međutim, oni nisu kvantificirali diversifikaciju portfelja, već su definirali minimalnu veličinu portfelja temeljem koje je on prikladno diversificiran kao onu veličinu pri kojoj dodatno povećanje portfelja za koje su troškovi stjecanja takvog (novog) portfelja veći od koristi smanjenja rizika. Tijekom godina razvija se nekoliko mjera koje pokušavaju kvantificirati koliko je dobro odabrani portfelj diversificiran.

U Hrvatskoj je ovakva vrsta analize ostala zanemarena, unatoč popularizacije Markowitzeva portfelja (vidjeti primjerice, Briš, Kristek, Mijoč 2008, Jakšić 2007, Jerončić i Aljinović 2011, Aljinović i Šego 2006) i njegovih ekstenzija (Aljinović, Marasović i Tomić-Plazibat, 2005), hrvatski radovi do sada nisu razmatrali mogućnosti mjerenja diversifikacije, osim Bahovec i Škrinjarić (2013). Stoga je cilj ovoga članka prikazati učestalo korištene mjere diversifikacije portfelja uz nekoliko primjera, u svrhu boljeg upoznavanja ulagatelja s mogućnostima njihova korištenja. Na taj način ulagatelji mogu kvantitativno usporediti više portfelja temeljem različitih mjera diversifikacije, i na taj način sami rangirati analizirane portfelje. Stoga drugo poglavlje prikazuje mjere koje se primarno odnose na veličinu portfelja i na udjele dionica u njemu, treće poglavlje usmjereno je na mjere koje uzimaju u obzir rizik dionica i cjelokupnog portfelja. U četvrtom poglavlju dan je izračun i usporedba analiziranih mjera zajedno s interpretacijama i konačno, peto poglavlje zaključuje rad.

## **2. MJERE DIVERSIFIKACIJE VEZANE ZA VELIČINU PORTFELJA**

Inicijalna kvantifikacija mjera diversifikacije odnosila se na veličinu portfelja, pri čemu su autori razmatrali koliko dionica čini dobro diversificiran portfelj. Evans i Archer (1968) vjerojatno su najcitiraniji autori u udžbenicima (Statman 1987), s obzirom da su među prvima razmatrali broj dionica potrebnih kako bi portfelj bio dovoljno diversificiran. U analizi su formirali portfelje s različitim brojem dionica i za svaki računali standardnu devijaciju te ju potom regresirali na inverz broja dionica koje su činile te portfelje. Tvrdili su kako je portfelj koji je sastavljen od desetak dionica dobra aproksimacija tržišnog portfelja. Fisher i Lorie (1970) u svom radu smanjuju taj broj na osam dionica, pri čemu su tvrdili kako je odabirom tolikog broja dionica u portfelj gotovo 80% rizika portfelja smanjeno u odnosu na inicijalnu razinu. Spomenuti autori promatrali su stopu pri kojoj se varijanca nasumično odabranog portfelja smanjuje kako se povećava broj dionica u portfelju. Sukce-

sivnim dodavanjem novih dionica u portfelj promatrali su kako se mijenja ukupan rizik portfelja i utvrdili negativnu vezu. Grafički prikaz ovoga rezultata vrlo je popularan u financijskoj i ulagateljskoj literaturi i dan je na slici 1. Vidljivo je kako se povećanjem broja dionica u portfelju ( $N$ ) smanjuje standardnu devijaciju portfelja sve do razine sistematskog (tržišnog) rizika kojega nije moguće ukloniti.



Slika 1. Sistematski i nesistematski rizik

Izvor: izradila autorica.

Statman (1987) je u svojoj analizi pokazao kako je optimalan broj dionica za držanje u portfelju 30 dionica za ulagatelje koji od drugih posuđuju dodatna sredstva, dok je 40 dionica optimalan broj za ulagatelje koji drugima posuđuju. Većina radova tog razdoblja mjere varijancu (ili standardnu devijaciju) portfelja nakon svake nove uključene dionice u portfelj, pri čemu uočavaju „pravilnost“ koja se očituje u smanjenju varijance portfelja kako broj dionica raste (vidjeti primjerice, Solnik (1974), Upton, Jessup i Matsumoto (1975), Murphy (1991)). Stoga se kao prva (kruta) mjera diversifikacije portfelja uzima broj dionica koje ga čine,

$$N. \tag{1}$$

Radovi također temeljem rezultata empirijskih analiza preporučaju optimalan broj dionica temeljem usporedbe standardnih devijacija portfelja za različit broj dionica koje su ih činile. Stoga se može reći kako te prve preporuke nisu imale uporište u teoriji, već su se temeljile na rezultatima analize nad odabranim uzorcima dionica. Zato i ne čudi što se preporučeni broj dionica razlikuje od jedne studije do druge. I u novije doba koristi se ova skupina mjera, pri čemu se formira određen broj portfelja u kojemu varira broj dionica. Potom se izračunaju standardne derivacije za svaki od portfelja i procijeni se jednostavan model linearne regresije (vidjeti primjerice, Suqair i Ziyud, 2011):

$$y_i = \alpha + \beta \frac{1}{x_i} + \varepsilon_i, \tag{2}$$

u kojem je  $y_i$  standardna devijacija portfelja,

$1/x_i$  recipročna vrijednost veličine portfelja (broja dionica u portfelju), te  $\varepsilon_i$  predstavlja slučajnu komponentu.

U modelu (2) se promatra statistička značajnost varijable  $x_i$ . Ako se utvrdi da je varijabla značajna za model, to će upućivati da povećanjem broja dionica u portfelj (do neke granice) povlači za sobom smanjenje rizika samog portfelja. Unatoč nedostacima, i dalje je pristup Evansa i Archera (1968) vrlo popularan, zbog jednostavnosti.

Wagner i Lau (1971) te Barnea i Logue (1973) raspravljaju o koeficijentu determinacije  $R^2$  u modelu procjenjivanja kapitalne imovine (*Capital Asset Pricing Model*, CAPM). Ako promotrimo sam model:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + \varepsilon_{it}, \quad (3)$$

gdje  $r_{it}$  predstavlja višak prinosa na promatranu vrijednosnicu  $i$  za period  $t$ ,

$\alpha_i$  komponentu prinosa vrijednosnice  $i$  koju ne objašnjava tržište,

$\beta_i$  odnos kovarijance između prinosa na vrijednosnicu  $i$  i prinosa na tržišni indeks,

$r_{mt}$  višak prinosa na tržišni indeks za period  $t$ , te

$\varepsilon_{it}$  predstavlja slučajnu komponentu,

spomenuti autori razmatraju varijancu izraza (3):

$$Var(r_{it}) = Var(\alpha_i + \beta_i r_{mt} + \varepsilon_{it}), \quad (4)$$

odnosno

$$Var(r_{it}) = \beta_i^2 Var(r_{mt}) + Var(\varepsilon_{it}). \quad (5)$$

S lijeve strane jednakosti nalazi se zapravo ukupni rizik predstavljen koeficijentom determinacije, te je sastavljen od sistematskog rizika i nesistematskog rizika, prikazanih s desne strane jednakosti. Logika ovakve mjere sastoji se u sljedećem. Što je veći  $R^2$ , to je portfelj bolje diversificiran, s obzirom da prinosi pojedinačnih dionica u većoj mjeri slijede tržišne prinose. Prednost ovakve mjere jest njena jednostavnost, s obzirom na današnje mogućnosti *software*-a i različitih programa koji omogućavaju vrlo brz izračun koeficijenta determinacije u okviru modela procjenjivanja kapitalne imovine. S obzirom da koeficijent determinacije poprima vrijednosti u intervalu  $[0,1]$ , ova mjera sugerira kako je dobro diversificiran portfelj onaj čije dionice karakteriziraju individualni  $R^2$  blizu jedan, i suprotno.

1975. godine Blume i Friend (1975) uvode mjeru koja promatra odstupanje individualnog portfelja od tržišnog. S obzirom da je udio svake dionice na cijelom tržištu kapitala vrlo malen, Blume i Friend razvijaju mjeru u kojoj mjere odstupanje udjela pojedine dionice

u pojedinačnom portfelju od njenog udjela na tržištu. Formalno, mjera je nazvana zbroj kvadrata udjela u portfelju (engl. *Sum of squared portfolio weights, SSPW*), te je njen zapis sljedeći:

$$SSPW = \sum_{i=1}^N (w_i - w_{mi})^2 = \sum_{i=1}^N \left( w_i - \frac{1}{N_m} \right)^2, \quad (6)$$

pri čemu  $w_i$  predstavlja udio  $i$ -te dionice u individualnom portfelju ulagatelja,  $w_{mi}$  njen udio na cjelokupnom tržištu kapitala,  $N$  predstavlja broj dionica koje ulagatelj posjeduje, dok  $N_m$  predstavlja ukupan broj dionica na tržištu. S obzirom da se pretpostavlja kako je na tržištu prisutan velik broj dionica, izraz  $1/N_m$  teži nuli, stoga SSPW mjera postaje

$$SSPW = \sum_{i=1}^N \left( w_i - \frac{1}{N_m} \right)^2 \approx \sum_{i=1}^N w_i^2. \quad (7)$$

Što je iznos ove mjere manji, to je portfelj bolje diversificiran (jer na taj način promatrani portfelj vrlo malo odstupa od tržišnog).

Woerheide i Persson (1993) definiraju nekoliko mjera diversifikacije temeljem mjera iz statistike. Prva mjera je komplementarna Herfindahlovom indeksu, koja je dana kao indeks diversifikacije (engl. *Diversification index, DI*):

$$DI(1) = 1 - \sum_{i=1}^N w_{mi}^2, \quad (8)$$

pri čemu su oznake jednake kao za prethodnu mjeru. Ako se radi o savršenoj diversifikaciji, indeks će iznositi 1, dok će za potpuno odsustvo diversifikacije indeks biti jednak nuli (radi se o samo jednoj dionici u portfelju<sup>2</sup>). U svom radu razvijaju još nekoliko mjera temeljem prethodno razvijanih mjera koncentracije, pri čemu se ovdje navodi samo prva spomenuta zbog zaključka samih autora kako je upravo  $DI(1)$  najbolja<sup>3</sup>, te je jednostavnog izračuna.

Može se donijeti nekoliko zaključaka temeljem mjera prezentiranih u ovome poglavlju. Prvo, spomenute mjere ne uzimaju u obzir rizik portfelja, niti pojedinačnih vrijednosnica, već se odnose na broj dionica u portfelju i njihove udjele. Nadalje, temelje se i na usporedbi sastava individualnog portfelja s tržišnim, s obzirom na stavove autora kako su tržišni portfelji dobro diversificirani zbog zanemarivog udjela pojedine dionice na tržištu. Konačno, analizirane mjere su relativno jednostavne za izračun, stoga ne bi trebalo biti poteškoća prilikom njihova izračuna. Međutim, sama bit diversifikacije u Markowitzevom smislu leži u riziku portfelja koji je manji u odnosu na pojedinačne rizike dionica koje ga čine, zbog uzimanja u obzir tih međuodnosa. Stoga se sljedeća točka bavi mjerama koje uzimaju u obzir nedostatke uočene u ovoj prvoj skupini mjera.

<sup>2</sup> Valja napomenuti da se spomenuto odnosi na držanje jedne dionice u portfelju ako postoji samo jedna dionica na tržištu, što autor nije spomenuo. Ako se odbaci nespomenuta pretpostavka, onda je portfelj to bolje diversificiran ako je vrijednost  $DI(1)$  što manja.

<sup>3</sup> Doduše, ne navode razlog prema kojem kriteriju je najbolja.

### 3. MJERE DIVERSIFIKACIJE TEMELJENE NA RIZIKU

S obzirom da je cilj diversifikacije u Markowitzevom modelu oblikovati portfelj čiji će rizik biti manji u odnosu na pojedinačne rizike, u sljedećim godinama razmatraju se mjere koje to pokušavaju uzeti u obzir. Rizik je najčešće mjeren varijancom, odnosno standardnom devijacijom, stoga se uspoređuju spomenute veličine cjelokupnog portfelja i individualnih dionica. Tako primjerice, Goetzmann i ostali (2005) i Goetzmann i Kumar (2008) razmatraju normaliziranu varijancu portfelja,  $NV$  (engl. *Normalized variance*), danu sljedećim izrazom:

$$NV = \frac{\sigma_P^2}{\bar{\sigma}^2}, \quad (9)$$

gdje  $\sigma_P^2$  predstavlja varijancu portfelja, a  $\bar{\sigma}^2$  prosjek varijanci svih dionica razmatranog portfelja. Objašnjavaju kako se varijanca portfelja može reducirati odabirom dionica čije su međusobne kovarijance male, pri čemu je manja vrijednost normalizirane varijance to bolja za ulagatelja. Ova mjera je zapravo izuzetno jednostavna, ali obuhvaća u sebi samu bit diversifikacije u Markowitzevom smislu. Direktno uspoređuje rizik portfelja s rizikom pojedinačnih sastavnica koje ga čine, neovisno o broju dionica koje se nalaze u portfelju.

Kao jednu od novijih mjera u ovoj skupini može se spomenuti ona dana u radu Chouiefaty i Coingard (2008). Definirali su diversifikacijski omjer, u kojemu stavljaju u odnos vaganu prosječnu volatilitnost (standardne devijacije) dionica koje čine portfelj i volatilitnosti portfelja:

$$D(P) = \frac{P' \Sigma}{\sqrt{P' VP}}, \quad (10)$$

pri čemu je diversifikacijski omjer  $D(P)$  definiran kao što je spomenuto, omjerom prosječne vagane standardne devijacije dionica iz portfelja (dobivene umnoškom transponiranog vektora udjela dionica u portfelju  $P$  i vektora volatilitnosti njihova prinosa  $\Sigma$ ) i volatilitnosti portfelja definiranog kao drugi korijen od umnoška vektora udjela dionica u portfelju i matrice varijanci i kovarijanci  $V$  (radi se naprosto o standardnoj devijaciji portfelja). Cilj ulagatelja trebao bi biti traženje maksimalnog omjera  $D(P)$ , pri čemu je on jednak jedinici ako se radi o portfelju s jednom dionicom, pa diversifikacija nije prisutna. Ako se usporede mjere dane u (9) i (10), potonja mjera je zapravo varijacija prve mjere. Dok Goetzmann i ostali (2005) u brojnik omjera smještaju varijancu portfelja (a mogu se zapravo i u omjer stavljati standardne devijacije), dok u nazivnik prosječnu varijancu dionica koje ga čine, Chouiefaty i Coingard (2008) u brojnik smještaju prosječnu vaganu standardnu devijaciju dionica koje čine portfelj, a u nazivnik standardnu devijaciju portfelja. Zbog toga se u prvoj mjeri teži njenjnoj minimizaciji, a u drugoj obrnuto, maksimizaciji.

Osim spomenutih mjera, u novije doba uzima se u obzir i prosječna korelacija prinosa između dionica koje su odabrane u portfelj. Logično, manja korelacija među prinosa razmatranih dionica povoljno doprinosi diversifikaciji portfelja, ali nema određenog pravila je li bolje da su dionice u prosjeku negativno korelirane u portfelju ili da je korelacija toliko mala da je gotovo odsutna. U posljednje vrijeme razvijaju se mjere koje se odnose

na portfelje koji se sastoje ne samo od dionica, već i drugih vrijednosnih papira, primjerice opcija. Kirchner i Zunckel (2011) razvili su takvu mjeru, koja je definirana pomoću distribucija vjerojatnosti. Analizom ove skupine mjera diversifikacije može se zaključiti kako je spomenuta skupina relativno mlada u odnosu na prvu skupinu mjera. Za potrebe ovoga istraživanja nisu pronađeni radovi koji su razvijali ovakve mjere prije 2005. godine. Iz tog razloga postoji potencijal daljnjeg razvoja ove skupine mjera, koje ispravno uzimaju u obzir rizike cjelokupnog portfelja i individualnih dionica. Sljedeće poglavlje će se sukladno prezentiranim mjerama fokusirati na njihovu primjenu nad portfeljima formiranim na Zagrebačkoj burzi.

#### 4. PRIMJERI IZRAČUNA MJERA DIVERSIFIKACIJE

U ovome poglavlju dan je prikaz rezultata izračuna nekoliko mjera diversifikacije na primjeru nekolicine portfelja formiranih optimizacijom Markowitzeva modela na Zagrebačkoj burzi. Kao programska podrška korišten je Excel. S internetskih stranica Zagrebačke burze prikupljene su cijene za uzorak od 24 dionice<sup>4</sup> za razdoblje od ožujka 2009. do ožujka 2010. godine. Prinosi na svaku dionicu  $i$  u vremenskom razdoblju  $t$  izračunati su kao kontinuirani prinosi pomoću formule (Aljinović, Marasović i Šego, 2011):

$$r_i(t) = \ln \left( \frac{P_i(t)}{P_i(t-1)} \right), \quad i = 1, \dots, I, \quad (11)$$

gdje  $r_i(t)$  predstavlja prinos na dionicu  $i$  za razdoblje  $t$ , a  $\ln$  prirodni logaritam. Očekivan prinos dionice  $i$ ,  $E(r_i)$ , izračunat je kao

$$E(r_i) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_i(t), \quad i = 1, \dots, I. \quad (12)$$

Pojedinačne varijance  $\sigma_i^2$  te kovarijance  $cov(r_i, r_j)$  izračunate su pomoću sljedećih formula:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [r_i(t) - E(r_i)]^2, \quad i = 1, \dots, I, \quad (13)$$

te

$$cov(r_i, r_j) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [r_i(t) - E(r_i)][r_j(t) - E(r_j)]. \quad (14)$$

<sup>4</sup> Radi se o sljedećim dionicama: ZVCV-R-A, VIRO-R-A, PBZ-R-A, PDBA-R-A, PODR-R-A, PTKM-R-A, PUNT-R-A, SLRS-R-A, SNHO-R-A, SUNH-R-A, LEDO-R-A, LKRI-R-A, LRH-R-A, JNAF-R-A, KNZM-R-A, KODT-R-A, KOEI-R-A, KORF-R-A, BLSC-R-A, BLJE-R-A, CKML-R-A, ERNT-R-A, ADPL-R-A, te ADRS-R-A. Dionice su odabrane temeljem kriterija da se u odabranom vremenskom rasponu svakog mjeseca trgovalo njima (kako bi se mogla provesti optimizacija Markowitzeva modela). Vremensko razdoblje je odabrano nasumično, s obzirom da cilj rada nije bio pronaći najbolju strategiju trgovanja temeljem mjera diversifikacije, već prikazati i komentirati izračun spomenutih mjera.

Markowitzev model korišten u radu sljedeće je formulacije:

$$\max_{w_i} E(r_P) = \sum_{i=1}^I w_i E(r_i)$$

uz ograničenja

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^I w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^I 2w_i w_j \text{cov}(r_i, r_j)} \leq c$$

$$\sum_{i=1}^I w_i = 1$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, I.$$

Funkcija cilja u optimizaciji jest prinos portfelja,  $E(r_P)$ , koji se definira kao ponderiran prosjek prinosa dionica koje ga čine. Ponderi pojedine dionice označeni su sa  $w_i$ . Ograničenja u modelu su sljedeća: rizik portfelja,  $\sigma_P$ , mjeren standardnom devijacijom portfelja ne može premašiti određenu granicu  $c$ , pri čemu je ta granica mijenjana od razine 6% do 15%. Nadalje, nametnuta su ograničenja da je zbroj udjela dionica koje čine portfelj jednaka 1, kao i ograničenje na nenegativnost samih udjela, što podrazumijeva odsustvo kratke prodaje.

Za potrebe prikaza izračuna mjera, najprije je optimizirano ukupno 10 Markowitzevih modela, čiji su rezultati dani u tablici 1. Prikazani su očekivan prinos i rizik portfelja te udjeli svake od dionica koje pripadaju pojedinačnom portfelju. Ako se promotri tablica 1, može se uočiti kako se struktura razmatranih portfelja razlikuje, što će omogućiti kvalitetniju analizu istih.

**Tablica 1.** Rezultati optimizacije Markowitzeva modela na Zagrebačkoj burzi

Rizik	Očekivan prinos	ZVCV-R-A	PDBA-R-A	SNHO-R-A	LRH-R-A	KNZM-R-A	CKML-R-A	ADPL-R-A	ADRS-R-A
0,060	0,0535	0	0,1351	0,0379	0,2819	0,0574	0,1189	0,3688	0
0,062	0,0566	0	0,1160	0,0563	0,2935	0,0809	0,0707	0,3825	0
0,064	0,0590	0	0,1014	0,0690	0,3031	0,0966	0,0323	0,3905	0,0071
0,066	0,0613	0	0,0899	0,0754	0,3104	0,0898	0	0,3916	0,0429
0,068	0,0631	0,0045	0,0724	0,0922	0,3048	0,0333	0	0,4229	0,0698
0,070	0,0647	0,0069	0,0538	0,1069	0,3001	0	0	0,4461	0,0862
0,075	0,0675	0	0,0033	0,1368	0,2935	0	0	0,4733	0,0932
0,080	0,0693	0	0	0,2007	0,2204	0	0	0,5247	0,0542
0,100	0,0736	0	0	0,3562	0,0158	0	0	0,6280	0
0,150	0,0758	0	0	0,7448	0	0	0	0,2552	0

Izvor: izračun autorice.

Za svaki od portfelja izračunate su sljedeće mjere diversifikacije:  $N$ ,  $SSPW$ ,  $DI(1)$ , izvršena je procjena modela u kojoj rizik portfelja ovisi o recipročnoj vrijednosti broja dionica koje ga čine,  $NV$ ,  $D(P)$  te prosječna korelacija dionica u svakom od portfelja. Rezultati su prikazani u tablici 2.

Tablica 2. Rezultati izračuna pojedinih mjera diversifikacije portfelja

Portfelj	Standardna devijacija	Prinos	$N$	$SSPW$	$DI(1)$	$NV$	$D(P)$	Prosječna korelacija
1	0,06	0,053528	6	0,252618	0,965575	0,136986	4,392998	0,0547813
2	0,062	0,056584	6	0,260633	0,965575	0,14627	4,041289	0,0547813
3	0,064	0,059004	7	0,269847	0,946378	0,158351	3,751036	0,1382349
4	0,066	0,061257	6	0,273354	0,948555	0,164475	3,540786	0,1334177
5	0,068	0,063145	7	0,291546	0,96752	0,158661	3,331146	0,1682347
6	0,07	0,064696	6	0,310863	0,971372	0,156199	3,119862	0,1865754
7	0,075	0,067504	5	0,337531	0,971605	0,196515	2,596245	0,1637124
8	0,08	0,069338	4	0,367081	0,97369	0,236127	2,336906	0,0538013
9	0,1	0,073627	3	0,521482	0,992887	0,352816	1,647897	-0,053683
10	0,15	0,075839	2	0,619818	0,996341	0,700804	1,500754	-0,180108

Izvor: izračun autorice.

Tako je, primjerice, vidljivo da su prema osnovnoj mjeri broja dionica u portfelju  $N$  treći i peti portfelj po redu sa sedam dionica bliski rezultatima Fishera i Loriea (1970), dok svi ostali portfelji imaju manji broj dionica. Posljednji, deseti portfelj je prema ovoj mjeri najmanje diversificiran s obzirom da ga čine samo dvije dionice. Kada bi se ulagatelj ograničio samo na ovu mjeru, odabrao bi uložiti u treći ili peti portfelj.

Sljedeća je  $SSPW$  mjera, koja mjeri odstupanje svakog razmatranog portfelja od tržišnog. Rezultati rangiranja prema ovoj mjeri razlikuju se u odnosu na krutu mjeru  $N$ . Vidljivo je kako je prvi portfelj prema  $SSPW$  mjeri najbolje diversificiran, nakon njega slijedi upravo drugi portfelj, itd., do posljednjeg desetog portfelja koji je najmanje diversificiran jer je njegova vrijednost  $SSPW$  mjere ujedno i najveća. Prema razmotrene dvije mjere do sada, posljednji portfelj je najlošiji, što obje potvrđuju.

Razmotri li se  $DI(1)$  mjera<sup>5</sup>, najbolje je diversificiran treći portfelj, pa slijedi četvrti, do posljednjeg, desetog portfelja. Dakle, ovdje se promatra najmanja vrijednost indeksa diversifikacije. Razmatranjem normalizirane varijance  $NV$  može se doći do zaključka kako je prvi portfelj najviše diversificiran s obzirom na najmanju vrijednost tog indeksa. Lako se napravi poredak do posljednjeg portfelja, koji se i u ovome slučaju pokazuje upravo deseti portfelj. Diversifikacijski omjer  $D(P)$  za razliku od indeksa diversifikacije ukazuje na dobro diversificiran portfelj što je taj omjer veći. Može se uočiti u pretposljednem stupcu tablice 2, kako je ponovno prvi portfelj vodeći, sve do konačnog desetog portfelja. Naposljetku, posljednji stupac tablice prikazuje prosječnu korelaciju dionica u pojedinom portfelju. Vidljivo je kako prvi, drugi i osmi portfelj imaju najmanju prosječnu korelaciju, dok posljednja dva portfelja obilježava negativna korelacija među dionicama. Najveća prosječna korelacija prisutna je u portfelju 6.

Konačno, za bolji pregled rangiranja pojedinih portfelja, sastavljena je tablica 3, kako bi se jednostavnije usporedili pojedinačni portfelji s obzirom na različite mjere rizika, pri

<sup>5</sup> Uz uvažavanje napomene u bilješki 1.

čemu je prosječna korelacija ostavljena bez rangiranja portfelja. Vidljivo je što je već spomenuto, kako je najmanja prosječna korelacija za portfelje 1 i 2, koji su ujedno visoko rangirani prema ostalim mjerama. S druge strane, portfelj 8 ima također malu prosječnu korelaciju, ali je prema drugim mjerama puno lošije rangiran. Kao i što posljednja dva portfelja, 9 i 10 imaju čak negativnu korelaciju među dionicama, ali su upravo ta dva portfelja „najgori“ prema gotovo svim ostalim mjerama diversifikacije. S obzirom na rezultate rangiranja u tablici 3, može se zaključiti kako je većina mjera ukazala na dobru diversifikaciju portfelja 1 i 2, pri čemu ih portfelj 3 dobro slijedi, dok su najmanje diversificirani portfelji 8, 9 i 10.

**Tablica 3.** Rangiranje portfelja u ovisnosti o odabranoj mjeri diversifikacije

Portfelj	Mjera diverzifikacije					Prosječna korelacija
	<i>N</i>	<i>SSPW</i>	<i>DI(1)</i>	<i>NV</i>	<i>D(P)</i>	
1	2	1	2	1	1	0,054781328
2	2	2	2	2	2	0,054781328
3	1	3	1	4	3	0,138234934
4	2	4	1	6	4	0,13341769
5	1	5	3	5	5	0,168234748
6	2	6	4	3	6	0,186575386
7	3	7	5	7	7	0,163712439
8	4	8	6	8	8	0,053801294
9	5	9	7	9	9	-0,05368277
10	6	10	8	10	10	-0,180107675

Izvor: izračun autorice.

Nadalje, procijenjen je regresijski model u kojemu je zavisna varijabla bila varijanca pojedinog portfelja, dok je nezavisna varijabla bila recipročna vrijednost broja dionica u portfelju. Rezultati su sljedeći:

$$\hat{\sigma} = -0.004 + 0.049 \cdot \frac{1}{N}, \quad (11)$$

pri čemu je u uglatoj zagradi dana pripadna *t*-vrijednost temeljem koje se može zaključiti kako je varijabla broj dionica značajna u modelu. Rezultati su u skladu s prethodnim analizama, doista postoji recipročna veza između broja dionica u portfelju i standardne devijacije portfelja.

Konačno, u okviru modela procjene kapitalne imovine, za svaku dionicu koja se razmatrala u radu izdvojen je koeficijent determinacije kako bi se sagledale mogućnosti za diversifikaciju kako to objašnjavaju Wagner i Lau (1971) i Barnea i Logue (1973). Rezultati su prikazani u tablici 4. Prema spomenutim autorima, one dionice čiji je  $R^2$  visok trebale bi ući u portfelj i na taj način će ulagatelj posjedovati dobro diversificiran portfelj. To bi trebale biti dionice PODR, ADRS, LKRI, PTKM, KORF, PUNT i VIRO ako bi se povukla granica na minimalan iznos od 0.7. Podebljano su označene dionice koje su uzete u portfelj prilikom optimizacije Markowitzeva portfelja, pri čemu se može uočiti kako se čini da je situacija

upravo suprotna. Od osam dionica koje su označene, njih pet ima izuzetno niske koeficijente determinacije, što upućuje na nekonzistentnost ove mjere s optimizacijom Markowitzeva modela.

**Tablica 4.** Koeficijent determinacije u modelu procjenjivanja kapitalne imovine, za pojedinu dionicu

Dionica	$R^2$	Dionica	$R^2$
PODR	0,88	<b>CKML</b>	<b>0,45</b>
<b>ADRS</b>	<b>0,86</b>	BLSC	0,39
LKRI	0,86	LEDO	0,36
PTKM	0,83	SUNH	0,26
KORF	0,73	ERNT	0,24
PUNT	0,73	<b>ZVCV</b>	<b>0,18</b>
VIRO	0,72	SLRS	0,16
PBZ	0,71	<b>ADPL</b>	<b>0,13</b>
KOEI	0,68	JNAF	0,11
<b>KNZM</b>	<b>0,66</b>	<b>SNHO</b>	<b>0,08</b>
KODT	0,55	<b>PDBA</b>	<b>0,03</b>
BLJE	0,52	<b>LRH</b>	<b>0,0002</b>

Izvor: izračun autorice.

Potencijalni ulagatelj kojemu stoji na raspolaganju velik izbor različitih mogućnosti ulaganja u različite kombinacije dionica može uzeti u obzir ovakve mjere te usporediti nekoliko potencijalnih portfelja koji su mu od najvećeg interesa. Usporedbom rezultata izračuna tih mjera, olakšava se izbor portfelja, odnosno njegovih sastavnica, pri čemu se pokušava slijediti logika diversifikacije u Markowitzevom smislu, dakle formirati portfelj čije će performanse ostvarivati rizik manji u odnosu na rizike pojedinačnih dionica koje ga čine. U tome smislu ulagatelj može rangirati portfelje temeljem svih ili pojedinih mjera diversifikacije, pri čemu se preporuča davanje veće težine novijim mjerama koje uspoređuju rizik portfelja i rizike dionica.

## 5. ZAKLJUČAK

Ovaj rad bavi se pregledom najčešćih mjera diversifikacije portfelja koje se upotrebljavaju kao pomoć pri sastavljanju portfelja. Prikazane su mjere koje inicijalno nisu uzimale u obzir samu definiciju diversifikacije u Markowitzevom modelu, a nakon toga su uslijedile mjere koje su u svom izračunu uzimale u obzir rizik portfelja i pojedinačnih dionica od kojih je sastavljen. Na primjeru domaćeg tržišta kapitala i odabranih dionica koje kotiraju na njemu prikazana je usporedba deset portfelja za spomenute mjere diversifikacije. Vidljivo je kako je većina mjera ukazivala na podjednako rangiranje portfelja, pri čemu se prikazalo da prosječna korelacija u konkretnom uzorku dionica nije bila od pomoći kao preostale mjere diversifikacije, kao i koeficijent determinacije. To znači kako je potrebno prilikom usporedbe portfelja uzeti u obzir više mjera diversifikacije, kako bi se utvrdilo ukazuje li pojedinačna mjera na podjednako rangiranje portfelja kao i ostale mjere. Sam

odabir optimalnog portfelja temeljem analiziranih mjera ovisi o preferencijama pojedinog ulagatelja na tržištu kapitala.

Mogući nedostaci ovakvog pristupa analizi diversifikacije očituju se u osobinama hrvatskog tržišta kapitala. To su slaba likvidnost dionica, što otežava analizu u Markowitzovom smislu. Na taj način je i empirijska analiza u ovome radu ograničena na one dionice koje su redovito kotirale na burzi svaki mjesec u analiziranom razdoblju. Odabir vremenskog razdoblja od jedne godine je također prouzročeno nelikvidnošću tržišta, što treba uzeti u obzir prilikom mogućeg provođenja budućih empirijskih istraživanja. Međutim, cilj rada je bio sustavno prikazati učestalo korištene mjere diversifikacije, kao i njihov izračun i interpretaciju na primjeru dionica koje kotiraju na domaćem tržištu kapitala. Za slučaj formiranja portfelja i strategija trgovanja koje bi se temeljile na rezultatima izračunatih mjera potrebno bi bilo uvažiti i različite pristupe analiziranja kretanja cijena ili prinosa dionica (tehnička, fundamentalna analiza, itd.).

Preporuke za daljnja istraživanja očituju se u pokušaju definiranja novih mjera diversifikacije portfelja, koje će se još više usredotočiti na rizik samog portfelja i pojedinačnih sastavnica, s obzirom na relativnu zastarjelost mjera koje su uzimale u obzir samo broj dionica u portfelju ili kvadriranu sumu udjela dionica. Nadalje, za empirijski dio istraživanja, u budućnosti se studije mogu proširiti na usporedbu nekoliko portfelja za više vremenskih perioda i vidjeti kako je pojedinačni portfelj rezultirao u terminima ostvarenih prinosa i rizika. S obzirom da ne postoje zapreke za sam izračun analiziranih mjera diversifikacije, za očekivati je da će ovakve analize biti od koristi potencijalnim ulagateljima u budućnosti.

## LITERATURA

1. Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B. (2011) Financijsko modeliranje, 2. izmijenjeno i dopunjeno izdanje, Ekonomski fakultet Sveučilišta u Splitu.
2. Aljinović, Z., Marasović, B. Tomić-Plazibat, N. (2005) Multi-criterion approach versus Markowitz in selection of the optimal portfolio, Proceedings of the 8th International Symposium on OPERATIONAL RESEARCH, Ljubljana, pp. 261 - 266.
3. Bahovec, V., Škrinjarić, T. (2013) Mogućnosti optimizacije portfelja na Zagrebačkoj burzi uz pomoć odabranih metoda multivarijatne analize, Ekonomski pregled 64 (1), pp. 3 - 29.
4. Barnea, A., Logue, D. E. (1973) Stock Market-Based Measures of Corporate Diversification, *Journal of Industrial Economics* (September 1973), pp. 51 - 60.
5. Blume, M. E., Friend, I. (1975) The asset structure of individual portfolios and some implications for utility functions, *Journal of finance* 30, pp. 585 - 603.
6. Briš, M., Kristek, I., Mijoč, I. (2008) Selection of optimal portfolio by use of risk diversification method, *Interdisciplinary management research IV*, Faculty of Economics in Osijek, pp. 329 - 343.
7. Evans, J., Archer, S. (1968) Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis, *Journal of Finance*, XXIV, pp. 761 - 769.
8. Fabozzi, F. J., Markowitz, H. M. (editors) (2002) *The Theory and Practice of Investment Management*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

9. Fisher, L., Lorie, J. H. (1970) Some Studies of Variability of Returns on Investments in Common Stocks, *Journal of Business*, 43, pp. 99 - 117.
10. Goetzmann, W. N., Kumar, A. (2008) Equity Portfolio Diversification, *Review of Finance*, 12, pp. 433 - 463.
11. Goetzmann, W. N., Li, L., Rouwenhorst, K. G. (2005) Long-Term Global Market Correlations, *Journal of Business*, 78, pp. 1 - 38.
12. Jakšić, S. (2007) Primjena Markowitzove teorije na tržište dionica Zagrebačke burze, *Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu*, Vol. 5, No. 1, pp. 331 - 344.
13. Jerončić, M., Aljinović, Z. (2011) Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzovog modela uz sektorsku podjelu kompanija, *Ekonomski pregled*, 62 (9-10), pp. 583 - 606.
14. Kirchner, U., Zunckel, C. (2011) Measuring Portfolio Diversification, dostupno na <http://www.arxiv.org/abs/1102.4722v1> [10. travanj 2013.].
15. Leavens, D. H. (1945) Diversification of Investments, Trusts and Estates (May 1945), pp. 469 - 473.
16. Marasović, B., Šego, B. (2006) Markowitzev model optimizacije portfelja, *Računovodstvo i financije*, LII (2006), pp. 57 - 61.
17. Markowitz, H. (1952) Portfolio Selection, *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, pp. 77 - 91.
18. Statman, M. (1987) How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?, *Journal of financial and quantitative analysis*, Vol. 22, No. 3., pp. 353 - 363.
19. Suqaiier, F. S., Ziyud, H. A. (2011) The Effect of Diversification on Achieving Optimal Portfolio, *European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences*, Issue 32, pp. 55 - 63.
20. Wagner, W. H., Lau, S. C. (1971) The Effect of Diversification on Risk, *Financial Analysts Journal*, 27, pp. 48 - 53.
21. Woerheide, W., Persson, D. (1993) An Index of Portfolio Diversification, *Financial Services Review* 2(2), pp. 73 - 85.