

Creativity Strategy for Mathematics Instruction

Valerija Pinter Krekić and Josip Ivanović
Faculty of Teacher Education, University of Novi Sad

Abstract

Creativity is at the highest level of man's intellectual abilities, and the most precious mission of a modern school is to develop creative capacities and foster creativity in students. However, the practice of mathematics instruction often uses rigid algorithms and so inhibits students to develop sensitivity to problems, flexibility of mind, fluency of ideas, and originality in solving problems. Poor efficiency and unpopularity of mathematics instruction are the most common consequences of this situation.

This paper aimed at developing a creativity strategy for mathematics instruction in lower grades of primary school, and at verifying the outcomes of creativity-based instruction. We developed a methodological framework for fostering creativity in this type of instruction, and carried out experimental research into the efficiency of the defined system for fostering creativity in initial mathematics instruction. Our wish was to contribute to updating and improving initial mathematics instruction.

Key words: *fluency; originality; redefinition; sensitivity to problems; wealth of ideas.*

Introduction

Creativity is a universal human potential that can be traced back to basic behaviour of children. A child wonders, investigates, seeks freedom of thought and feelings, asks questions, imagines and dreams. When these characteristics are not supported and fail to develop at a certain age, or when they are inhibited by rigid and inadequate procedures, this may cause constraint and suppression of creative behaviour, and accordingly lead to the rigidity of personality. "It is often said that school, its traditional style of work, does not stimulate and what is more can actually inhibit creative efforts" (Ivanović & Ivanović, 2009, p. 135).

Many contemporary didactics theorists (such as Lipovac, 1992, Vilotijejić, 1999, and others) share the opinion that we can hardly speak of any creativity in instruction which is mainly associated with lecturing, presenting, and frontal teaching with

predominantly passive and receptive learning that relies on conditioning and imitation, or on mere memorization and reproduction of the contents. In fact, in all of the situations mentioned above, we are speaking about non-creative teaching effects. On the other hand, it can be very difficult to develop creativity in larger classes and in schools which are poorly equipped and lack variety of media. However, it is of crucial importance to identify the creatively gifted students and to find appropriate general education programmes and ensure that they have an impact on the students (Lubart, Pachteau, Jacquet, & Caroff, 2010).

The essential goal of mathematics instruction should be to develop the ability to think, mathematical-cybernetics modelling, application of knowledge, and the development of creativity in both work and life, rather than the acquisition of large quantities of knowledge obtained through single memorization of final knowledge forms. This is why all creative work, including individual work, has become a precondition for students' continual adjustment to increasingly faster and more complex changes of the future. Self-initiative and creativity are going to become the most precious personality features in the future.

Mathematics represents a complex subject matter which cannot be acquired with mere recognition of facts and reproduction of the syllabus. On the contrary, mathematics requires a high level of intellectual abilities that include:

- understanding mathematics contents,
- application of mathematics models,
- students' creativity or creative work.

In initial mathematics instruction problems mainly occur at higher levels of knowledge. While methodology of math instruction has been dealing with issues such as mathematical modelling, problem solving and related topics, the issue of creativity in initial math instruction still represents a field insufficiently explored.

In the attempt to determine creativity in initial math instruction, we could accept the concept that describes creativity as a set of individual characteristics that help a person create compounds from the objects of his/her activity, which overcome previous knowledge and experience, and which will significantly change the system of understanding these objects and related activities, and will enable the creation of new products (Pólya, 1979).

What is considered to be creative in math instruction is every non-reproductive type of activity that will lead to students' independent acquisition of knowledge (theses, definitions, algorithms, and problem-solving) (Czeglédy, 1994).

Fostering creative thinking and creative problem solving particularly emphasizes the roles of fluency, flexibility, and originality of thought, openness to new experiences and ideas, a willingness to take risks and aesthetic sensitivity (George, 2005).

Consequently, in the early mathematics instruction creative thinking rests on:

- sensitivity to problems (sensitivity),
- wealth of ideas,
- originality,

- redefinition,
- fluency of ideas,
- flexible thinking,
- elaboration, etc.

Let us now analyze the ways in which some of the listed abilities reflect on early mathematics instruction.

Sensitivity to problems refers to the following: the ability to recognize a problem in a certain situation, or the ability to discuss interdependent data in the assignment in order that a problem rings in, or to identify and understand what the main question of the task is, and express tendency to find answers to the question (or solution to the problem), or the ability to construct new questions based on the previously given data (task structuring).

Problem situation is the initial psychological state of surprise, questioning, great interest, and high mental and emotional tension of the individual. However, for students, solving a certain problem does not necessarily mean that a problem situation exists due to various reasons, such as:

- lack of interest and motivation, the student does not want to solve the problem,
- student's knowledge is at a higher level than needed to solve the problem, therefore he/she is getting bored,
- solving the problem requires much more knowledge from the student who is not able to understand the question asked: therefore the task turns to be pointless as a problem; it becomes dull and disappears from the student's circle of interests.

Quite often, it is more difficult to see the problem in a given task than to solve it (for example, in proportion assignments, students may have difficulty to determine whether there is a direct or an inverse proportionality between the data and possibly even none, what can represent a greater problem than just to calculate the result). It is thought that this problem is solved when students identify forms of behaviour, or a certain model that helps achieve the desired goal.

Sensitivity to problems will not develop in students on its own. Unless their activities are not directed, their work will remain formal and futile. They will not be able to find interdependence between data and will consequently lose interest in mathematics, which will lead to a complete loss of sensitivity to problems.

Wealth of ideas is a characteristic of a creative individual, which, when accompanied by basic knowledge can offer ideas for possible new perspectives and problem solutions. This does not imply that each and every idea will be useful. If a student lacks the system of knowledge needed, then the abundance of ideas may actually mean roaming through darkness. However, a useless idea means much more than no idea at all. Namely, to test ideas at the same time means to learn, whereas lack of ideas implies a lack of thinking. Ideas or wealth of ideas represent the essence of heuristic instruction.

Determining the set of points in the plane or space with specified conditions (locus of points) indicates whether the student has adequate ideas. Wealth of ideas can

be measured both through logical games or the sequences of numbers, and so on (e.g. *continue the sequence: 1, 2, 4...* solutions can be connected to multiplication, exponentiation and subtraction, and even to combination).

Such and similar tasks, and different ways to their solutions, may well contribute to enriching the wealth of ideas. This is why a teacher should develop this skill in students by providing as many good examples, and possible ways to solve the task.

We are talking about originality when we refer to the creation of something original, unique or unusual, to the ability to anticipate new ideas and solutions, to discovering new meanings of concepts and implementation of new correlative ideas based on conditioned set of data.

Developing originality in students is not without difficulties. A math classroom is framed by both time and methodology, and it takes time for students to originate new ideas. However, conflicts may occur if the teacher is not creative enough and understands original ideas as students' self-promotion, or even as their effort to get into the spotlight. If there are students with higher capacities in the class, a possible satisfactory solution would be to provide them with an opportunity to take part in additional extra-curricular activities, where they could express their ideas and thus develop originality of thought. This is to say that in environments which allow for more creative freedom, children would also become more creative (Tekin & Taşğın, 2009).

Redefinition is the ability which enables students to use familiar knowledge in order to approach the unknown. Redefinition is seen as the basis of higher creativity level which enables the construction of new assignments. As George Pólya has put it: "Students' mathematical experience will remain incomplete if they have never had the chance to solve the assignment they set for themselves. The teacher has to show how one can use a previously solved assignment in order to set a new one, and in this way awake interest in his/her students" (Pólya, 1979, p. 78).¹

Redefinition can be successfully applied in solving word tasks, geometry constructions, or in proof problems. Redefinition can well serve as a good example to show how and to what extent students are capable to translate everyday problems into the language of mathematics (for example, to compile equations from given data and connections).

Creative thought is also based on *fluency of ideas*, which means generating a large quantity of ideas in a given time under certain conditions, and on *flexibility of thought* – using various approaches to problem solving. In the initial teaching of mathematics, creative approach additionally involves *elaboration*, the ability to generate a piece of work or to develop an uncommon work as a whole on the basis of newly discovered ideas.

Thus, creativity in problem solving is realized by divergent thinking aiming at finding as many different solutions as possible. In problem solving, we should by no means give preference to divergent thinking.

¹ The quotes in this article are the translations of the Hungarian original made for the purpose of this paper, unless otherwise indicated.

The overall work in mathematics education should be grounded upon self-involvement into mathematics, formation of needed concepts, solving problems, exploration, discovery of rules, facts and laws, namely, on permanent creative work. A great number of teachers share the opinion that creativity in a classroom could only be achieved with gifted students. However, many studies have shown that there is a very low level of creativity despite the positive correlation between intelligence and creativity. There are creative individuals with average intelligence, as well as individuals with above-average and higher intelligence, who at the same time are not creative (Sternberg, 2006).

The teacher is the one who manages the instruction, he/she chooses methods and forms of teaching, the structure of the teaching applied and technical aids, demonstration examples; he/she suggests the choice of tasks, and directs ways that lead to their solutions. In addition, he/she initiates fresh ideas and methods, and controls the solution accuracy. In order to motivate students' creativity, he/she should know the essence of creative teaching strategy, and above all, he/she must be a creativity-oriented teacher. Therefore, an important task for the teacher is to create a positive classroom climate which allows for students to work individually, and gradually build motivation, independence, self-reliance, as well as inner criteria of success (Poon Teng Fatt, 2000).

The role of the teacher is, perhaps, the key factor in developing creativity in students. Referring to research studies on this issue, Hallman (1970, pp. 87-119) offers a list of ideas that describe a *creative teacher*, as one who:

- fosters *self-study* and self-activity in students, encourages them to express themselves and *experiment* and generate hypotheses,
- establishes a *non-authoritarian learning environment* - free conditions facilitate creative activities,
- encourages *over-learning*, so that students get saturated with information, impressions and meanings; *over-learning* stimulates creative work by allowing students to separate from materials, thus making the curriculum become more flexible and suitable for new constructions,
- reinforces *creative thinking processes*, encourages students to find new data relationships, and to create associations and fantasies,
- *delays assessment*, does not inhibit research efforts by suggesting results or giving solutions; reduces concern over mistakes helping individuals realize that *errors are expected and even necessary*,
- supports *intellectual flexibility* in students, encourages them to change their points of view to avoid a single standpoint position in solving the task,
- encourages *self-evaluation* of individual achievement and development because creativity implies independence, responsibility, and continuous self-assessment,
- helps students to become sensitive beings – more sensitive to social, personal, and school problems,
- knows how to use questions; everything starts with questions, which should be student-operational, open and should make sense,

- provides students with opportunities to use materials, ideas, concepts, tools and structures... this encourages creativity since it helps students understand the ongoing processes,
- helps students overcome frustrations and failure,
- directs students to see the *problem as a whole*, rather than as single additive items; the construction as an integrative unit provides guidelines for the actual creative process (according to Zech, 2002).

Starting from general didactic principles in initial teaching of mathematics, we can distinguish principles which underlie the development of creative characteristics of students. Among them a special place belongs to:

- the principle of *educational orientation*, deriving from social and civilization-based goals and tasks of mathematics education,
- the principle of *individualization and conscious activity* which is based on individual differences of students,
- the principle of *motivation* which is the most powerful driving force of a young person.

The unity of the mentioned principles in initial math instruction provides fertile ground for the development of a creative personality. By stressing the educational orientation of initial instruction of mathematics, we have pointed out its formative value, preferably freedom of thought, originality and wealth of ideas, flexibility and fluency of thought.

Individuality is quite commonly associated with arts, physical activities or literature. However, even in mathematics instruction, we should pay more attention to the abilities and interests of each and every student in order to build his/her own knowledge, attitudes, skills and habits.

The beauty and fluttering of mathematics itself, together with the discovery of its hidden secrets, can become students' true intrinsic motivation. The possibility to play with ideas and children's freedom to be creative should not be underestimated, hindered or disrespected. What should be encouraged and rewarded are originality and unconventionality, which must not be thought of as undesirable or abnormal. However, due to the specific nature of mathematics, this individuality should be the subject of a feedback control system (Pintér-Krekić, 2007).

On the basis of Hallman's (1963) indicators of creativity in instruction, Wittman (1981) specified the *conditions that support cognitive strategies* which can well be used in initial instruction of mathematics. They are as follows:

- acquiring knowledge by learning through discovery,
- supporting students' divergent thinking,
- interfering with the automated flow of thought and giving apparent paradoxes,
- setting up open and challenging problems,
- letting students set their own problems and develop them further,
- making problems clearly visible to students,

- empowering intuitive argumentation and assumption,
- learning heuristic strategies,
- developing a constructivist approach to errors,
- encouraging discussion, reflection and argumentation.

Finally, Winter (1991) suggests a set of math classroom exercises for creativity that, according to him, are theoretically the most justified and also applicable in practice:

- do not present problems, develop them from a challenging context, stimulate by asking questions,
- indicate the possibility of free experimentation, especially of sensory nature and encourage giving hypotheses,
- hold learning and discovery tools far away, offer fewer tools for debugging, and more for individual search of results,
- provide a pleasant learning environment, particularly be restraining in assessing students' contributions (true/false),
- discourage bashfulness in students for giving unusual suggestions,
- present heuristic strategies and talk generally about reasoning, expressing, presenting, memorizing, recalling, forgetting, mistakes, exercises, etc.,
- make the contents or formal significance of topics clear to students (cited in Zech, 2002).

Mathematics instruction should be seen as a part of the unity of both a comprehensive instruction concept, and creative and stimulating style of teaching. The basic principles of such instruction were set by Hallman (1970), Wittman (1981), and Winter (1991), and they served as the bases for problem-based instruction, heuristic instruction, project-based instruction, and so on. However, the concrete instructional practice does not know anyone who has succeeded in connecting all of these instructional concepts into this kind of a unit (curriculum). Among other things, this requires systematic changes within education, adequate education and professional development of teachers, appropriate school conditions, and the like.

In traditional instruction of mathematics, based on frontal teaching and methods of oral presentation, discussion, textbook and manual-based activities, problem solving, and other traditional methods, work oriented to the development of creativity can be but a desirable attempt to modernize initial math instruction.

So far, many studies have investigated ways of characterizing, identifying, and promoting mathematical creativity. For example, Haylock (1997), and more recently, Kwon, Park, and Park (2006) assessed students' mathematical creativity by employing open-ended problems and measuring divergent thinking skills. Leikin (2009) explored the use of multiple solution tasks in evaluating students' mathematical creativity. These studies focused on an individual's mathematical creativity as it manifests itself in the solving of various problems. In his study, Shriki (2010) described the experience of math teachers, who were involved in a series of activities aimed at raising awareness of creativity in mathematics.

The important viewpoints of creativity are expressed in certain modern methods of mathematics instruction, as follows: analytic-synthetic method, cybernetic-modelling, discovery or heuristic method, analogy method and trial-and-error method (Pinter, 1997).

In regard to creativity development, some *forms of teaching practices* have an advantage over others. Above all, we must ensure that *individual* work takes place. Frontal teaching has to be combined with individual segments that generate novel ideas, so that their analysis and evaluation may be performed in front of the whole class. In group work, it is also possible to foster the development of creative abilities in students, although in this case it is very hard to properly direct divergent tendencies that occur in the group. When we speak about divergent thinking in solving math problems, open feedback is the imperative, because this is commonly not about different solutions, but rather about the accuracy and quality of solutions.

In a traditional classroom, the teacher cannot monitor the work of each student; he/she has a hard time optimizing the scope and level, methods and forms of each student's work, or adjusting the pace of work to each of them.

Introducing information and communication technology (ICT) into teaching can significantly increase effectiveness both in acquiring the new syllabus and in the realization of the teaching process itself.

The new organization of instruction and work with students implies that the concept of frontal work is gradually replaced by individual and followed by continual or occasional teacher-students interaction. Using software packages, students can analyse necessary contents, investigate, make conclusions, find correct solutions, evaluate and grade their work. Educational software packages do take into account differences among students. Therefore, it is possible to determine different tasks for differently skilled individuals, and to define various areas and teaching contents to meet different interests of students. Hyper-textual connections used in the programmes allow for students to acquire knowledge at different levels. Actively acquired knowledge has far greater value than learning by repeating the delivered facts. This learning concept raises the level of reproductive knowledge to the level of constructive use of information for building new knowledge, respectively for creative problem solving.

According to Mandić and Radovanović (2008), multimedia has been recognized as one of the greatest pedagogical innovations in recent years. Multimedia presentation of teaching material strongly encourages students' motivation, maintains attention, and activates a larger number of senses in the learning process contributing to the durability and applicability of acquired knowledge. The communication achieved in learning contributes to students' independence and freedom in the choice of contents. A multimedia program offers various possibilities for use in classes that will apply individual work and where the role of the teacher will be minimized. The teacher becomes the moderator, the coordinator of the teaching process, and less the lecturer and the dominating source of information. He/she becomes the one who organizes, programmes, and prepares teaching together with the students. The teacher

is required to have a more flexible relationship with students, to respect their opinions, knowledge and interests, as they receive the most updated information from many sources, including the Internet. In the first place, introducing ICT into instruction requires from the teacher to have basic computer literacy and user skills in working with computers, but also a new approach to teaching and learning.

Governing creativity of students in subject teaching is a system problem. The system is made up of two subsystems as follows:

- regulating subsystem (teacher),
- regulated subsystem (students).

The subsystems are related by connective channels, and the following inputs appear at the entrance:

- curriculum,
- teaching contents,
- teaching methods,
- teaching aids,
- prior mathematical knowledge and creative abilities.

The first subsystem (teacher) has the finite regulating goal:

- to form certain mathematical knowledge, skills, and habits in students,
- to develop students' abilities (particularly creative abilities).

Based on the goal, the teacher develops the *programme of regulation*.

General criteria for the regulation of initial mathematics instruction are as follows:

- acquisition of basic knowledge which are necessary for understanding the phenomena and correlations in life and society,
- training students to apply acquired mathematical knowledge to solve various tasks in real life,
- commitment to help students' successful continuation of mathematics education and for self-education,
- contribution to the development of mental abilities, forming the scientific world view and overall development of students' personality that implies creativity.

When applying this programme, the teacher sends educational information that causes certain changes in the second subsystem (students). Outputs that appear at the exit include the following:

- range and quality of knowledge and skills,
- creative abilities,
- students' attitudes, habits, beliefs, and the like.

Therefore, the key imperative of modern instruction is the increase in the flow of information from teacher to student and vice versa, among the students themselves and in relation students – database, as well as the teacher – database.

Analyzing modern approaches to initial instruction of mathematics, we are free to conclude that the cybernetics approach can contribute to the development of creativity

in math instruction as well. Accordingly, after the informatization of education, the roles of both teachers and students will undergo significant changes.

Encouraging, checking and assessing creativity in mathematics is a particular problem. While it is considered that art subjects imply all of this by nature, the teaching of mathematics requires a conceptual change in respect to these problems.

In order to encourage students' creative thoughts, instead of rigid verification of mathematical tasks results, we should give priority to originality, quality and quantity of ideas, approach to problem solving and the like. It is important to provide a teaching environment that promotes openness and ensures the birth of ideas; the environment which not only tolerates wrong ideas that do not produce results, but at the same time, encourages and positively evaluates such ideas. Negative reactions to the results coming from a strange way of thinking hamper creativity, and prevent students from discovering reality on their own. They should be encouraged to ask questions, as frequently asked questions pave the road to knowledge and solutions to some problems. So, instead of confronting the game to serious work, instead of chastening the geniuses, in the field of mathematical modelling we should encourage the free combination of basic knowledge, and evaluate and develop the natural and spontaneous creativity of students. When students are properly guided this may keep and enhance their motivation for work and creativity, and increase their interests and working abilities (Newman, 2005). According to Picasso, every child is creative by birth, the only problem is how to preserve and maintain their initial creativity.

In practice, evaluation which accounts for the development of students' creativity can be achieved by point scoring, where the elements of creativity are valued as separate items, so that the final result of the tasks will not play a decisive role in obtaining a certain grade.

Finally, it should be said that the stimulation of creativity in mathematics instruction cannot benefit much from the numeric grade system. It would be much more effective if we introduced the descriptive grades in order to encourage and stimulate students to think openly, which will indicate that cognitive activity in math classroom is the most precious and the most valuable of all.

Methodology

The starting point of this study is the present situation in our education, which is characterized by uniform teaching, particularly when we refer to *teaching mathematics*. While in the instruction of some other subjects, for example in the instruction of the mother tongue and literature, it has been natural to respect particular abilities of students, so that their classroom activities adequately reflect these differences (personal tone in response, written or graphic - illustrated papers, etc.), in teaching mathematics, giving students the same topics (same assignments) and insisting on the same ways to find solutions is commonly the case. In practice, teaching mathematics with rigid algorithms simply prevents students to develop sensitivity to problems,

flexible thought, fluency of ideas and original solutions to problems. Hence, the final consequence of this situation is that initial instruction of mathematics has been inefficient and unpopular.

Therefore, from this point of view, it is obvious enough, that the problem of research into creativity is very important and up-to-date, especially the problem of developing students' creativity in initial mathematics instruction, primarily due to the subtle character of the subject itself. This was the very reason why *creativity in initial instruction of mathematics* was recognized and stated as the basic *problem* of this study.

Teaching mathematics involves special subject-related skills and aptitudes that could be developed through teaching. They are as follows:

- increased ability to think logically,
- reasoning at a higher level of abstraction,
- making fast generalizations,
- discovering original solutions to problems.

The proposed subject of this research is the empirical study into creativity, or to verify experimentally how effective the described instructional methodology is for fostering creativity in initial instruction of mathematics within the area of problem solving.

The basic aim of the study is to improve the development of students' creativity in initial mathematics instruction.

The aim has both theoretical and practical justification in initial mathematics instruction:

- to define creativity,
- to develop instructional methodology for fostering creativity,
- to clarify the effectiveness of the proposed instructional methodology for fostering creativity.

This part of the study deals with testing theoretical settings in regard to creativity in initial mathematics instruction and with verification of the proposed instructional methodology effectiveness, in order to modernize and improve the instructional delivery.

The research tasks were based on the theoretical settings from the first part which were as follows:

- to examine experimentally the efficiency of the defined instructional methodology for fostering creativity in initial mathematics instruction in the area of problem solving,
- to generalize theoretical and practical knowledge.

The general hypothesis of the experimental research is that creativity in initial mathematics instruction can be significantly increased by the proposed instructional methodology.

It is assumed that the final test will prove a significant difference in students' creativity in solving mathematics assignments between the experimental group

(using the instructional methodology for fostering creativity) and the control group where, at the same time, instruction is delivered in a traditional way. This implies the overall development of creativity in initial mathematics instruction. This research will contribute to promoting and improving the efficiency of teaching basic mathematics, and thereby to modernizing education of young generations.

Through this research we wanted to examine the level of students' creativity in initial mathematics instruction and to define a design for instructional methodology and its implications on the increase of all-around educational effects of mathematics instruction.

The study required that different scientific methods be used. In the theoretical framework we used the following methods:

- *theoretical analysis*: the study of earlier theoretical insights and empirical findings on creative ability, creative thinking, creativity in teaching in general on the one hand, and the analysis of initial instruction of mathematics on the other hand,
- *descriptive method*: the status of students' creativity in initial instruction of mathematics was defined on the basis of data collected on student success in mathematics and the recorded level of acquired programme contents.

The experimental part required the use of:

- *causality method*: the discovery of cause-effect relationships between the experimental factor (methodology for developing creativity in initial teaching of mathematics) and the educational results that are achieved through this instruction.

The experiment was set up with parallel groups, within which we tested the hypothesis about the success of the introduction of the experimental factor.

The independent variable (varied) in the experimental research is the *instructional methodology for fostering creativity in initial mathematics instruction*, which represents a new approach to acquiring mathematical knowledge. In this methodology, through instructional delivery carefully guided by the teacher, students use various aspects of exploration and discovery to find ways of acquiring mathematical knowledge and skills and learn how to successfully solve problems in an appropriate manner, according to their abilities and previous knowledge and experience.

The dependent variable represents the *increase of the students' creativity level in initial instruction of mathematics*. This kind of work stimulates students' initiative, eagerness, sensitivity to problems, original approach, flexible thinking, criticism in analysing ideas, and identification of different paths and ways to solve problems, etc.

One of the research techniques we employed was the *Teachers' questionnaire* in order to gather relevant information about their opinions and attitudes, about the benefits and disadvantages of creative teaching, and about the development of students' creativity in initial mathematics instruction. This technique implied that teachers had to fill in the designed questionnaire form.

Another research technique used was *testing*, namely the *test to verify the level of both knowledge and creativity components in mathematics*.

The *initial test* included selected assignments developed in line with the current curriculum for lower grades of primary school – sets of objective assignments to identify the level of knowledge and the level of creativity components. The *final test* or creativity test included selected assignments of a creative type.

The third research technique that was employed was the *analysis of educational documentation*: gathering data on the general success of students achieved at the end of first grade and on marks in mathematics, on general school conditions, and available teaching aids.

The research sample included selected students from the population of students attending the second grade of elementary schools located on the territory of Subotica Municipality (Vojvodina). Both the experimental and control groups were formed in two city schools with similar working conditions and socio-economic status of parents. The sample totalled 100 students (and their teachers) in both the experimental and control group.

Equalling of the control and experimental group was done according to:

- descriptive general success of students from the previous year,
- achieved descriptive success in mathematics,
- gender.

The common characteristics or creative abilities of students were not directly inspected. However, students' marks in mathematics and general success indirectly speak about these characteristics and provide certain pieces of information that correlate them well with working habits and other psychological and pedagogical traits relevant for this study. The initial test was carried out in mid September 2010. The experimental factor was introduced and the experiment carried out in the period from mid September to the end of December 2010. The introduction of the instructional methodology for fostering creativity in initial mathematics instruction is considered to be the experimental factor.

In order to be creative, every activity in this kind of instruction must produce outcomes that are the results of:

- active acquisition of new knowledge (definitions, algorithms, and the like) based on freedom of thought,
- an individual approach and freedom in solving assignments.

The basis for experimental work is:

- developing creativity in students,
- designing mathematics instruction in accordance with principles of creativity,
- motivating students (including grading) for creative work.

Prior to delivering instruction to the experimental group, teachers had received expert help. They were provided with specially designed *Teaching Guidelines* and received continuous help in the form of training, advising, consultations, good examples (mathematical models) and instructions (different ways to solve problems). That was necessary in order for teachers to become familiar with the concepts embedded in the *instructional methodology for fostering creativity in initial mathematics*

instruction, to learn about various teaching methods, forms of work, and models that develop creativity, and to implement the project successfully.

The final measurement was carried out at the end of the first semester in 2010. The final test, which was designed by a team of educational experts, included 6 assignments of the objective type. The tests were done simultaneously in all control and experimental groups and students did not receive any help from their teachers. The assignments served to examine the *level of students' creativity* in initial instruction of mathematics.

– *Sensitivity to problems* – in topics: writing two-digit numbers, number sequences, direction and line segment, and comparison of line segments (assignments 1, 2, 5 and 6). In the first assignment the problem situation is determined both by the given numbers and by the given task. A student should determine that in writing a two-digit number, the given digits could be used several times, but digit 0 cannot stand in the place of tens. In the second assignment students had to determine the regularity of a sequence and find the next missing number. In the fifth assignment, one must conclude that the task is about requirements for determining the direction and line segment and about the distribution of the given points in a plane. What is particularly delicate is the question relating to the constant in the number of line segments. In the sixth assignment the problem is determining the length of the broken line segment and comparing line segments in relationships such as bigger-smaller, *how much bigger*, and *how many times bigger*.

– *Originality* – in topics: setting up and solving problems, Combinatorics, line segment comparison (assignment 4, 5 and 6). Originality of ideas dominates in the fourth assignment in writing the equation, as well as in defining the textual problem. In the fifth assignment, originality may be seen in the distribution of the given points, in the ways of determining the number of directions and line segments, and in different approaches that can lead to the correct result. In the sixth assignment, originality may be well expressed in determining the algorithm for problem solving, in the approach to problem solving, in scheduling operations in order of priority and in logical conclusions.

– *Wealth of ideas* – in topics: writing two-digit numbers, direction and line segment, and the comparison of line segments (assignment 1, 5 and 6). In the first assignment, wealth of ideas can best be seen in finding out all the possible number combinations, in determining possible repetition of digits in the same number, and in establishing *true* two-digit numbers (without 0 in the place of tens). The fifth assignment assumes a brainstorm of ideas – differently combined points given on a plane can determine many directions and line segments, if at least three points are collinear, the number of line segments will not change but the number of directions will decrease. The most delicate is the idea about determining instead of counting the number of directions, by separating one single point and combining it with other points (in case there is a larger number of points, this method could both be generalized and applied). In the sixth assignment, basic ideas are reduced to determining the lengths of line segment and broken line, then to their comparison, at first according to the bigger-smaller relationship, and later according to the size of the relationship *how much bigger*, and *how many times bigger*.

– *Fluency and flexibility of ideas* – in topics: number sequences, commutative and associative properties of addition and subtraction, and direction and line segment (assignments 2 and 3). The second assignment allows a number of different solutions, particularly in the second and third example that both begin with the same digits. The third assignment offers various possibilities for applying or not applying the laws of commutation and association in addition and subtraction.

– *Redefinition* – in topics: equation and problems (assignments 3 and 4). The third assignment requires from students to redefine addition and subtraction laws of commutation and association. In the fourth assignment the focus is on developing new mathematical objects on the basis of given data, or on defining textual problems after the given equations.

Results and Discussion

The results obtained from the tests were statistically analyzed using t-test. We wanted to find out if the difference between the mean score achieved in the experimental and control groups of the sample was significant, or accidental.

Since the sample is large ($N > 30$, and based on the F-test) the t-test has been applied:

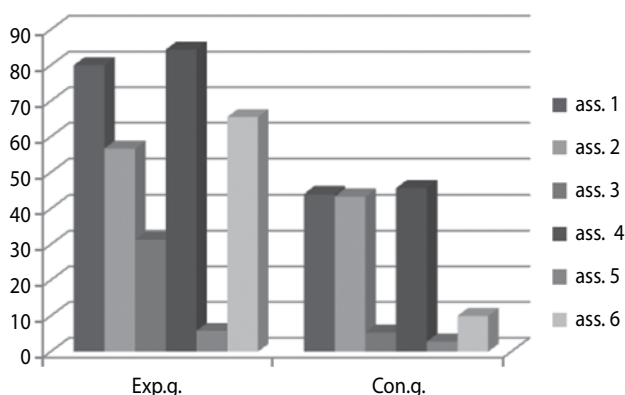
In this case the corresponding mean and standard deviation of the experimental and control groups are: $\bar{x}_E = 26,96$; $\bar{x}_K = 11.72$

$$\vartheta^2_{\bar{x}_E} = 0.728; \vartheta^2_{\bar{x}_K} = 1.466$$

$$\text{Hence } t = 10.29$$

Since $10.29 > t_{0,01} = 2.58$ the hypothesis $H_0: \bar{x}_E = \bar{x}_K$ is rejected with 1% risk, which means that there is a significant difference between arithmetic means with the probability of 99%, hence the difference is highly significant.

Discussion of results achieved – analysis of creativity in problem solving:



Graph 1. Results on creativity achieved in experimental and control group on assignments

In the **first assignment**, the given numbers and the assignment task represent a certain problem situation. One needs to develop a feeling that the figures given can

be used several times in writing a two-digit number, and that the digit 0 in a two-digit number cannot stand in the place of tens. Besides sensitivity to problems, in solving the assignment, students need to show combinatorial capacities and fantasy. Wealth of ideas is expressed through finding out all the possible number combinations in determining the possibility of repeating digits in the same number and determining the *true* two-digit numbers (without zero in the place of tens). The experimental group achieved better results by 34%. Increased freedom in the original approach and fostering wealth of ideas contributed to broadening and deepening of students' understanding and consequently to solving the assigned problem.

The task in the **second assignment** was to determine regularity of a sequence and identify the missing numbers. This implied many different solutions, particularly in examples two and three, which both began with the same digits. Solving this assignment required a high level of sensitivity to problems, wealth of ideas, fluency and flexibility of thinking. The experimental group outperformed the control group by 13%, although the level of assignments solved was quite low.

In the **third assignment** the task was to redefine addition and subtraction laws of commutation and association. In order to understand the assignment students had to show how sensible they were in regard to the problems of association and commutation, whereas its solution was grounded on wealth, fluency and flexibility of thought and on the redefinition of the very problem. The difference of 16% in favour of the experimental group is rather significant, although the results in solving the problem were very modest.

Originality of ideas is what dominates the **fourth assignment**. This could be seen in making the equation, and even more explicitly in the task to define the textual problem. What was mostly stressed here was developing new mathematical objects on the basis of the given data, respectively to redefine textual problems on the basis of set equations. Therefore, the solution to the assignment implies: sensitivity to problems, wealth of ideas, original approach, redefinition and other facets of creativity. In solving this assignment students were very successful; the experimental group performed almost by 39% better than the control group.

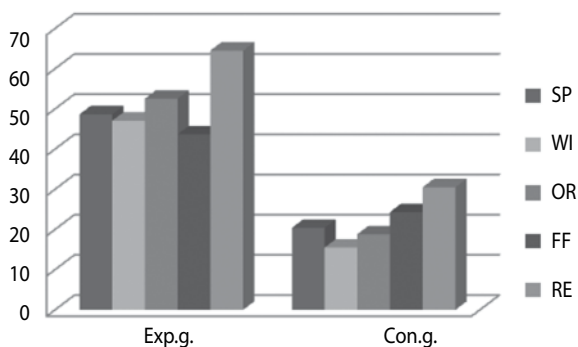
The **fifth assignment** anticipated that students should perceive it was about the conditions that determine direction and line segment, and about the distribution of given points on the plane. Originality could be traced in the way they are distributed, in the way of determining the number of directions and line segments, and also in differentiating between determination approaches, which lead to the correct solution. The most intriguing question was the line segments constant number. The fifth assignment assumed a "storm" of ideas – differently combined points given on a plane could determine many directions and line segments, if at least three points are collinear the number of line segments would remain constant, but the number of directions would decrease. Not less delicate was the idea, which, instead of counting the number of directions, proposed the concept to determine them by separating one single point

and combining it with other points. This idea helped students elaborate the assigned problem in more complex situations (with a larger number of given points). Due to extremely high demands of this assignment, the achieved results were more than modest in total, although almost twice better in the experimental than in the control group.

In the sixth **assignment**, students could show their originality in determining algorithms for problem solving, in their approach to problem solving, and in scheduling operations in order of priority, as well as in making logical conclusions. Basic ideas of the assignment came up to the determination of line segment and broken line lengths, and to their comparison, at first according to the bigger-smaller relationship and later according to size relationships *how much bigger*, and *how many times bigger*.

Besides originality, the assignment additionally anticipated a fine sensitivity to problems and the wealth of ideas.

The research results were very good; in the experimental group by 55% better than in the control group.



Graph 2. Survey of creativity components effectuated in the experimental and control groups

Now, let us examine the situation in regard to certain components of creativity in both groups:

- *sensitivity to problems* was examined in the topics: writing two-digit numbers, number sequences, direction and line segment, and comparison of line segments (ass. 1, 2, 5 and 6),
- *originality* was examined in the topics: setting up and solving problems, combinatorics, line segment comparison (ass. 4, 5 and 6),
- *wealth of ideas* was examined in topics: writing two-digit numbers, direction and line segment, and the comparison of line segments (ass. 1, 5 and 6),
- *fluency and flexibility of ideas* was examined in the topics: number sequences, commutative and associative properties of addition and subtraction, and direction and line segment (ass. 2 and 3),
- *redefinition* was examined in topics: equation and problems (ass. 3 and 4).

The results of the experimental research showed that the systematic activities for fostering and developing students' creativity in mathematics instruction in lower grades of primary school significantly contributed to the increase of all the observed forms of students' creativity. The interesting fact is that this increase is almost translatable (increase by approx. 30%). The only deviation can be seen in the area of fluency and flexibility of thought which has recorded a slightly lower growth of creativity (about 20%).

Accordingly, it is possible to increase the level of students' creativity in mathematics instruction by introducing an adequate instructional development methodology. In teaching practice, the influence that some forms of creativity have on successful solving of mathematics assignments varies in the range of 15 to 30%. However, by introducing a development-oriented instructional methodology this percentage could reach the level of 45 to 65%. Throughout math instruction, almost all observed components of creativity have increased linearly, particularly redefinition, originality, wealth of ideas and sensitivity to problems, while the increase in regard to fluency and flexibility of thought has been slightly lower.

The teacher's questionnaire was completed by all participating teachers in both the experimental and control group during the experimental work.

In determining the educational goal and tasks for all mathematics classes, the following aspects of development have prevailed:

- logical thinking (75 %),
- working habits (55 %),
- punctuality and correctness (45 %),
- functionality of mathematics knowledge (25 %),
- interest for learning mathematics (10 %).

Experimental group teachers, apart from the educational aspects stated above, have additionally determined the tasks as follows:

- developing creativity (65 %),
- developing originality (50 %),
- developing students' individual characteristics (35 %).

In regard to individualization in mathematics instruction, responses of all teachers were quite uniform. However, despite the fact that all teachers are well aware of individual differences, abilities and interests of students in mathematics, they see no real opportunity for their full implementation within the actual class-lesson-subject system of teaching. In their opinion, the most significant obstacles are oversized classes, large curriculum, and educational technology which are out of date. Most teachers share the notion that in mathematics instruction students' individuality can be respected only partially.

In solving theoretical and practical problems in initial mathematics instruction, it is mostly the teachers who draw conclusions themselves, although, in simple cases, they may ask for collaboration from students. The reason for doing so is the need for the

instruction to be rational and effective. It is thought that children of this age do not have the individual capacity to draw conclusions. In teaching with the experimental group, in order to draw conclusions teachers insisted on students giving suggestions and original ideas in problem solving. They were searching for the results through open discussions, looking for new ideas, possibilities, ways and solutions.

Instructional practice shows the tendency to use the most rational solutions; the trial-and-error method is rarely in use, and quite commonly only one solution would do. Everything else is considered to be a waste of time. Teachers in the experimental group supported and allowed divergent thoughts, but had numerous objections in regard to slow progress in the implementation of the prescribed curriculum.

In responding to the question about the characteristics of students' creativity, teachers in the control group gave very vague or fragmentary answers, while teachers in the experimental group who mastered the theoretical basics of creativity, gave complete answers to the question.

Most teachers would claim that they do stimulate the development of creative capacities in their students. Most frequently they associate it with the area of arts education, sometimes with mother tongue and literature. However, in experimental education creativity is regularly associated with mathematics, too. Awareness of this instructional aspect in artistic subjects is seen in terms of originality, wealth of ideas, or more generally in terms of creation. According to the responses obtained from teachers in the control group, it is quite obvious that there is creativity in math instruction too but they can neither define nor describe the way it is achieved. On the contrary, due to the fact that they were provided with teaching guidelines, teachers in the experimental group gained basic theoretical knowledge about creativity in initial mathematics instruction as well as knowledge of its methodology; therefore they could even give many proposals for modelling creative mathematics instruction.

Consequently, we may conclude that, in teaching mathematics classes, teachers generally share the interest for a creative approach, but they are neither theoretically nor methodologically trained to implement this kind of teaching. Upon receiving a minimal in-service training in the field of creativity, they very quickly and readily accept and implement this concept in initial instruction of mathematics.

In general, results of our research highly correspond to the findings of related studies that have been mentioned earlier in this paper (Haylock, 1997; Kwon, Park, and Park, 2006; Leikin, 2009; Shriki, 2010). Moreover, they offer some new and verified information about the indicators, dimensions and methodology for a creative approach to teaching mathematics at the beginning of mathematics education.

Conclusions

In this paper, we have defined the concept of creativity in initial instruction of mathematics, developed the corresponding instructional methodology, and empirically examined the possibilities and effects of the development of this important facet of

education by means of a designed instructional methodology for teaching initial mathematics.

In order to make conclusions, we have used the analysis and synthesis of psychological and educational theory and practice, transfer, generalizations, experimental research, statistical analysis, and other common, scientifically recognized methods.

As a result, this study has offered new scientific information in the form of a developed, tested, and justified methodological system that is appropriate to foster creativity in the initial instruction of mathematics.

The development of the methodological system in initial instruction of mathematics is based on:

- redefinition of goals and principles for initial mathematics instruction,
- creativity strategy,
- application of cybernetic methods in instruction,
- combination between individual work, individualization and systematic feedback loops in instruction,
- informatization of initial mathematics teaching.

Defining creativity in initial mathematics instruction, the development of an effective methodological system for fostering creativity as one of the fundamental goals of initial mathematics instruction represent benefits to both mathematics methodology and to the improvement of teaching practice.

In line with the research findings we also offer some suggestions on how to improve instructional practice:

- the goal and tasks for initial mathematics instruction should adequately emphasize the development of students' creativity,
- in both pre-service and in-service teacher education programmes greater attention should be given to theory and instructional methodology for fostering students' creativity,
- textbooks and instructional practice should be transformed in the way that teaching and education in general can feel like a creative endeavour.

Given that so far the problem of creativity in initial mathematics instruction has not been explicitly studied, with this paper we have attempted to contribute to this research field, aware that we have implicitly opened new questions that may be the subject of further studies.

References

- Czeglédy, I., Orosz, Gy., Szalontay, T., & Szilák, A. (1994). *Matematika tantárgypedagógia I.* Budapest: Calibra Kiadó.
- George, D. (2005). *Obrazovanje darovitih: Kako identificirati i obrazovati darovite i talentirane učenike.* Zagreb: Educa.
- Hallman, R. J. (1963). The necessary and sufficient conditions of creativity, *Journal of Humanistic Psychology*, 1963,3(1), 14-27.
- Haylock, D. (1997). Recognizing mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM Mathematics Education*, 27(2), 68-74.
- Ivanović, J., Ivanović, M. (2009). Tehetség és kreativitás a nevelés és oktatás folyamatában. *Évkönyv*, 3(1), 127-143. Újvidék: Forum Könyvkiadó & Szabadka: Újvidéki Egyetem Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar.
- Kwon, O. N., Park, J. S., & Park, J. H. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, 7(1), 51-61.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In: R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.) *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129-135), Sense Publishers.
- Lipovac, M. (1992). *Obrazovanje i inventivno-inoventna kreativnost.* Zrenjanin: Tehnički fakultet 'Mihajlo Pupin'.
- Lubart, T., Pacteau, Ch., Jacquet, A. Y., Caroff, X. (2010). Children's creative potential: An empirical study of measurement issues. *Learning and Individual Differences*, Vol. 20, 388-392.
- Mandić, D., Radovanović I. (2008). Nastavnik i multimedijalno učenje, *Inovacije u nastavi*, vol. 4/08, 59-69, Beograd: Učiteljski fakultet u Beogradu.
- Newman, J. L. (2005). Talents and Type IIIs: The Effects of the Talents Unlimited Model on Creative Productivity in Gifted Youngsters. *Roeper Review*, 27 (2), 84-90.
- Pintér, J. (1997). *Matematičko modeliranje u početnoj nastavi matematike.* Sombor: Učiteljski fakultet.
- Pintér Krekić, V. (2007). Kreativitás a matematika tanításában. *Évkönyv*, 1(1), 167-174. Újvidék: Forum Könyvkiadó & Szabadka: Újvidéki Egyetem Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar.
- Pólya, Gy. (1979). *A problémamegoldás iskolája I-II.* Budapest: Tankönyvkiadó.
- Poon Teng Fatt, J. (2000). Fostering creativity in education. *Education*, 120 (4), 744-758.
- Sternberg, R. J. (2006). The Nature of Creativity, *Creativity Research Journal*, 18 (1), 87-98.
- Shriki, A. (2010). Working like Real Mathematicians: Developing Prospective Teachers' Awareness of Mathematical Creativity through Generating New Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 73(2), 159-179.
- Tekin, M., Taşğın, Ö. (2009). Analysis of the creativity level of the gifted students. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 1, 1088-1092.
- Vilotijević, M. (1999). *Didaktika, 1.,2.,3.*, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva i Učiteljski fakultet.

Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik: Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*. Weinheim, Basel: Beltz.

Wittmann, E. (1981). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. (6. neu bearbeitete Auflage) Braunschweig: Vieweg.

Valerija Pinter Krekić

Faculty of Teacher Education, University of Novi Sad
Strossmayerova 11, 24000 Subotica, Serbia
valeria.krekic@magister.uns.ac.rs

Josip Ivanović

Faculty of Teacher Education, University of Novi Sad
Strossmayerova 11, 24000 Subotica, Serbia
josip.ivanovic@magister.uns.ac.rs

Kreativna strategija u nastavi matematike

Sažetak

Kreativnost predstavlja najviši stupanj čovjekovih intelektualnih sposobnosti te je najvažnija misija moderne škole razviti kreativne sposobnosti i njegovati kreativnost kod učenika. Međutim, način na koji se izvodi nastava matematike često uključuje stroge algoritme i tako sprječava učenike u razvijanju sposobnosti prepoznavanja matematičkih problema, fleksibilnog načina razmišljanja, protoka ideja te originalnosti u rješavanju problema. Slaba učinkovitost i nepopularnost nastave matematike najčešće su posljedice takve situacije.

Ovaj rad ima za cilj razviti kreativnu strategiju za nastavu matematike u nižim razredima osnovne škole te provjeriti rezultate nastave temeljene na principu kreativnosti. Osmislili smo metodički okvir za poticanje kreativnosti u nastavi te smo proveli eksperimentalno istraživanje o učinkovitosti definiranog sustava za poticanje kreativnosti u početnoj nastavi matematike. Naša je želja dati doprinos osuvremenjivanju i poboljšanju početnog stupnja nastave matematike.

Ključne riječi: bogatstvo ideja; originalnost; redefiniranje; sposobnost prepoznavanja matematičkih problema; tečnost

Uvod

Kreativnost je opći ljudski potencijal koji se može pratiti od rane dječje dobi i ponašanja djece. Dijete se čudi, pita, istražuje, traži slobodu razmišljanja i osjećanja, postavlja pitanja, zamišlja i sanja. Kada se ovim osobinama ne pruži poticaj i kada se one ne uspiju razviti u određenoj dobi ili kada ih se potiskuje strogim i neprikladnim postupcima, može doći do ograničavanja i sprječavanja kreativnog ponašanja, te sukladno tomu i do ukočenosti ponašanja i osobnosti. „Često se kaže da škola sa svojim tradicionalnim načinom rada ne potiče, te štoviše, može i sprječavati, kreativne pokušaje“ (Ivanović i Ivanović, 2009: 135).

Mnogi suvremeni teoretičari u području didaktike (kao što su Vilotijević, 1999, Lipovac, 1992, i drugi) istoga su mišljenja kada se radi o tome da se teško može

govoriti o bilo kakvoj kreativnosti u nastavi koja je pretežno temeljena na predavanju, prezentiranju, frontalnom radu s pretežno pasivnim i receptivnim učenjem koje se oslanja na uvjetovanje i oponašanje, ili na puko memoriranje i reproduciranje nastavnoga sadržaja. U stvari, kada govorimo o svim gore spomenutim situacijama, govorimo o nekreativnom izvođenju nastave. S druge strane, može biti jako teško razviti kreativnost u velikim razrednim odjeljenjima i u školama koje su slabo opremljene i u kojima nedostaju različita nastavna pomagala. Međutim, od presudne je važnosti otkriti učenike koji imaju kreativni potencijal, pronaći prigodne općeobrazovne programe te voditi računa o tome da ti programi imaju dobar učinak na kreativne učenike (Lubart, Pacteau, Jacquet, Caroff, 2010).

Glavni cilj nastave matematike trebao bi biti razvijanje sposobnosti razmišljanja, matematičko i kibernetičko modeliranje, primjena znanja i razvoj kreativnosti, kako u radu tako i u životu, a ne samo usvajanje opsežnoga znanja koje se stječe pukim memoriranjem. Upravo je zbog toga sav kreativan rad, uključujući i samostalni rad, postao preduvjet za trajnu prilagodbu učenika sve bržim i kompleksnijim promjenama koje će se događati u budućnosti. Samoinicijativa i kreativnost u budućnosti će postati najcjenjenije karakteristike osobnosti.

Matematika kao predmet predstavlja kompleksan sadržaj koji se ne može usvojiti pukim prepoznavanjem činjenica i reproduciranjem nastavnoga gradiva. Naprotiv, matematika zahtijeva visok stupanj intelektualnih sposobnosti koje uključuju:

- razumijevanje nastavnog sadržaja matematike,
- primjenu matematičkih modela,
- učeničku kreativnost ili kreativan rad.

U početnoj nastavi matematike problemi se uglavnom javljaju na višim stupnjevima znanja. Dok se metodika nastave matematike uglavnom bavila pitanjima kao što su matematičko modeliranje, rješavanje matematičkih problema i slično, pitanje kreativnosti u početnoj nastavi matematike je još uvijek nedovoljno istraženo područje.

U pokušaju da se odredi kreativnost u početnoj nastavi matematike, mogli bismo prihvatiti pojam koji opisuje kreativnost kao skup individualnih karakteristika koje pomažu osobi stvoriti spoj koji se sastoji od predmeta njegove/njezine aktivnosti, a koji nadilazi prethodno stečeno znanje i iskustvo, koji će znatno promijeniti sustav razumijevanja tih predmeta i povezanih aktivnosti, te koji će omogućiti stvaranje novih proizvoda (Pólya, 1979).

Ono što se u nastavi matematike smatra kreativnim jest svaka vrsta nereproduktivne aktivnosti koja će učenika voditi k samostalnom usvajanju znanja (teze, definicije, algoritmi, rješavanje problema (Czeglédy, 1994).

Poticanje kreativnoga načina razmišljanja i kreativno rješavanje problema posebno naglašavaju ulogu tečnosti, fleksibilnosti, originalnog načina razmišljanja, otvorenosti novim iskustvima i idejama, te voljnost preuzimanja rizika i estetsku osjetljivost (George, 2005).

Shodno tomu, u početnoj nastavi matematike proces razmišljanja oslanja se na:

- sposobnost prepoznavanja problema,
- bogatstvo ideja,
- originalnost,
- redefiniranje,
- protok ideja,
- fleksibilno razmišljanje,
- razradu, itd.

Analizirajmo sada načine na koje se neke od navedenih sposobnosti odražavaju na početnu nastavu matematike.

Sposobnost prepoznavanja problema odnosi se na sljedeće: sposobnost prepoznavanja problema u određenoj situaciji; sposobnost raspravljanja o međusobno ovisnim podacima u zadatku da bi se problem shvatio; sposobnost uočavanja i shvaćanja glavnog pitanja u zadatku; sposobnost pokazivanja tendencije da se pronađu odgovori na pitanja (ili rješenja problema); sposobnost postavljanja novih pitanja na temelju ranije predočenih podataka (strukturiranje zadataka).

Problemska situacija prvotno je psihološko stanje iznenađenosti, postavljanja pitanja, velikog interesa, te visoke mentalne i emocionalne napetosti pojedinca. Međutim, rješavanje određenoga problema za učenike ne mora nužno značiti da su shvatili da problemska situacija postoji, i to iz nekoliko različitih razloga. Ti su razlozi:

- nedostatak interesa i motivacije – učenik ne želi rješavati problem;
- učenikovo znanje je na višem stupnju od znanja potrebnoga da bi se problem riješio, pa učeniku ili učenicima postaje dosadno;
- rješavanje problema zahtijeva od učenika puno više znanja, a učenik ne može shvatiti postavljeno pitanje. Stoga zadatak gubi svoj smisao kao problemski zadatak, postaje dosadan i nestaje iz područja učenikova interesa.

Prilično često je puno teže uočiti problem u zadanom zadatku nego ga riješiti (na primjer, u zadacima proporcionalnosti učenicima može biti teško odrediti jesu li podaci u proporcionalnom ili obrnuto proporcionalnom odnosu ili možda ni u jednom od njih, što može predstavljati veći problem nego što je samo izračunavanje rezultata). Smatra se da se taj problem rješava kada učenici uoče oblike ponašanja ili određeni model koji im pomaže ostvariti željeni cilj.

Učenička sposobnost prepoznavanja problema neće se razviti sama od sebe. Ukoliko njihove aktivnosti ne budu usmjerene, njihov rad će ostati formalan i uzaludan. Neće biti sposobni uočiti međusobnu ovisnost podataka i zbog toga će izgubiti interes za matematiku, što će dovesti do potpunoga gubitka sposobnosti prepoznavanja problema.

Bogatstvo ideja karakteristika je kreativnoga pojedinca, koja u kombinaciji s osnovnim znanjem može pružiti ideje za potencijalne nove perspektive i rješenja problema. To ne podrazumijeva da će baš svaka ideja biti korisna. Ako učeniku nedostaje sustav znanja koji je potreban, tada bogatstvo ideja u stvari može značiti

lutanje u tami. Međutim, beskorisna ideja može značiti puno više nego nepostojanje ideja uopće. Naime, propitivanje ideja u isto vrijeme podrazumijeva i učenje, dok nedostatak ideja ukazuje da proces razmišljanja uopće ne postoji. Ideje ili bogatstvo ideja predstavljaju srž heurističke nastave.

Određivanje skupa točki u ravnini ili prostoru sa zadanim uvjetima (krivulja točaka) upućuje na to ima li učenik odgovarajuće ideje ili ih nema. Bogatstvo ideja može se mjeriti i putem logičkih igara ili nastavljanjem niza brojeva, itd. (npr. nastavljanje niza: 1, 2, 4, ...). Rješenja mogu biti povezana s množenjem, eksponentima, oduzimanjem, pa čak i kombiniranjem.

Takvi i slični zadaci, te različiti načini njihova rješavanja, mogu znatno doprinijeti daljnjem proširivanju bogatstva ideja. Upravo zato bi nastavnik trebao kod učenika razvijati tu vještinu tako što će im pružiti što više dobrih primjera i mogućih načina rješavanja zadatka.

O originalnosti govorimo kada mislimo na stvaranje nečega originalnoga, jedinstvenoga ili neobičnoga, kada mislimo na sposobnost predviđanja novih ideja i rješenja ili kada mislimo na otkrivanje novih značenja pojmova i provedbu novih korelacijskih ideja koje se temelje na zadanom skupu podataka.

Razvijanje kreativnosti kod učenika ne prolazi uvijek bez poteškoća. Nastava matematike ograničena je i vremenom i metodikom, a učenicima je potrebno dosta vremena da bi smislili nove ideje. Međutim, konflikti se mogu dogoditi i ako nastavnik nije dovoljno kreativan i prihvaća originalne ideje kao način na koji učenici žele promovirati sami sebe ili kao njihov trud da bi sebe stavili u prvi plan. Ako u razredu postoje učenici s većim sposobnostima, moguće zadovoljavajuće rješenje bilo bi pružiti im priliku da sudjeluju u izvannastavnim aktivnostima gdje bi mogli izraziti svoje ideje i tako razvijati originalno razmišljanje. Time se želi reći da u okolini u kojoj je dozvoljena veća kreativna sloboda djeca mogu postati kreativnija (Tekin, Tašgin, 2009).

Redefiniranje je sposobnost koja omogućava učenicima korištenje već poznatoga, stečenog znanja da bi pristupili nepoznatome. Redefiniranje se smatra osnovom višeg stupnja kreativnosti koja omogućava izgradnju novih zadataka. Kako je rekao George Pólya: „Matematičko iskustvo učenika će ostati nepotpuno ukoliko nikada nisu imali priliku rješavati zadatke koje su si sami postavili. Nastavnik mora pokazati kako učenik može koristiti ranije riješen zadatak da bi postavio novi zadatak, te na taj način probuditi interes kod učenika“ (Pólya, 1979: 78).

Redefiniranje se može uspješno primijeniti kod rješavanja tekstnih zadataka, kod geometrijskih zadataka, ili kod zadataka dokazivanja. Redefiniranje može također poslužiti i kao dobar primjer kada se želi pokazati kako i u kojoj mjeri su učenici sposobni prevesti svakodnevne probleme na matematički jezik (npr. napraviti jednadžbe sa zadanim podacima i vezama).

Kreativna misao također se temelji na *protoku ideja*, što znači stvaranje mnogobrojnih ideja u zadanom vremenu pod određenim uvjetima, kao i na *fleksibilnom razmišljanju*, što podrazumijeva korištenje različitih pristupa rješavanju problema. U početnoj

nastavi matematike kreativan pristup dodatno uključuje i *razradu*, tj. sposobnost stvaranja novoga rada ili sposobnost izrade novoga, nepoznatoga problema na osnovu novootkrivenih ideja.

Stoga se kreativnost u rješavanju problema ostvaruje divergentnim razmišljanjem usmjerenim k pronalaženju što većeg broja različitih rješenja. U rješavanju problemskih zadataka nikako ne bismo trebali dati prednost divergentnom razmišljanju.

Cjelokupni rad u sklopu nastave matematike trebao bi se temeljiti na uključenosti učenika u nastavu matematike, stvaranju potrebnih pojmova, rješavanju problemskih zadataka, istraživanju, otkrivanju pravila, činjenica i zakona, tj. na kontinuiranome kreativnom radu. Veliki broj nastavnika mišljenja je da se kreativnost u razredu može postići samo s nadarenim učenicima. Međutim, mnoga se istraživanja ukazala na postojanje niska stupnja kreativnosti kod visoka stupnja inteligencije, usprkos pozitivnoj korelaciji između inteligencije i kreativnosti. Postoje kreativni pojedinci s prosječnom inteligencijom, kao i pojedinci s natprosječnom i visokom inteligencijom, koji uopće nisu kreativni (Sternberg, 2006).

Nastavnik je taj koji upravlja nastavom, on/ona bira metode i oblike nastave, strukturu nastavnog procesa i tehnička pomagala, kao i primjere koje koristi za demonstriranje. On/ona odabire zadatak i usmjerava učenike na načine koji će ih dovesti do rješenja. K tomu, on/ona potiče stvaranje novih ideja i metoda, te kontrolira točnost rješenja. Da bi se potaknula kreativnost kod učenika, nastavnik ili nastavnica trebali bi poznavati bit strategije kreativne nastave, te i sam/sama biti kreativni nastavnik/nastavnica. Stoga je jako važan zadatak za nastavnika stvoriti pozitivnu razrednu klimu koja omogućava učenicima individualan rad, te im pomaže postupno graditi motivaciju, samostalnost, samopouzdanje, kao i unutarnje kriterije uspješnosti (Poon Teng Fatt, 2000).

Uloga nastavnika je možda i ključan čimbenik pri razvoju kreativnosti kod učenika. Pozivajući se na istraživanja provedena o toj temi, Hallman (1970: 87–119) je ponudio popis ideja koje opisuju *kreativnoga nastavnika* koji:

- potiče *samostalno učenje* i aktivnost kod učenika, potiče ih da se izraze, *eksperimentiraju* i stvaraju hipoteze;
- uspostavlja *neautoritarnu* razrednu klimu – opušteni uvjeti omogućavaju kreativne aktivnosti;
- potiče *prekomjerno učenje*, tako da učenici postaju zasićeni informacijama, dojmovima i značenjem; *prekomjerno učenje* potiče kreativni rad tako što omogućava učenicima da se odvoje od nastavnih materijala, te time nastavni plan i program čine fleksibilnijim i pogodnijim za nove konstrukte;
- uvijek bava *procesu kreativnog razmišljanja*, potiče učenike na pronalaženje novih veza između podataka, te na stvaranje asocijacija i upotrebu mašte;
- *odgađa ocjenjivanje*, ne ograničava pokušaje istraživanja tako što nudi rezultate ili daje rješenja; pokazuje manju zabrinutost zbog pogrješaka i pomaže učenicima shvatiti da su *pogrješke očekivane, pa čak i neophodne*;

- podržava *intelektualnu fleksibilnost* kod učenika, potiče ih da promijene svoju točku gledišta da bi izbjegli jednoobraznost pri rješavanju zadataka;
- potiče *samoprocjenjivanje* postignuća i razvoja pojedinca jer kreativnost podrazumijeva samostalnost, odgovornost te trajno samoprocjenjivanje;
- pomaže učenicima postati osjetljivijima na društvene, osobne i školske probleme;
- zna kako koristiti i postavljati pitanja; sve započinje pitanjima koja bi trebala biti otvorena, smisljena i na koja bi učenici mogli odgovoriti;
- *pruža učenicima priliku koristiti materijale, ideje, pojmove, alate i strukture...*; vještina potiče kreativnost jer pomaže učenicima razumjeti procese koji su u tijeku;
- pomaže učenicima nadvladati frustracije i neuspjeh;
- usmjerava učenike k sagledavanju *problema kao cjeline*, a ne kao zasebnoga dijela; izgradnja kao integrativna cjelina pruža smjernice za same kreativne procese (prema: Zech, 2002).

Počevši od općih didaktičkih principa u početnoj nastavi matematike, možemo razlikovati principe koji su bitni za razvoj kreativnih karakteristika kod učenika. Među njima posebno mjesto zauzimaju:

- princip *obrazovne orijentacije*, koji potječe od društvenih ciljeva i ciljeva koji proizlaze iz temelja civilizacije, kao i iz zadataka obrazovanja u području matematike;
- princip *individualizacije i svjesne aktivnosti*, koji se temelji na individualnim razlikama učenika;
- princip *motivacije*, koji je najmoćnija pokretačka snaga mladoga čovjeka.

Jedinstvo navedenih principa u početnoj nastavi matematike pruža plodno tlo za razvoj kreativne osobnosti. Naglašavajući obrazovnu orijentaciju početne nastave matematike, naglasili smo njezinu formativnu vrijednost, slobodu razmišljanja, originalnost i bogatstvo ideja, fleksibilnost i tečnost misli.

Individualnost se često povezuje s umjetnošću, fizičkim aktivnostima ili književnošću. Međutim, i u nastavi matematike trebali bismo obratiti veću pažnju na sposobnosti, interes i zamišljanje kombinacija svakog učenika ponaosob, da bismo im omogućili izgradnju znanja, stavova, vještina i navika.

Ljepota i vibriranje same matematike, zajedno s otkrivanjem njezinih skrivenih tajni, mogla bi postati prava unutarnja motivacija učenika. Mogućnosti poigravanja s idejama i dječju slobodu u kreativnosti ne bi trebalo podcjenjivati, kočiti ili ne poštivati. Ono što bi trebalo poticati i nagrađivati jesu originalnosti i nekonvencionalnost, koji se ne smiju smatrati nepoželjnima ili abnormalnima. Međutim, zbog posebne prirode matematike, ta individualnost bi trebala biti predmet sustava procjene povratnih informacija (Pintér-Krekić, 2007).

Na temelju Hallmanovih (1963) pokazatelja kreativnosti u nastavi, Wittman (1981) je naveo *uvjete koji podržavaju kognitivne strategije* koje se mogu uspješno koristiti u početnoj nastavi matematike. Ti pokazatelji su:

- usvajanje znanja učenjem kroz otkrivanje;
- poticanje divergentnog načina razmišljanja kod učenika;
- uplitanje u automatski tijek misli i davanje očitih paradoksa;
- postavljanje otvorenih i intrigantnih problema;
- dopuštanje učenicima da sami postavljaju svoje problemske zadatke i da ih dalje razvijaju;
- učenicima probleme učiniti jasno vidljivima;
- ojačavanje intuitivnog argumentiranja i pretpostavljanja;
- učenje heurističkih strategija;
- razvoj konstruktivnih pristupa pogreškama;
- poticanje diskusije, refleksije i argumentiranja.

Na kraju, Winter je (1991) predložio niz matematičkih zadataka za razvoj kreativnosti, koji su teoretski najopravdaniji i primjenjivi u praksi:

- nemojte predočiti problem, nego ga razvijte iz intrigantnog konteksta i potičite njegov razvoj postavljanjem pitanja;
- napomenite mogućnost slobodnog eksperimentiranja, pogotovo osjetilne prirode, te potičite postavljanje hipoteza;
- držite po strani pomagala za učenje i otkrivanje; ponudite manje pomagala za otklanjanje pogrešaka, a više za samostalno traženje rezultata;
- osigurajte ugodnu okolinu za učenje, pogotovo se suzdržite od ocjenjivanja rada i doprinosa učenika radu (točno/netočno);
- odagnajte plašljivost učenika kada daju neobične prijedloge;
- pokažite heurističke strategije i govorite općenito o zaključivanju, izražavanju, prezentiranju, memoriranju, sjećanju, zaboravljanju, pogreškama, zadacima, itd.;
- objasnite učenicima sadržaj ili formalnu važnost teme (citirano u: Zech, 2002).

Nastavu matematike trebalo bi sagledati kao jedinstvo principa opće nastave i kreativno-stimulativnog stila poučavanja. Osnovne principe takve nastave postavili su Hallman (1970), Wittman (1981) i Winter (1991), a ti su principi služili kao osnova za problemski organiziranu nastavu, heurističku nastavu, projektnu nastavu, itd. Međutim, konkretna nastavna praksa ne poznaje nikoga tko je uspio povezati sve te nastavne pojmove u jednu cjelinu (kurikul). Između ostaloga to bi zahtijevalo i sustavne promjene unutar obrazovnog sustava, prikladnu edukaciju i usavršavanje nastavnika, odgovarajuće uvjete u školama i slično.

U tradicionalnoj nastavi matematike, koja se temelji na frontalnom načinu poučavanja i metodama usmenog reproduciranja, raspravljanja, aktivnostima iz udžbenika i priručnika, problemskim zadacima te drugim tradicionalnim metodama, rad usmjeren k razvoju kreativnosti mogao bi biti vrijedan pokušaj u moderniziranju početne nastave matematike.

Do sada su se mnoga istraživanja bavila načinima karakteriziranja, uočavanja, te promicanja matematičke kreativnosti. Na primjer, Haylock (1997), te kasnije i Kwon, Park i Park (2006) ocjenjivali su matematičku kreativnost učenika tako što

su se koristili otvorenim problemskim zadacima i mjerili vještine divergentnog načina razmišljanja. Leikin je (2009) istraživao uporabu zadataka višestrukog izbora u procjenjivanju matematičke kreativnosti učenika. Ta istraživanja bila su usmjerena na matematičku kreativnost pojedinca onako kako se ona manifestira pri rješavanju različitih problema. Shriki (2010) u svojem je istraživanju opisao iskustva nastavnika matematike koji su bili uključeni u niz aktivnosti kojima se željela podići svijest o kreativnosti u nastavi matematike.

Važna gledišta o kreativnosti izražena su u nekim modernim metodama nastave matematike, kao što su: analitičko-sintetička metoda, kibernetičko modeliranje, učenje otkrivanjem ili heuristička metoda, metoda analogije i metoda pokušaja i pogrešaka (Pinter, 1997).

S obzirom na razvoj kreativnosti neki *nastavni oblici* imaju prednost pred drugima. Iznad svega, moramo biti sigurni da se odvija *individualni rad*. Frontalna nastava mora se kombinirati s individualnim segmentima koji stvaraju nove ideje, tako da se njihova analiza i evaluacija mogu odvijati pred cijelim razredom. U skupnom radu također je moguće poticati razvoj učeničkih kreativnih sposobnosti, iako je u tom slučaju jako teško pravilno usmjeravati tendencije k divergentnom razmišljanju koje se u grupi događaju. Kada govorimo o divergentnom razmišljanju u rješavanju matematičkih problema, neophodna je otvorena povratna informacija jer se obično ne radi o različitosti rješenja, nego o točnosti i kvaliteti rješenja.

U tradicionalnoj nastavi nastavnik ne može pratiti rad svakog učenika; teško da može optimizirati opseg, stupanj, metode i oblike rada svakog učenika, ili prilagoditi tempo rada svakome.

Informatizacija nastave može znatno povećati učinkovitost, kako usvajanja nastavnih sadržaja tako i realizaciju samoga nastavnog procesa.

Novi način organizacije nastave i rada s učenicima podrazumijeva da je pojam frontalnoga rada postupno zamijenjen individualnim radom te da iza njega slijedi trajna ili povremena interakcija nastavnika i učenika. Korištenjem paketa računalnih programa, učenici mogu analizirati neophodne sadržaje, istraživati, zaključivati, tražiti točna rješenja, procjenjivati i ocjenjivati svoj rad. Edukativni računalni programski paketi uzimaju u obzir razlike između učenika. Stoga je moguće odrediti različite zadatke za učenike s različitim vještinama i sposobnostima te odrediti različita područja i nastavne sadržaje da bi se udovoljilo različitim interesima učenika. Hiperveze koje se u računalnim programima koriste omogućavaju učenicima usvajanje znanja na različitim stupnjevima. Aktivno usvojeno znanje ima nadaleko veću vrijednost od učenja koje se temelji na ponavljanju prezentiranih činjenica. Taj pojam učenja podiže stupanj reproduktivnog znanja na stupanj konstruktivnog korištenja podataka da bi se znanje dalje izgrađivalo te da bi se razvijalo kreativno rješavanje problemskih zadataka.

Prema Mandiću i Radovanoviću (2008), multimedija se smatra jednom od najvećih pedagoških inovacija u posljednje vrijeme. Multimedijalna prezentacija nastavnih

materijala i sadržaja snažno potiče učeničku motivaciju, zadržava njihovu pažnju i aktivira veći broj osjetila u proces učenja, što vodi do trajnosti i primjene usvojenoga znanja. Komunikacija koja se odvija u procesu učenja doprinosi samostalnosti učenika i slobodi pri izboru sadržaja. Multimedijalni program nudi različite mogućnosti korištenja u nastavi, individualni je rad njime veći, a uloga nastavnika svedena je na manju mjeru. Nastavnik postaje više posrednik, koordinator nastavnog procesa, a manje predavač i dominantan izvor podataka. On/ona postaje osoba koja organizira, programira i priprema nastavu zajedno s učenicima. Od nastavnika se traži fleksibilniji odnos s učenicima, traži se da poštuje mišljenje učenika, njihovo znanje i interese, budući da oni primaju najnovije informacije iz mnogobrojnih izvora, uključujući internet. Kao prvo, informatizacija nastave zahtijeva od nastavnika osnovnu računalnu pismenost i praktične vještine rada na računalu, ali isto tako i novi pristup poučavanju i učenju.

Usmjeravanje kreativnosti učenika u poučavanju nekoga predmeta problemski je sustav. Taj se sustav sastoji od dva podsustava. To su:

- regulirajući podsustav (nastavnik);
- regulirani podsustav (učenici).

Podsustavi su povezani kanalima, a slijede ulazni podaci:

- nastavni plan i program (kurikulum);
- nastavni sadržaj;
- nastavne metode;
- nastavna pomagala;
- prethodno stečeno znanje matematike i kreativne sposobnosti.

Prvi podsustav (nastavnik) ima konačni regulatorni cilj:

- oblikovati određeno matematičko znanje, vještine i navike kod učenika;
- razviti sposobnosti učenika (pogotovo kreativne sposobnosti).

Na temelju cilja, nastavnik razvija *program reguliranja*.

Opći su ciljevi reguliranja početne nastave matematike:

- usvajanje temeljnoga znanja koje je neophodno za razumijevanje fenomena i korelacija u životu i društvu;
- uvježbavati učenike da primjenjuju usvojeno matematičko znanje pri rješavanju različitih zadataka u stvarnome životu;
- obveza pomaganja učeniku u uspješnom nastavku matematičkog obrazovanja i u samostalnom obrazovanju;
- doprinijeti razvoju mentalnih sposobnosti, stvaranje znanstvenog pogleda na svijet i opći razvoj učenikove osobnosti koji podrazumijeva kreativnost.

Kada se taj program primjenjuje, nastavnik odašilje obrazovne informacije koje uzrokuju određene promjene u drugom podsustavu (učenici). Rezultati koji se na izlazu pojavljuju uključuju slijedeće:

- niz kvalitetnih znanja i vještina;
- kreativne sposobnosti;
- učeničke stavove, navike, uvjerenja i slično.

Stoga je imperativ moderne nastave povećanje protoka informacija od nastavnika do učenika i obrnuto, između učenika samih i protoka informacija na relaciji učenik – baza podataka, kao i nastavnik – baza podataka.

Analizirajući moderne pristupe početnoj nastavi matematike, slobodno možemo zaključiti da kibernetički pristup može doprinijeti razvoju kreativnosti i u nastavi matematike. Shodno tomu, nakon informatizacije nastave, uloge i nastavnika i učenika doživjet će značajne promjene.

Poticanje, provjeravanje i procjenjivanje kreativnosti u matematici poseban je problem. Dok se smatra da se kreativnost u umjetničkim predmetima podrazumijeva po samoj njihovoj prirodi, nastava matematike zahtijeva konceptualnu promjenu s obzirom na te probleme.

Da bi se poticalo kreativno razmišljanje učenika, umjesto strogog provjeravanja rezultata matematičkih zadataka, trebalo bi dati prednost originalnosti, kvaliteti i kvantiteti ideja, pristupu rješavanju problema i sličnome. Važno je omogućiti nastavnu okolinu koja potiče duh otvorenosti i omogućava rađanje ideja; okolinu koja ne samo da tolerira pogrešne ideje koje ne dovode do rezultata, već istovremeno potiče i pozitivno vrednuje takve ideje. Negativne reakcije na rezultate sprječavaju kreativnost, te onemogućavaju učenike u otkrivanju stvarnosti na njihov vlastiti način. Trebalo bi ih poticati da postavljaju pitanja jer često postavljena pitanja vode k znanju i rješenjima problema. Dakle, umjesto suprotstavljanja igre ozbiljnom radu, umjesto kažnjavanja genija, u području matematičkog modeliranja trebali bismo poticati slobodno kombiniranje osnovnoga znanja i procjenjivati i razvijati prirodnu i spontanu kreativnost učenika. Kada se učenike dobro vodi, povećava se njihova motivacija za rad, kreativnost, interes i radne sposobnosti (Newman, 2005). Prema Picassu svako se dijete rađa kreativno, a jedini je problem kako tu kreativnost očuvati i održavati.

U praksi se evaluacija koja objašnjava razvoj kreativnosti učenika može provesti bodovanjem, gdje se elementi kreativnosti vrednuju kao zasebni elementi, tako da krajnji rezultat zadatka neće imati odlučujuću ulogu u dobivanju određene ocjene.

Na kraju bi trebalo reći da poticanje kreativnosti u nastavi matematike nema puno koristi od numeričkog sustava ocjenjivanja. Bilo bi puno učinkovitije uvesti opisne ocjene da bi se učenici poticali i ohrabivali na otvoreno razmišljanje, što će pokazati da je kognitivna aktivnost u nastavi matematike najdragocjenija i najvrjednija.

Metodologija

Polazna točka ovoga istraživanja sadašnja je situacija u našem obrazovanju, koju karakterizira jednoobrazna nastava, pogotovo kada govorimo o *nastavi matematike*. Dok je u nastavi nekih drugih predmeta, na primjer u nastavi materinskog jezika i književnosti, normalno poštivati određene sposobnosti učenika tako da nastavne aktivnosti na odgovarajući način odražavaju te razlike (osobni ton u odgovorima, pisanima ili ilustriranima), u nastavi matematike uobičajeno je zadavati učenicima iste teme (iste zadatke) i inzistirati na istom načinu pronalaženja rješenja. U praksi nastava

matematike sa strogim algoritmima jednostavno onemogućava učenicima razvijanje sposobnosti prepoznavanja problema, fleksibilan način razmišljanja, protok ideja i originalna rješenja problema. Stoga je konačna posljedica te situacije neučinkovita i nepopularna početna nastava matematike.

Zbog toga je dovoljno očito da je problem istraživanja kreativnosti jako bitan i suvremen, posebno problem razvijanja učeničke kreativnosti u početnoj nastavi matematike, uglavnom zbog suptilne prirode samoga predmeta. Upravo je to bio razlog zašto je *kreativnost u početnoj nastavi matematike* prepoznata i navedena kao glavni *problem* ovoga istraživanja.

Poučavanje matematike zahtijeva posebne vještine vezane uz taj predmet kao i sposobnosti koje se mogu razviti tijekom nastavnog procesa. Te vještine su sljedeće:

- velika sposobnost logičkog razmišljanja;
- visok stupanj apstraktnog razmišljanja;
- izvođenje brzih generalizacija;
- pronalaženje originalnih rješenja problemskih zadataka.

Predloženi predmet ovoga istraživanja empirijska je studija o kreativnosti, ili eksperimentalna provjera koliko je u stvari učinkovita opisana metodika nastave u poticanju kreativnosti u početnoj nastavi matematike u području rješavanja problema.

Glavni je cilj istraživanja poboljšati razvoj kreativnosti kod učenika u početnoj nastavi matematike.

Cilj je i teorijski i praktično opravdan u početnoj nastavi matematike:

- definirati kreativnost;
- razviti metodiku nastave kojom se potiče kreativnost;
- objasniti učinkovitost predložene metodike nastave za poticanje kreativnosti.

Ovaj dio istraživanja bavi se testiranjem teorijskih okvira s obzirom na kreativnost u početnoj nastavi matematike i provjerom učinkovitosti predložene metodike nastave, da bi se moderniziralo i poboljšalo samo izvođenje nastave.

Zadaci istraživanja temeljeni su na teorijskim okvirima prvoga dijela koji su bili sljedeći:

- eksperimentalno ispitati učinkovitost definirane metodike nastave da bi se poticala kreativnost u početnoj nastavi matematike u području rješavanja problema;
- generalizirati teorijsko i praktično znanje.

Opća je hipoteza eksperimentalnog istraživanja da se kreativnost u početnoj nastavi matematike može znatno povećati predloženom metodikom nastave.

Pretpostavlja se da će završni test dokazati značajnu razliku u učeničkoj kreativnosti u rješavanju matematičkih zadataka između eksperimentalne skupine (koja je koristila metodiku nastave za poticanje kreativnosti) i kontrolne skupine u kojoj se istovremeno nastava izvodila na tradicionalan način. To podrazumijeva opći razvoj kreativnosti u početnoj nastavi matematike. Ovo će istraživanje doprinijeti promoviranju i povećanju učinkovitosti poučavanja osnova matematike, kao i moderniziranju obrazovanja mladih naraštaja.

Ovim smo istraživanjem željeli ispitati stupanj kreativnosti učenika u početnoj nastavi matematike i definirati koncept metodike nastave i njegov utjecaj na povećanje ukupnoga obrazovnog učinka nastave matematike.

Istraživanje je zahtijevalo primjenu raznih znanstvenih metoda. U teorijskom okviru koristili smo sljedeće metode:

- *Teorijsku analizu*: proučavanje postojećih teorijskih uvida i rezultata empirijskih istraživanja o kreativnim sposobnostima, kreativnom razmišljanju, kreativnosti u nastavi općenito s jedne strane, te analizu početne nastave matematike s druge strane;
- *Deskriptivnu metodu*: stupanj učeničke kreativnosti u početnoj nastavi matematike određen je na temelju prikupljenih podataka o uspjehu učenika u matematici i zabilježenog stupnja usvojenosti nastavnoga sadržaja.

Eksperimentalni dio zahtijevao je uporabu:

- *Kauzalne metode*: otkrivanje uzročno-posljedičnih veza između eksperimentalnog faktora (metoda razvijanja kreativnosti u početnoj nastavi matematike) i obrazovnih ishoda koji su se postigli ovakvom nastavom.

Eksperiment je proveden s paralelnim skupinama unutar kojih smo testirali hipoteze o uspjehu uvođenja eksperimentalnog faktora.

Nezavisna je varijabla u eksperimentalnom istraživanju *metodika nastave kojom se potiče kreativnost u početnoj nastavi matematike*, a koja predstavlja novi pristup usvajanju matematičkoga znanja. U toj se metodici, kroz nastavu koju nastavnik pažljivo vodi, učenici koriste raznim načinima istraživanja i otkrivanja da bi pronašli načine usvajanja matematičkoga znanja i vještina, te da bi naučili kako uspješno rješavati probleme na prikladan način, prema svojim sposobnostima i prethodno stečenom znanju i iskustvu.

Zavisna varijabla jest *povećan stupanj učeničke kreativnosti u početnoj nastavi matematike*. Kreativna načina rada potiče učeničku inicijativu, volju za radom, sposobnost prepoznavanja problema, originalan pristup, fleksibilan način razmišljanja, kritički pristup analiziranju ideja, uočavanje različitih načina rješavanja problema, itd.

Jedna od tehnika istraživanja kojom smo se koristili bio je *Upitnik za nastavnike*. Njime smo prikupili relevantne podatke o nastavničkim mišljenjima i stavovima o prednostima i nedostacima kreativne nastave te o razvoju učeničke kreativnosti u početnoj nastavi matematike. Ta tehnika podrazumijeva činjenicu da su nastavnici morali ispuniti pripremljeni upitnik.

Druga tehnika istraživanja kojom smo se koristili bilo je *testiranje*, naime *test kojime smo provjerili stupanj znanja i kreativnosti u matematici*.

Inicijalni test uključio je odabrane zadatke koji su izrađeni u skladu s postojećim nastavnim planom i programom za niže razrede osnovne škole – nizove objektivnih zadataka da bi se odredio stupanj znanja i stupanj kreativnosti. *Završni test* ili test kreativnosti sadržavao je odabrane zadatke kreativnoga tipa.

Treća tehnika istraživanja koja je korištena bila je *analiza pedagoške dokumentacije*: prikupljanje podataka o općem uspjehu učenika ostvarenome na kraju prvoga razreda i o ocjenama iz matematike, o općim uvjetima rada škole te dostupnim nastavnim pomagalima.

Uzorak istraživanja obuhvatio je odabrane učenike iz učeničke populacije koja pohađa drugi razred osnovnih škola na području Općine Subotica (Vojvodina). I eksperimentalne i kontrolne skupine formirane su u dvije gradske škole sa sličnim uvjetima rada i socio-ekonomskim statusom roditelja. Uzorak se sastojao od ukupno 100 učenika (i njihovih nastavnika) i u eksperimentalnoj i u kontrolnoj skupini.

Ujednačavanje kontrolne i eksperimentalne skupine provedeno je prema:

- opisnom općem uspjehu učenika u prethodnom razredu;
- postignutom opisnom uspjehu u matematici;
- spolu.

Zajedničke karakteristike ili kreativne sposobnosti učenika nisu se direktno ispitivale. Međutim, ocjene učenika iz matematike i opći uspjeh indirektno govore o tim karakteristikama i pružaju određene informacije koje ih dovode u korelaciju s radnim navikama i drugim psihološkim i pedagoškim obilježjima bitnima za ovo istraživanje. Inicijalni test proveden je sredinom rujna 2010. Eksperimentalni je faktor uveden, a eksperiment proveden u razdoblju od sredine rujna do kraja prosinca 2010. Uvođenje metodike nastave za poticanje kreativnosti u početnoj nastavi matematike smatra se eksperimentalnim faktorom.

Da bi bile kreativne, sve aktivnosti u takvoj vrsti nastave moraju dovesti do ishoda koji su rezultat:

- aktivnog usvajanja novoga znanja (definicija, algoritama i sličnoga) na temelju slobode mišljenja;
- individualnoga pristupa i slobode pri rješavanju zadataka.

Osnova za eksperimentalni rad jest:

- razvijanje kreativnosti kod učenika;
- planiranje nastave matematike u skladu s principima kreativnosti;
- motiviranje učenika (uključujući ocjenjivanje) za kreativan rad.

Prije izvođenja nastave u eksperimentalnoj skupini, nastavnici su dobili pomoć stručnjaka. Dobili su posebno osmišljene nastavne smjernice i trajnu pomoć u obliku obuke, savjetovanja, konzultacija, dobrih primjera (matematičkih modela) i uputa (različiti načini rješavanja problema). Sve je to bilo neophodno da bi se nastavnici upoznali s konceptima od kojih se sastoji *metodika nastave za poticanje kreativnosti u početnoj nastavi matematike*, da bi naučili više o različitim nastavnim metodama, oblicima rada i modelima kojima se razvija kreativnost te da bi uspješno proveli projekt.

Konačna mjerenja provedena su na kraju prvoga polugodišta 2010. Završni test koji je izradio tim obrazovnih stručnjaka, sastojao se od 6 zadataka objektivnoga tipa. Testovi su se proveli istovremeno u svim kontrolnim i eksperimentalnim skupinama,

a učenicima nije pružena nikakva pomoć od strane njihovih nastavnika. Zadaci su poslužili za određivanje *stupnja učeničke kreativnosti* u početnoj nastavi matematike.

– *Sposobnost prepoznavanja problema* – u temama: pisanje dvoznamenkastih brojeva, nizovi brojeva, smjer i odsječak pravca te usporedba odsječaka pravca (zadaci 1, 2, 5 i 6). U prvome je zadatku problemska situacija određena i zadanim brojevima i zadatkom. Učenik bi trebao otkriti da se u pisanju dvoznamenkastog broja zadane znamenke mogu koristiti nekoliko puta, no znamenka 0 ne može biti na mjestu desetice. U drugome zadatku učenici su morali odrediti pravilnost niza i pronaći sljedeći broj koji nedostaje. U petome zadatku morali su zaključiti da se radi o uvjetima za određivanje smjera i odsječaka pravca i o rasporedu zadanih točaka u ravnini. Ono što je posebno delikatno jest pitanje koje se odnosi na konstantu u broju odsječaka pravca. U šestome zadatku problem je odrediti dužinu isprekidane linije i usporediti odsječke pravca u odnosima kao što su duži – kraći, *koliko kraći*, te *koliko puta kraći*.

– *Originalnost* – u temama: postavljanje i rješavanje problema, kombinatorika, uspoređivanje odsječaka pravca (zadaci 4, 5 i 6). Originalnost ideja dominira u četvrtom zadatku u pisanju jednadžbe, kao i u definiranju tekstnog problema. U petome zadatku, originalnost se može vidjeti u raspodjeli zadanih točaka, u načinu određivanja broja smjerova i odsječaka pravca, te u različitim pristupima koji mogu dovesti do točnoga rezultata. U šestome zadatku originalnost se također može izraziti u određivanju algoritma za rješavanje problema, u pristupu rješavanju problema, u raspoređivanju operacija po prioritetu i u logičkom zaključivanju.

– *Bogatstvo ideja* – u temama: pisanje dvoznamenkastih brojeva, smjer i odsječak pravca te u usporedbi odsječaka pravca (zadaci 1, 5 i 6). U prvome zadatku, bogatstvo ideja može se najbolje vidjeti u pronalaženju svih mogućih kombinacija brojeva, u određivanju mogućeg ponavljanja znamenki u istome broju, te u određivanju *pravih* dvoznamenkastih brojeva (bez 0 na mjestu desetice). Peti zadatak predviđa oluju ideja – različito kombinirane točke dane u ravnini mogu odrediti mnogo smjerova i odsječaka pravca; ako su barem tri točke kolinearne, broj odsječaka pravca neće se promijeniti, ali broj smjerova će se smanjiti. Najosjetljivija je ideja o određivanju umjesto izračunavanju broja smjerova, tako što se jedna točka odabere i kombinira s drugim točkama (u slučaju da postoji veći broj točaka, ova metoda se može i generalizirati i primijeniti). U šestome zadatku glavne su ideje svedene na određivanje dužina odsječaka pravca i isprekidane linije, na njihovu usporedbu prvo prema odnosu duži – kraći, a kasnije prema veličini u smislu *koliko duži* i *koliko puta duži*.

– *Protok i fleksibilnost ideja* – u temama: broj nizova, komutativnost i asocijativnost kod zbrajanja i oduzimanja, smjer i odsječak pravca (zadaci 2 i 3). Drugi zadatak dozvoljava više različitih rješenja, posebno u drugom i trećem primjeru koji počinju istim znamenkama. Treći zadatak pruža različite mogućnosti za primjenu ili neprimjenu zakona komutativnosti i asocijativnosti u zbrajanju i oduzimanju.

– *Redefiniranje* – u temama: jednadžbe i problemi (zadaci 3 i 4). Treći zadatak zahtijeva od učenika da redefiniraju zakone komutativnosti i asocijativnosti kod

zbrajanja i oduzimanja. U četvrtome zadatku težište je na razvoju novih matematičkih ciljeva na osnovu zadanih podataka, ili na definiranju tekstualnih problema nakon zadanih jednažbi.

Rezultati i rasprava

Rezultati dobiveni testovima bili su statistički analizirani uporabom t-testa. Željeli smo saznati je li srednja vrijednost dobivena u eksperimentalnim i kontrolnim grupama uzorka bila značajna ili slučajna.

Budući da je uzorak bio velik ($N > 30$, i temeljen na F-testu), upotrijebljen je t-test.

U ovom slučaju odgovarajuća srednja i standardna devijacija eksperimentalnih i kontrolnih skupina je: $\bar{x}_E = 26,96$; $\bar{x}_K = 11.72$

$$\vartheta_{\bar{x}_E}^2 = 0.728; \vartheta_{\bar{x}_K}^2 = 1.466$$

$$\text{Dakle } t = 10.29$$

Budući da je $10.29 > t_{0,01} = 2.58$, hipoteza $H_0: \bar{x}_E = \bar{x}_K$ se odbacuje s 1% rizika, što znači da postoji značajna razlika između aritmetičkih sredina s vjerojatnošću od 99%, pa je stoga razlika jako značajna.

Rasprava o postignutim rezultatima – analizi kreativnosti u rješavanju problemskih zadataka:

Grafikon 1.

U **prvome zadatku**, zadani brojevi i zadatak predstavljaju određenu problemsku situaciju. Učenik treba imati osjećaj da se zadani brojevi mogu koristiti nekoliko puta pri pisanju dvoznamenkastog broja, te da znamenka 0 u dvoznamenkastom broju ne može stajati na mjestu desetice. Osim sposobnosti prepoznavanja problema, pri rješavanju zadatka učenici trebaju pokazati sposobnost kombinatorike i mašte. Bogatstvo ideja manifestira se u pronalaženju svih mogućih kombinacija brojeva u određivanju mogućnosti ponavljanja znamenki u istome broju i određivanje *pravih* dvoznamenkastih brojeva (bez nule na mjestu desetice). Eksperimentalna skupina postigla je 34% bolje rezultate. Veća sloboda koja leži u originalnom pristupu i stvaranje bogatstva ideja doprinijeli su širenju i produblivanju učeničkoga razumijevanja i na kraju su doveli do rješavanja postavljenoga problema.

Problem postavljen u **drugome zadatku** bio je odrediti pravilnost niza i odrediti brojeve koji nedostaju. To je podrazumijevalo puno različitih rješenja, posebno u primjerima dva i tri, u kojima su brojevi započinjali istim znamenkama. Rješavanje toga zadatka zahtijevalo je visok stupanj sposobnosti prepoznavanja problema, bogatstvo ideja, tečnost i fleksibilnost razmišljanja. Eksperimentalna skupina nadmašila je kontrolnu za 13%, iako je stupanj riješenih zadataka bio prilično nizak.

U **trećemu zadatku** bilo je potrebno redefinirati zakone komutativnosti i asocijativnosti pri zbrajanju i oduzimanju. Da bi razumjeli zadatak, učenici su morali pokazati koliko su sposobni prepoznati problemske zadatke asocijativnosti i komutativnosti, dok je rješavanje tih zadataka zahtijevalo bogatstvo, tečnost i

fleksibilnost razmišljanja i redefiniranje samoga problema. Razlika od 16% u korist eksperimentalne grupe prilično je značajna, iako su rezultati rješavanja problema bili jako skromni.

Originalnost ideja dominirala je u **četvrtome zadatku**. To se moglo vidjeti u postavljanju jednadžbe, a čak i eksplicitnije u zadatku definiranja tekstnog problema. Ono što je u tome bilo naglašenije jest stvaranje novih matematičkih zadataka na temelju zadanih podataka, odnosno redefiniranje tekstnih zadataka na temelju zadanih jednadžbi. Stoga rješenje zadatka podrazumijeva: sposobnost prepoznavanja problema, bogatstvo ideja, originalan pristup, redefiniranje i druge aspekte kreativnosti. U rješavanju toga zadatka učenici su bili jako uspješni; eksperimentalna skupina imala je gotovo 39% bolji rezultat od kontrolne.

U **petome zadatku** očekivalo se da će učenici shvatiti da se radi o uvjetima koji određuju smjer i odsječak pravca, te o rasporedu zadanih točaka u ravnini. Originalnost se mogla vidjeti u načinu na koji su točke raspoređene, u načinu određivanja broja smjerova i odsječaka pravca, te također u razlikovanju pristupa koji vode to točnoga rješenja. Najintrigantnije pitanje bilo je ono o konstantnom broju odsječaka pravca. Peti zadatak predviđao je oluju ideja – različito kombinirane točke zadane u ravnini mogle bi odrediti mnogo smjerova i odsječaka pravca; ako su barem tri točke kolinearne, broj odsječaka pravca ostat će konstantan, ali broj smjerova će se smanjiti. Ništa manje osjetljiva bila je ideja koja, umjesto izračunavanja broja smjerova, podrazumijeva njihovo određivanje tako što se jedna točka odabere i kombinira s ostalim točkama. Ta ideja pomogla je učenicima razraditi zadani problem u složenijim situacijama (s većim brojem zadanih točaka). Zbog iznimno visokih zahtjeva toga zadatka, postignuti rezultati bili su ukupno skromni, no ipak gotovo dvostruko bolji u eksperimentalnoj nego u kontrolnoj skupini.

U **šestomu zadatku** učenici su mogli pokazati svoju originalnost pri određivanju algoritama za rješavanje problemskoga zadatka, u pristupu rješavanju problema, te u redosljedu matematičkih operacija prema njihovu prioritetu, kao i u logičkom zaključivanju. Osnovne ideje zadatka svodile su se na određivanje odsječaka pravca i dužine isprekidane linije i na njihovu usporedbu, prvo prema odnosima *duži – kraći*, a kasnije i prema odnosu *koliko duži i koliko puta duži*.

Osim originalnosti, zadatak je još dodatno predviđao istančanu sposobnost prepoznavanja matematičkih problema i bogatstvo ideja.

Rezultati istraživanja bili su jako dobri; u eksperimentalnoj skupini 55% bolji nego u kontrolnoj.

Grafikon 2.

Sada možemo analizirati situaciju s obzirom na određene komponente kreativnosti u objema skupinama:

Sposobnost prepoznavanja matematičkih problema ispitivala se u temama: pisanje dvoznamenkastih brojeva, niz brojeva, smjer i odsječak pravca, te usporedba odsječaka pravca (zadaci 1, 2, 5 i 6);

Originalnost se ispitivala u temama: postavljanje i rješavanje problema, kombinatorika, usporedba odsječaka pravca (zadaci 4, 5 i 6);

Bogatstvo ideja ispitivalo se u temama: pisanje dvoznamenkastih brojeva, smjer i odsječak pravca, usporedba odsječaka pravca (zadaci 1, 5 i 6);

Tečnost i fleksibilnost ideja ispitivala se u temama: niz brojeva, svojstva komutativnosti i asocijativnosti u zbrajanju i oduzimanju, smjer i odsječak pravca (zadaci 2 i 3);

Redefiniranje se ispitivalo u temama: jednakžba i problemski zadaci (zadaci 3 i 4).

Rezultati eksperimentalnoga istraživanja pokazali su da su sustavne aktivnosti za poticanje i razvoj učeničke kreativnosti u nastavi matematike u nižim razredima osnovne škole značajno doprinijele povećanju svih promatranih oblika učeničke kreativnosti. Zanimljiva je činjenica da je to povećanje gotovo paralelno (povećanje od otprilike 30%). Jedina devijacija može se vidjeti u području tečnosti i fleksibilnosti razmišljanja, u kojemu je zabilježen nešto niži porast kreativnosti (oko 20%).

Prema tomu, moguće je povećati stupanj učeničke kreativnosti u nastavi matematike uvođenjem adekvatne metodike razvoja nastave. U nastavnoj praksi, utjecaj kojega neki oblici kreativnosti imaju na uspješnost rješavanja matematičkih zadataka varira u rasponu od 15 do 30%. Međutim, uvođenjem metodike razvoja nastave taj postotak bi mogao dosegnuti stupanj od 45 do 65%. Tijekom nastave matematike, gotovo su se sve promatrane komponente kreativnosti linearno povećale, pogotovo redefiniranje, originalnost, bogatstvo ideja i sposobnost prepoznavanja problema, dok je porast tečnosti i fleksibilnosti razmišljanja bio nešto niži.

Upitnik za nastavnike ispunili su svi nastavnici koji su sudjelovali u istraživanju, i u eksperimentalnoj i u kontrolnoj skupini tijekom eksperimentalnoga rada.

Pri određivanju obrazovnih ciljeva i zadataka za sve nastavne sate matematike, prevladavali su sljedeći aspekti razvoja:

- logičko razmišljanje (75%),
- radne navike (55%),
- točnost i ispravnost (45%),
- funkcionalnost matematičkoga znanja (25%),
- interes za učenje matematike (10%).

Nastavnici u eksperimentalnoj skupini, osim obrazovnih aspekata navedenih gore, odredili su i sljedeće dodatne zadatke:

- razvijanje kreativnosti (65%),
- razvijanje originalnosti (50%),
- razvijanje individualnih karakteristika učenika (35%).

S obzirom na individualizaciju u nastavi matematike odgovori svih nastavnika bili su prilično jednaki. Međutim, usprkos činjenici da su svi nastavnici potpuno svjesni individualnih razlika, sposobnosti i interesa učenika za matematiku, oni ipak ne vide pravu priliku za njihovu punu provedbu u sklopu postojećega nastavnog sustava koji se temelji na sljedećem: nastavni sat – nastavne jedinice – predmet. Prema njihovu mišljenju, najveće su prepreke razredna odjeljenja s prevelikim brojem učenika,

opsežan nastavni plan i program te zastarjela nastavna tehnologija. Većina nastavnika dijeli mišljenje da se u nastavi matematike individualnost učenika može poštivati samo djelomično.

Pri rješavanju teorijskih i praktičnih problema u početnoj nastavi matematike obično su nastavnici ti koji sami stvaraju zaključke, iako, u jednostavnim slučajevima, mogu zatražiti suradnju učenika. Razlog tomu je potreba da nastava bude racionalna i učinkovita. Smatra se da djeca te dobi nemaju individualnu sposobnost stvaranja zaključaka. U nastavi u eksperimentalnoj skupini, nastavnici su inzistirali na tome da učenici daju prijedloge i originalne ideje za rješavanje problema da bi se došlo do zaključaka. Tražili su rezultate otvorenim raspravama, tražili su nove ideje, mogućnosti, načine i rješenja.

Nastavna praksa pokazuje tendenciju korištenju najracionalnijih rješenja; metoda pokušaja i pogrešaka rijetko se koristi, a prilično često je dostatno i samo jedno rješenje. Sve ostalo smatra se gubitkom vremena. Nastavnici u eksperimentalnoj skupini poticali su i dozvoljavali divergentno razmišljanje, ali su imali brojne prigovore na spori napredak u provođenju propisanoga nastavnog plana i programa.

Odgovarajući na pitanje o karakteristikama učeničke kreativnosti, nastavnici u kontrolnoj skupini dali su vrlo nejasne ili djelomične odgovore, dok su nastavnici u eksperimentalnoj skupini, koji su ovladali teoretskom osnovom kreativnosti, dali potpune odgovore na pitanje.

Većina nastavnika ustvrdila bi da potiču razvoj kreativnih sposobnosti kod svojih učenika. Najčešće kreativnost povezuju s područjima likovne umjetnosti, ponekad s područjem materinskog jezika i književnosti. Međutim, u eksperimentalnoj nastavi kreativnost se redovito povezuje i s matematikom. Svijest o tom nastavnom aspektu u umjetničkim predmetima vidi se u originalnosti, bogatstvu ideja, ili, općenitije, u oblicima stvaralaštva. Prema odgovorima koje su dali nastavnici u kontrolnoj skupini, prilično je očito da u nastavi matematike također postoji kreativnost, ali oni nisu mogli definirati niti opisati način na koji se ona postiže. S druge strane, zbog činjenice da su im pružene nastavne smjernice, nastavnici u eksperimentalnoj skupini stekli su osnovno teorijsko znanje o kreativnosti u početnoj nastavi matematike, kao i znanje o njezinoj metodici, stoga bi oni mogli dati i mnoge prijedloge za izradu kreativne nastave matematike.

Na kraju možemo zaključiti da u nastavi matematike nastavnici općenito dijele interes za kreativan pristup, ali nisu ni teorijski ni metodički uvježbani da bi mogli provesti takav način poučavanja. Nakon prolaska minimalne edukacije u području kreativnosti, brzo i spremno prihvaćaju i provode takav koncept u početnoj nastavi matematike.

Općenito gledajući, rezultati našega istraživanja uvelike odgovaraju rezultatima sličnih istraživanja koja smo spomenuli ranije u ovome radu (Haylock, 1997; Kwon, Park i Park, 2006; Leikin, 2009; Shriki, 2010). Štoviše, oni nude i neke nove i provjerene informacije o pokazateljima, dimenzijama i metodici kreativnog pristupa nastavi matematike na početku matematičkog obrazovanja.

Zaključak

U ovome smo radu definirali pojam kreativnosti u početnoj nastavi matematike, razvili odgovarajuću metodiku nastave te empirijski ispitali mogućnosti i učinke razvoja toga važnog aspekta obrazovanja tako što smo izradili metodiku nastave za provođenje početne nastave matematike.

Da bismo došli do zaključaka, koristili smo analizu i sintezu teorije i prakse psihologije i obrazovanja, transfer, generalizacije, eksperimentalno istraživanje, statističku analizu i druge uobičajene znanstveno priznate metode.

Kao rezultat istraživanje je ponudilo nove znanstvene informacije u obliku razvijenoga, testiranoga i opravdanoga metodičkog sustava koji je prikladan za poticanje i stvaranje kreativnosti u početnoj nastavi matematike.

Razvoj metodičkog sustava u početnoj nastavi matematike temelji se na:

- redefiniranju ciljeva i principa početne nastave matematike,
- strategiji kreativnosti,
- primjeni kibernetičkih metoda u nastavi,
- kombinaciji individualnoga rada, individualizacije i stalnoga pružanja sustavnih povratnih informacija u nastavi,
- informatizaciji početne nastave matematike.

Definiranje kreativnosti u početnoj nastavi matematike i razvoj učinkovitoga metodičkog sustava za poticanje i stvaranje kreativnosti kao jednog od temeljnih ciljeva početne nastave matematike predstavljaju prednosti kako za metodiku matematike, tako i za poboljšanje nastavne prakse.

U skladu s rezultatima istraživanja nudimo i neke prijedloge za poboljšanje nastavne prakse:

- cilj i zadaci početne nastave matematike trebali bi na prikladan način naglašavati razvoj učeničke kreativnosti;
- u programima stručnog usavršavanja pripravnika i nastavnika koji već rade u nastavi trebalo bi posvetiti više pozornosti teoriji i metodici nastave za poticanje i stvaranje učeničke kreativnosti;
- udžbenike i nastavnu praksu trebalo bi preurediti na način kojim bi se na nastavu i obrazovanje općenito moglo gledati kao na kreativni trud.

S obzirom na to da do sada problem kreativnosti u početnoj nastavi matematike nije bio eksplicitno istraživan, ovim radom smo pokušali doprinijeti tom polju istraživanja, svjesni da smo implicitno otvorili nova pitanja koja mogu postati predmet budućih istraživanja.