

ANALIZA TESTA PORASTA TLAKA HORIZONTALNE BUŠOTINE

BUILD-UP TEST ANALYSIS OF THE HORIZONTAL WELL

SONJA KOŠČAK KOLIN, MARIN ČIKEŠ, VALENTINA BABIĆ

Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Pierottijeva 6, Hr-10000 Zagreb, Hrvatska

Ključne riječi: režimi protjecanja u horizontalnim bušotinama, analiza testa porasta tlaka

Key words title: flow regimes in the horizontal wells, build-up test analysis

Sažetak

Analiza testa porasta tlaka za horizontalnu bušotinu temelji se na poznavanju protjecanja fluida u ležištu, koje je matematički opisano jednadžbom difuzije trodimenzionalnog protoka i njenim rješenjima. Prema modelu horizontalne bušotine u neograničenom ležištu za slučaj neustaljenog protoka mogu se pojaviti četiri režima protjecanja: rani radijalni protok, rani linearni, kasni pseudoradijalni i kasni linearni protok. Za svaki od navedenih protoka postoje odgovarajuća rješenja jednadžbe difuzije, koja se primjenjuju u analizi testa porasta tlaka, uz glavnu pretpostavku da je bušotina potpuno horizontalna i smještena u potpuno horizontalnom, homogenom ležištu, jednake debljine. Osim toga, ležište se uzima kao izotropno u horizontalnoj ravnini, ali da postoji vertikalna anizotropija, tj. da je vertikalna propusnost različita od horizontalne.

Primjer analize testa porasta tlaka u računalnom programu Saphir prikazan je za horizontalnu bušotinu na plinskom ležištu Okoli. U analizi su korišteni podaci ispitivanja kao temelj za postavljanje odgovarajućeg modela bušotine. Primjena mjerenih podataka u modeliranju bušotine značajna je zbog točnosti i pouzdanosti, koju takvi modeli mogu dati u određivanju ključnih podataka za prognoziranje budućih promjena proizvodnog sustava, kao što su propusnost, skin faktor, početni ležišni tlak i sl.

Uvod

Analiza testa porasta tlaka je jedna od najpoznatijih metoda ispitivanja bušotina, a provodi se za slučaj neustaljenog (prijelaznog) perioda protjecanja (Earlougher, 1977). Kod protjecanja fluida u ležištu s horizontalnom bušotinom neustaljeno stanje protjecanja opisano je modelom neograničenog ležišta, prema kojem može doći do četiri različita režima protoka: ranog radijalnog protoka, ranog linearnog, kasnog radijalnog i kasnog linearnog protoka.

Analiza se izvodi zatvaranjem bušotine nakon što je ona proizvela konstantnim protokom neko vrijeme. Tlak se mjeri odmah prije zatvaranja i bilježi kao funkcija vremena tijekom kojeg je bušotina zatvorena. Krivulja, koja je rezultat porasta tlaka, analizira se radi određivanja karakteristika ležišta i uvjeta u bušotini. Intervali bilježenja tlaka kod nekih testova porasta mogu biti čak i svakih

Abstract

Build-up test analysis for the horizontal well is based upon the theory of fluid flow in the reservoir, which is mathematically described by the diffusivity equation of the three dimensional flow and its solutions. According to the horizontal well model in the infinite reservoir for the case of the unsteady flow, four regimes can be developed: early radial flow, early linear, late pseudo-radial and late linear flow. Solutions of the diffusivity equation, that are used in the build-up test analysis, are developed for each of the flow regimes, supposing that the well is totally horizontal and placed in the totally homogeneous reservoir with equal formation thickness. In addition, it is considered that the reservoir is isotropic in the horizontal plane, but with the vertical anisotropy, meaning that the vertical permeability differs from the horizontal.

Example of the build-up test analysis in the computer program Saphir is shown for the horizontal well at the gas field Okoli. Well test data are used in the analysis as the basis for the corresponding well model design. Test data application in the well modeling is significant due to the accuracy that those models can obtain in the determination of the key parameters of the production system forecasting, such as permeability, skin factor, initial reservoir pressure etc.

15 sekundi prvih nekoliko minuta nakon zatvaranja bušotine. Kako test napreduje, tako se i interval bilježenja podataka povećava.

Kao i u svim hidrodinamičkim mjerenjima bušotina pri neustaljenom stanju protoka, saznanja o nadzemnim i podzemnim uvjetima bušotine bitna su za interpretaciju podataka (Babić, 2010).

Model horizontalne bušotine u neograničenom ležištu

Matematički, protjecanje fluida u ležištu prema horizontalnoj bušotini opisuje model trodimenzionalnog linearnog protoka. Jednadžba difuzije za takav protok u izotropnom ležištu ($k_x = k_y = k_z = konst.$) dana je jednadžbom (Matthews i Russel, 1967; Čikeš, 2012):

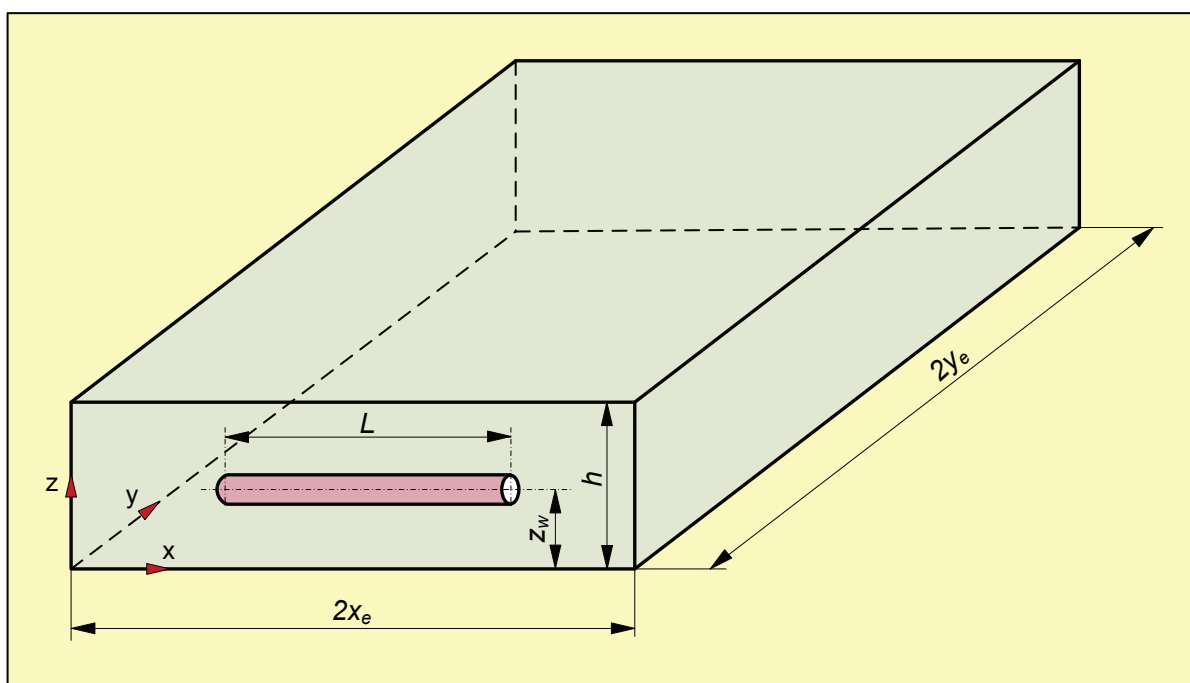
$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

Međutim, u slučaju horizontalne bušotine, prirodnu anizotropiju se ne smije zanemariti, pa će jednačba difuzije za trodimenzionalni linearni protok u anizotropnom ležištu ($k_x \neq k_y \neq k_z$) glasniti:

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \phi \mu c_i \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2)$$

Na **slici 1** prikazan je trodimenzionalni model prilagođen ležištu s horizontalnom bušotinom. U ovom modelu

horizontalni dio bušotine ima duljinu L i radijus r_w , izbušen je paralelno osi x , na udaljenosti z_w od dna ležišta, a njegovo središte je u ishodištu koordinatnog sustava ($x=0, y=0, z=0$). Ležište je u obliku kvadra, debljine (visine) h , duljine $2y_e$ i širine $2x_e$, a vrijedi odnos $L \leq 2x_e$. S obzirom da je ležište anizotropno, ekvivalentna horizontalna propusnost je definirana kao $k_H = \sqrt{k_x k_y}$, a vertikalna kao $k_V = k_z$.



Slika 1. Model horizontalne bušotine (Čikeš, 2012)

Figure 1. Horizontal well model (Čikeš, 2012)

Jednačba (2) riješena je za neograničeno ležište, koristeći rješenja razvijena za hidraulički frakturirane bušotine s pukotinom neograničene vodljivosti (engl. infinite conductivity) ili jednolikog strujanja (engl. uniform flux) (Clonts i Ramey, 1986; Soliman, 1998). Pritom su korištene sljedeće definicije bezdimenzionalnih parametara:

- bezdimenzionalni tlak $p_D = \frac{2\pi k_H h (p_i - p)}{qB\mu}$ (3)

- bezdimenzionalno vrijeme: $t_D = \frac{k_H t}{\phi \mu c_i (L/2)^2}$ (4)

- bezdimenzionalna duljina horizontalne bušotine:

$$L_D = \frac{L}{2h} \sqrt{\frac{k_V}{k_H}} \quad (5)$$

- bezdimenzionalne udaljenosti u smjeru osi x , u smjeru osi y i u smjeru osi z :

$$x_D = \frac{2x}{L} \sqrt{\frac{k_H}{k_x}}; \quad y_D = \frac{2y}{L} \sqrt{\frac{k_H}{k_y}}; \quad z_D = \frac{z}{h} \quad (6)$$

- bezdimenzionalna vertikalna ekscentričnost bušotine:

$$z_{wD} = \frac{z_w}{h} \quad (7)$$

- bezdimenzionalni radijus bušotine: $r_{wD} = \frac{2r_w}{L}$ (8)

S takvim definicijama bezdimenzionalnih varijabli, analitičko rješenje jednačbe difuzije za horizontalnu bušotinu u neograničenom ležištu glasi:

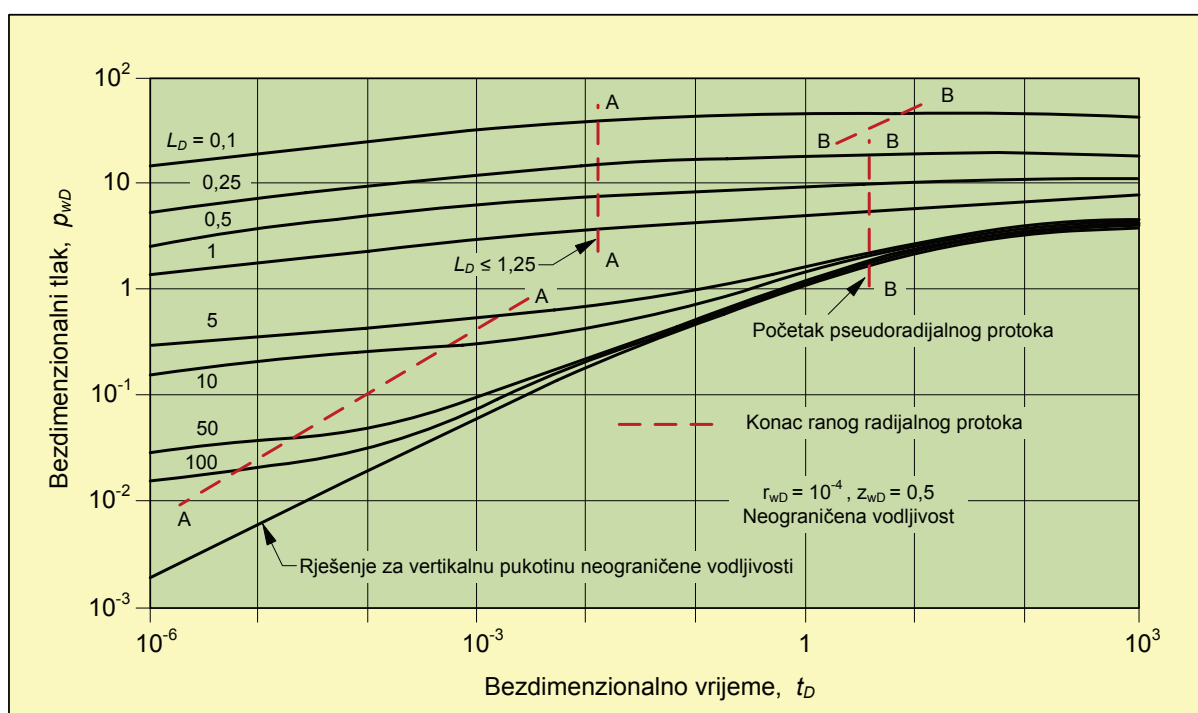
$$p_D(x_D, y_D, z_D, z_{wD}, L_D, t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sqrt{\frac{k_H}{k_V}} \int_0^{t_D} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{k_H/k_V} + x_D}{2\sqrt{\tau}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{k_H/k_V} - x_D}{2\sqrt{\tau}} \right) \right] \times \exp \left(\frac{-y_D^2}{4\tau} \right) \times \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-n^2 \pi^2 L_D^2 \tau) \cos(n\pi z_D) \cos(n\pi z_{wD}) \right] \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \quad (9)$$

U gornjoj jednadžbi, erf (x) je funkcija pogriješke (engl. error function), definirana kao:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (10)$$

Osim za neke specifične slučajeve, analitičko rješenje dano jednadžbom (9) ne može se iskazati poznatim funkcijama, pa su pojedina rješenja dana tablično i u obliku

tipskih krivulja (Clonts i Ramey, 1986). Jedno od tih rješenja u obliku tipskih krivulja prikazano je na slici 2. Na slici je dan bezdimenzionalni tlak u središtu bušotine, na radijusu, r_w , tj. dan je $p_{wD}(x_D = 0, y_D = r_{wD}, z_D = 0)$ za različite bezdimenzionalne duljine bušotine, L_D , u funkciji bezdimenzionalnog vremena, t_D . Krivulje su dane za bušotinu u središtu ležišta ($z_{wD}=0,5$) i za konstantan bezdimenzionalni radijus bušotine ($r_{wD}=10^{-4}$).



Slika 2. Bezdimenzionalni tlak u središtu horizontalne bušotine, smještene u vertikalnom središtu neograničenog ležišta (Soliman, 1998; Čikeš, 2012)

Figure 2. Dimensionless pressure in the center of the horizontal vertically centered well in the infinite reservoir (Soliman, 1998; Čikeš, 2012)

Približna analitička rješenja jednadžbe difuzije moguća su za dva specifična slučaja: za vrlo kratko vrijeme i za dugo vrijeme. Za kratko vrijeme, jednadžba (9) se svodi na (Clonts i Ramey, 1986):

$$p_D(y_D, z_D, t_D) = -\frac{1}{4L_D} \operatorname{Ei} \left[-\frac{z_D^2 - y_D^2}{4t_D} \right] \quad (11)$$

Oblik ove jednadžbe je identičan izrazu za radijalni protok u neograničenom ležištu (van Everdingen i Hurst, 1949; Čikeš, 2012), što indicira da je rani protok prema

horizontalnoj bušotini radijalan. Za $z_D = 0$ i $y_D = r_{wD}$, jednadžba (11) postaje:

$$p_{wD}(t_D) = -\frac{1}{4L_D} \operatorname{Ei} \left[-\frac{r_{wD}^2}{4t_D} \right] \quad (12)$$

i predstavlja bezdimenzionalni tlak u horizontalnoj bušotini, na radijusu r_w , u bilo kojoj točki uzduž bušotine. Budući da tlak nije funkcija x_D , ovo je rješenje i za bušotinu jednolikog utoka i za bušotinu neograničene vodljivosti.

Trajanje ovog radijalnog protoka određeno je najmanjim od sljedeća tri uvjeta:

$$t_{sD} \leq \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{(1-x_D)^2}{20} \\ \frac{\left[z_D + \frac{2}{L_D}(z_{wD}-1) \right]^2}{20} \\ \frac{\left[z_D + 2\frac{z_{wD}}{L_D} \right]^2}{20} \end{array} \right. \quad (13)$$

Za dugo vrijeme, približno rješenje jednadžbe difuzije može se pojednostavljeno prikazati kao (Clonts i Ramey, 1986):

$$p_{wD}(t_D) = p_{ID} + \frac{1}{2} \ln \frac{t_D}{t_{ID}} \quad (14)$$

gdje je p_{ID} bezdimenzionalni tlak određen jednadžbom (9) za vrijeme t_{ID} , koje je određeno najvećim od sljedeća četiri uvjeta:

$$t_{ID} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{\pi^2 L_D^2} \\ 25 y_D^2 \\ \frac{25}{3} \left(\frac{1}{2} + x_D \right)^2 \\ \frac{25}{3} \left(\frac{1}{2} - x_D \right)^2 \end{array} \right. \quad (15)$$

Dakle, bezdimenzionalni tlak u kasnom vremenu, jednak je sumi konstante, $p_{ID} - \frac{1}{2} \ln t_{ID}$, i funkcije vremena, $\frac{1}{2} \ln t_D$, što indicira uspostavu pseudoradijalnog protoka nakon postizanja bezdimenzionalnog vremena t_{ID} .

Na **slici 2** prikazana je i krivulja bezdimenzionalnog tlaka za vertikalnu pukotinu neograničene vodljivosti, koja se poklapa s krivuljom za horizontalnu bušotinu kad $L_D \rightarrow \infty$, što upućuje na sličnost rješenja za pojedine specifične slučajeve. Temeljem te sličnosti, neka približna rješenja za vertikalnu pukotinu primjenjiva su i za horizontalnu bušotinu, što se može matematički dokazati. Naime, jednadžbu (9) može se smatrati općim rješenjem za bušotinu presječenu vertikalnom pukotinom neograničene vodljivosti ili jednolikog utoka. Kad bezdimenzionalna duljina bušotine teži beskonačnosti ($L_D \rightarrow \infty$), suma u jednadžbi (u Fourierovoj seriji) teži ničtici. Fizikalno značenje neograničeno velike duljine bušotine je da vertikalna komponenta protoka postaje zanemariva. Matema-

tički, to dalje znači da se može uzeti $\sqrt{k_H/k_V} = 1$, pa se jednadžba (9) svodi na:

$$p_D(x_D, y_D, t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \int_0^{t_D} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1+x_D}{2\sqrt{\tau}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1-x_D}{2\sqrt{\tau}} \right) \right] \exp \left(\frac{-y_D}{4\tau} \right) \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \quad (16)$$

Jednadžba (16) identična je općem izrazu za vertikalnu pukotinu jednolikog utoka, kojeg su objavili Gringarten et al. (1974). Stoga se neka specifična rješenja za vertikalnu pukotinu mogu izravno primijeniti i na horizontalnu bušotinu. Tako će izraz za bezdimenzionalni tlak uzduž vertikalne pukotine ($y_D=0$) ujedno biti i bezdimenzionalni tlak uzduž horizontalne bušotine ($y_D=0, z_D=0$) i glavit će:

$$p_D(x_D, t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \int_0^{t_D} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1+x_D}{2\sqrt{\tau}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1-x_D}{2\sqrt{\tau}} \right) \right] \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \quad (17)$$

što nakon integriranja postaje:

$$p_D(x_D, t_D) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi t_D} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1+x_D}{2\sqrt{t_D}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1-x_D}{2\sqrt{t_D}} \right) \right] - \frac{1+x_D}{4} \operatorname{Ei} \left[\frac{(1+x_D)^2}{4t_D} \right] - \frac{1-x_D}{4} \operatorname{Ei} \left[\frac{(1-x_D)^2}{4t_D} \right] \quad (18)$$

Funkcija pogriješke, $\operatorname{erf}(x)$, definirana je jednadžbom (10), a eksponencijalni integral jednadžbom:

$$-\operatorname{Ei}(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (19)$$

dok su njihove vrijednosti tablično dane u matematičkim priručnicima.

I sva daljnja rješenja za vertikalnu pukotinu primjenjiva su na horizontalnu bušotinu, uz uvažavanje razlika u definiciji bezdimenzionalnih varijabli. Pukotina jednolikog utoka predstavlja prvu aproksimaciju ponašanja vertikalno frakturirane bušotine. Fluid utječe u pukotinu jednolikim protokom po jedinici površine stijenci pukotine (tj. istom brzinom) zbog čega postoji pad tlaka u pukotini. Stoga će bezdimenzionalni tlak u bušotini, tj. kod $x_D = 0$ biti (Gringarten et al. 1974; Earlougher 1977):

$$p_{wD}(t_D) = \sqrt{\pi t_D} \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\sqrt{t_D}} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{Ei} \left[\frac{-1}{4t_D} \right] \quad (20)$$

Za $t_D \leq 0,1$ gornja jednadžba se svodi na rješenje za pukotinu neograničene vodljivosti (Gringarten et al. 1974):

$$p_{wD}(t_D) = \sqrt{\pi t_D} \quad (21)$$

a to je jednadžba za linearni protok u ležištu.

Za $t_D \geq 10$ jednadžba (20) postaje:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2}(\ln t_D + 2,80907) \quad (22)$$

što opet indicira uspostavljanje pseudoradijalnog protoka u kasnom periodu.

Pukotina neograničene vodljivosti ima neograničenu propusnost i, stoga, jednoliki tlak uzduž cijele pukotine (tj. nema pada tlaka u pukotini). Dokazano je, da bezdimenzionalni tlak u bušotini, tj. kod $x_D = 0$, za ovaj slučaj također slijedi iz jednadžbe (18), ako se uvrsti vrijednost $x_D = 0,732$ (Gringarten et al., 1974; Earlougher 1977; Clonts i Ramey, 1986), pa ona tada glasi:

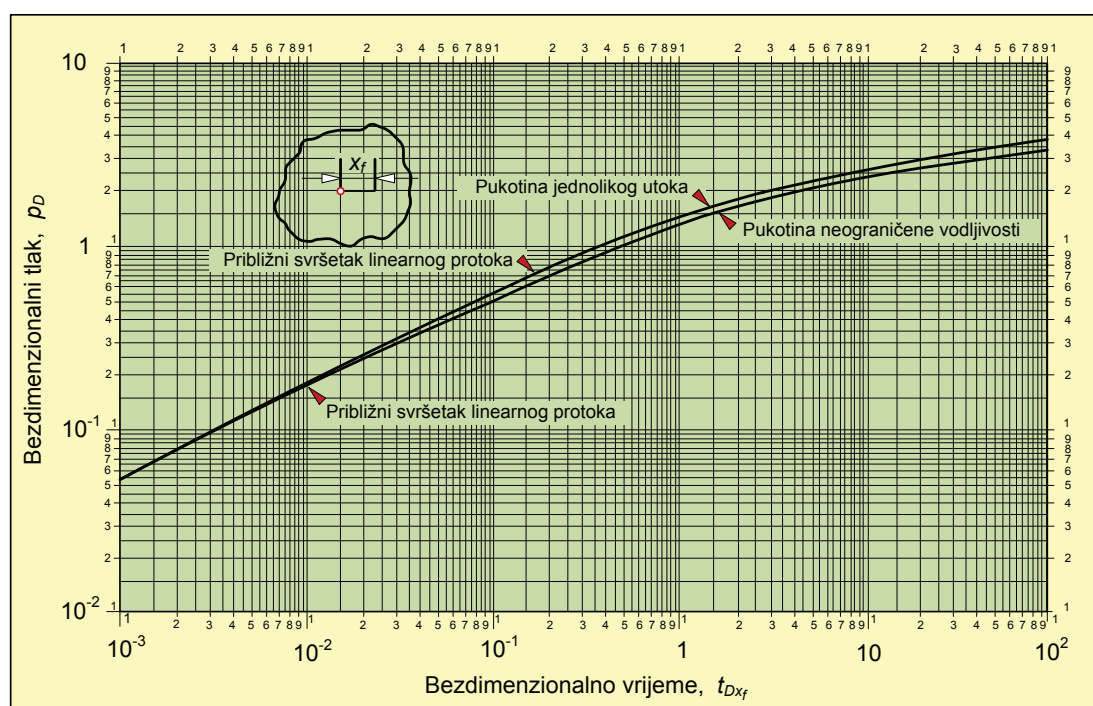
$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi t_D} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{0,866}{\sqrt{t_D}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{0,134}{\sqrt{t_D}} \right) \right] - 0,433 \operatorname{Ei} \left[\frac{0,750}{t_D} \right] - 0,067 \operatorname{Ei} \left[\frac{0,018}{4t_D} \right] \quad (23)$$

Za $t_D \geq 10$ jednadžba (23) postaje:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2}(\ln t_D + 2,2) \quad (24)$$

a za $t_D \leq 0,01$ i ova se jednadžba svodi na jednadžbu (21). Dakle, i u slučaju neograničene vodljivosti pukotine, pa tako i bušotine, pojavljuje se u određenom razdoblju i linearni i pseudoradijalni protok.

Na slici 3 prikazan je bezdimenzionalni tlak u funkciji bezdimenzionalnog vremena, izračunat prema jednadžbama (20) i (23). Na krivuljama je označen svršetak linearnog protoka, koji je u log-log dijagramu karakteriziran pravcem nagiba $\frac{1}{2}$ ($t_{Dxf} \leq 0,1$ za slučaj jednolikog utoka, odnosno $t_{Dxf} \leq 0,01$ za slučaj neograničene vodljivosti).



Slika 3. Bezdimenzionalni tlak za bušotinu s pukotinom neograničene vodljivosti i jednolikog utoka, u neograničenom ležištu (Čikeš, 2012)
 Figure 3. Dimensionless pressure for the well with infinite - conductivity and uniform flux fracture in the infinite reservoir (Čikeš, 2012)

Jednadžba (2) riješena je i za ograničeno ležište (Babu i Odeh, 1989a; 1989b). Rješenje sadrži neustaljeni (engl. transient) i ustaljeni protok, a neustaljeni protok indicira moguće pojavljivanje četiri režima protjecanja. Osim već spomenuta tri, moguće je pojavljivanje i kasnog linearnog protoka. Dakle, mogući su redom, rani radijalni protok, rani linearni, kasni pseudoradijalni i kasni linearni protok

(Odeh i Babu, 1990). Svaki od ovih protoka detaljnije je opisan u nastavku.

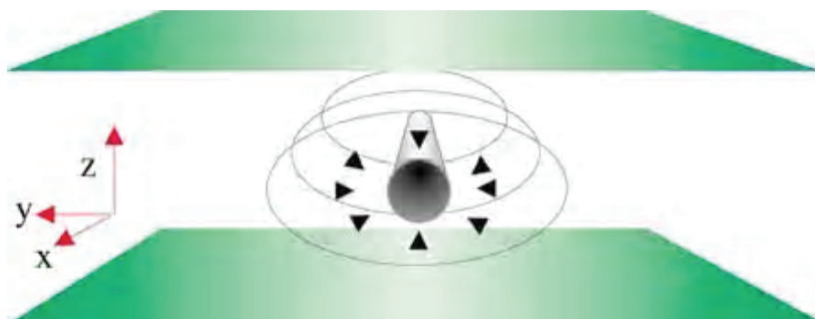
Rani radijalni protok

Ovaj se protok pojavljuje vrlo rano. Čim se bušotinu otvori za proizvodnju ili ju se zatvori za porast tlaka, oblik

protjecanja oko bušotine je radijalan u vertikalnoj ravnini. Rani radijalni protok oko horizontalne bušotine sličan je protoku vertikalne, potpuno penetrirajuće bušotine, u neograničenom ležištu (slika 4). Drugim riječima, horizontalna bušotina se ponaša kao vertikalna u ležištu debljine jednake duljini horizontalne bušotine, tj. $h = L$.

Rani radijalni protok traje relativno kratko, osim ako je debljina ležišta razmjerno velika, odnosno, ako je horizontalni dio bušotir

granice. Međutim, tada radijalni protok može poremetiti obično zanemareni utjecaj gravitacije. Značajnije razlike vertikalne i horizontalne propusnosti također mogu iskriviti radijalne karakteristike ovog perioda protjecanja, mijenjajući oblik protjecanja u eliptični. Stoga, za razliku od vertikalne bušotine, gdje se uzima iste propusnosti u svim smjerovima u horizontalnoj ravnini, za radijalni protok u horizontalnoj bušotini treba uzeti prosječnu propusnost u



Slika 4. Rani radijalni protok u ležištu s horizontalnom bušotinom (Houze et al., 2012)

Figure 4. Early radial flow in the reservoir with the horizontal well (Houze et al., 2012)

Dakle, uzevši da je $h = L$ i $k = \sqrt{k_y k_v}$, dinamički tlak u horizontalnoj bušotini, koja proizvodi konstantnim protokom, za vrijeme ranog radijalnog protoka, dan je jednadžbom za radijalni protok vertikalne bušotine u neograničenom ležištu (Čikeš, 2012), koja sada glasi:

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} \left[\frac{1}{2} \left(\ln \frac{\sqrt{k_y k_v} t}{\phi \mu c_i r_w^2} + 0,80907 \right) \right] + s \quad (25)$$

Analogno vertikalnoj bušotini, iz gornje jednadžbe slijedi praktično rješenje za analizu pada tlaka u proizvodnom testu horizontalne bušotine:

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} 1,151 \left(\log t + \log \frac{\sqrt{k_y k_v}}{\phi \mu c_i r_w^2} + 0,351 + 0,87s \right) \quad (26)$$

Naime, polulogaritamski prikaz dinamičkog tlaka u funkciji vremena (p_{wf} u funkciji $\log t$) dat će pravac nagiba $m = 1,151 \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}}$, pa se tada može izračunati ekvivalentna propusnost u vertikalnoj ravnini oko horizontalne bušotine:

$$\sqrt{k_y k_v} = 1,151 \frac{qB\mu}{2\pi L m} \quad (27)$$

te skin faktor:

$$s = 1,151 \left(\frac{P_i - P_{wf}(1h)}{m} - \log \frac{\sqrt{k_y k_v}}{\phi \mu c_i r_w^2} - 3,91 \right) \quad (28)$$

Trajanje ranog radijalnog protoka određeno je vremenom potrebnim da se dosegne najbliža granica, što može biti gornja ili donja granica ležišta (krovina ili podina) ili, pak, vrh bušotine (Čikeš, 2012).

Rani linearni protok

Ako je horizontalni dio bušotine dostatno dug u usporedbi s debljinom ležišta, gornja i donja granica ležišta će utjecati na ponašanje tlaka, dok će utjecaj vrha bušotine biti zanemariv. U tom slučaju, može se pojaviti linearni protok, kod kojeg je glavnina pada tlaka u horizontalnom smjeru i fluid se giba linearno prema bušotini (slika 5). Minimalni uvjet za postojanje linearnog protoka u ležištu s horizontalnom bušotinom definiran je kao (Odeh i Babu, 1990):

$$L \geq 3,33(h - z_w) \sqrt{\frac{k_y}{k_v}} \quad (29)$$



Slika 5. Rani linearni protok u ležištu s horizontalnom bušotinom (Houze et al., 2012)

Figure 5. Early linear flow in the reservoir with the horizontal well (Houze et al., 2012)

Rani linearni protok prema horizontalnoj bušotini sličan je protoku prema vertikalnoj pukotini neograničene vodljivosti, u neograničenom ležištu, ali s nepotpunom penetracijom po debljini ležišta. Drugim riječima, horizontalna bušotina se ponaša kao frakturirana vertikalna, s visinom pukotine manjom od debljine ležišta, tj. $h_f < h$.

Kako je već rečeno, bezdimenzionalni tlak za vrijeme linearnog protoka u ležištu, definiran je jednadžbom (21), pa nakon uvrštavanja bezdimenzionalnih varijabli, definiranih jednadžbama (3) i (4), ona glasi:

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} \sqrt{\frac{\pi k_H t}{\phi \mu c_i (L/2)^2}} \quad (30)$$

Dodatni pad tlaka zbog skin efekta, definiran jednadžbom (van Everdingen i Hurst 1949):

$$\Delta p_s = s \left(\frac{qB\mu}{2\pi kh} \right) \quad (31)$$

može se prilagoditi horizontalnoj bušotini analogno jednadžbi (25), tj. uzevši da je $h = L$ i $k = \sqrt{k_y k_v}$. Pritom mehaničkom skin faktoru, s , prouzročenom smanjenjem propusnosti oko horizontalne bušotine, treba pribrojiti i pseudoskin, s_z , prouzročen nepotpunim raskrivanjem ležišta po njegovoj debljini, pa je dodatni pad tlaka definiran kao:

$$\Delta p_s = \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z) \quad (32)$$

Pribroji li se jednadžbu (32) jednadžbi (30), ona postaje:

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} \sqrt{\frac{\pi k_H t}{\phi \mu c_i (L/2)^2}} + \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z) \quad (33)$$

pa nakon sređivanja, uvažavajući da je $k_H = k_y$, ona konačno glasi:

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{qB\mu}{Lh} \left[\sqrt{\frac{t}{\pi \phi \mu c_i k_y}} + \frac{h}{2\pi \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z) \right] \quad (34)$$

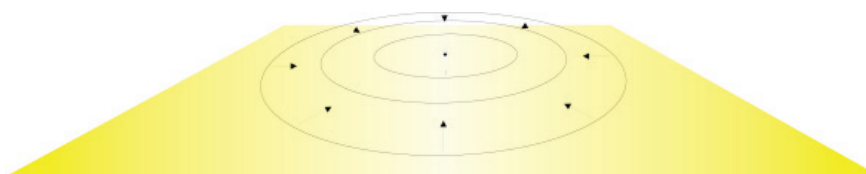
Pseudoskin faktor zbog nepotpunog raskrivanja ležišta definiran je jednadžbom (Odeh i Babu, 1990):

$$s_z = \ln \left(\frac{h}{2\pi r_w} \sqrt{\frac{k_y}{k_v}} \right) - \ln \left[\sin \left(\frac{\pi z_w}{h} \right) \right] \quad (35)$$

Početak linearnog protoka određen je vremenom dozezanja gornje i donje granice ležišta, a svršetak ranog linearnog protoka određuje vrijeme kod kojeg utjecaj vrha bušotine postaje značajan (Čikeš, 2012).

Kasni pseudoradijalni protok

Ovaj se oblik protoka javlja kad se poremećaj tlaka u ležištu odmakne dostatno daleko od bušotine da se ona doima kao točka prema kojoj se ležišni fluid giba radijalno u horizontalnoj ravnini (slika 6). Ovaj period je analogan pseudoradijalnom protoku u vertikalnoj frakturiranoj bušotini. Slično, vrijeme postizanja ovog režima protjecanja u slabo propusnim ležištima može biti vrlo dugo. Minimalni uvjet za uspostavljanje pseudoradijalnog protoka u ležištu s horizontalnom bušotinom definiran je kao $L/2x_e \leq 0,45$ (Odeh i Babu, 1990).



Slika 6. Kasni pseudoradijalni protok u ležištu s horizontalnom bušotinom (Houze et al., 2012)

Figure 6. Late pseudoradial flow in the reservoir with the horizontal well (Houze et al., 2012)

Bezdimenzionalni tlak za vrijeme pseudoradijalnog protoka u ležištu, definiran je jednadžbom (22), koja nakon uvrštavanja definicija bezdimenzionalnih varijabli glasi:

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k_H t}{\phi \mu c_i (L/2)^2} + 2,80907 \right) \quad (36)$$

Dodatni pad tlaka zbog skin efekta, definiran jednadžbom (32), može se pribrojiti, pa jednadžba (36) postaje:

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} \frac{1}{2} \left(\ln \frac{k_H t}{\phi \mu c_i (L/2)^2} + 2,80907 \right) + \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z) \quad (37)$$

Analogno ranom radijalnom protoku, iz jednadžbe (37) slijedi praktično rješenje za analizu pada tlaka u proizvodnom testu:

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} 1,151 \left(\log t + \log \frac{k_H}{\phi \mu c_i L^2} + 1,822 \right) + \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z) \quad (38)$$

Naime, polulogaritamski prikaz dinamičkog tlaka u funkciji vremena (p_{wf} u funkciji $\log t$) dat će pravac nagiba $m = 1,151 \frac{qB\mu}{2\pi k_H h}$, pa se tada može izračunati ekvivalentna propusnost u horizontalnoj ravnini:

$$k_H = 1,151 \frac{qB\mu}{2\pi h m} \quad (39)$$

Ekstrapolacijom tog pravca do $t=1$ h može se izračunati ukupni skin faktor:

$$s + s_z = \frac{1,151L}{h} \sqrt{\frac{k_v}{k_x}} \left(\frac{p_i - p_{wf}(1h)}{m} - \log \frac{k_H}{\phi \mu c_i L^2} - 5,378 \right) \quad (40)$$

a pseudoskin faktor se računa prema jednadžbi (35).

Kraj ovog protoka je onda kad se očituje utjecaj jedne od lateralnih granica ležišta, tj. granica u smjeru osi x ili granica u smjeru osi y (Čikeš, 2012)

Kasni linearni protok

Ovaj protok se pojavljuje kad je ležište izduljeno u smjeru okomitom na horizontalnu bušotinu, tj. u y smjeru.

Nakon dostatno dugog vremena proizvodnje, granice ležišta u vertikalnom smjeru i u smjeru horizontalne bušotine (x smjer) počinju djelovati, pa je protok u ova dva smjera u biti poluustaljen. Stoga je protok u smjeru okomitom na smjer bušotine linearan.

Analogno ranom linearnom protoku, pad tlaka u ležištu je dan jednadžbom (30), s tim da L postaje $2x_e$. Dodatni pad tlaka zbog skin efekta definiran je jednadžbom (32), u kojoj također L postaje $2x_e$, zbog čega se skin faktorima dodaje i pseudoskin s_x , prouzročen nepotpunom penetracije bušotine po cijeloj širini ležišta ($L < 2x_e$). Dakle, pad tlaka u ležištu za vrijeme kasnog linearnog protoka dan je jednadžbom:

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{qB}{2x_e h} \sqrt{\frac{\mu t}{\pi \phi c_i k_H}} + \frac{qB\mu}{4\pi x_e \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z + s_x) \quad (41)$$

Vrijeme pojavljivanja ovog protoka definirali su Odeh i Babu (1990; Čikeš 2012)

Analiza testa porasta tlaka horizontalne bušotine

Glavna pretpostavka za analizu tlaka horizontalne bušotine je da je ona potpuno horizontalna i smještena u isto tako potpuno horizontalnom, homogenom ležištu, jednolike debljine, h . Za početak, uzmimo da je ležište izotropno u horizontalnoj ravnini, tj. da je horizontalna propusnost u svim smjerovima ista, $k_r = k_H = \sqrt{k_x k_y}$, ali da postoji vertikalna anizotropija, tj. da je vertikalna propusnost različita od horizontalne, $k_z = k_v \neq k_H$. Pogled prema kraju horizontalne bušotine ekvivalentan je pogledu prema dnu vertikalne bušotine. Prvi režim protjecanja nakon svršetka efekta skladištenja u vertikalnoj bušotini je radijalni protok, pa je isto tako i u horizontalnoj bušotini. Međutim, zbog anizotropije, protok oko horizontalne bušotine nije kružnog oblika, već eliptičnog, jer će difuzija sporije napredovati u vertikalnom smjeru. Samo ako bi ležište bilo potpuno izotropno u svim smjerovima, difuzija oko horizontalne bušotine bila bi potpuno radijalna. Kad jednom difuzija dosegne gornju i donju granicu, protok postaje linearan, ekvivalentno geometriji paralelnih rasjeda kod vertikalne bušotine (ako je geometrijski skin negativan). No, kako je duljina horizontalne bušotine ograničena, i trajanje linearnog protoka je ograničeno. Konačno, kad se difuzija protegne dostatno daleko od bušotine da duljina horizontalnog dijela bušotine (koji komunicira s ležištem) postane irelevantna, protok ponovno postaje radijalan, ekvivalentno normalnom radijalnom protoku u vertikalnoj bušotini.

Matematički modeli protjecanja u takvoj geometriji izvedeni su u prethodnom odlomku. Prvi oblik (režim) protoka, često maskiran efektom skladištenja, je rani ra-

dijalni protok (slika 4, slika 7). U stvarnosti, prosječna (srednja) propusnost kombinira vertikalnu i radijalnu (horizontalnu) komponentu s horizontalnom anizotropijom. No, ako ignoriramo horizontalnu anizotropiju, prosječna propusnost je kombinacija vertikalne i horizontalne propusnosti. Duljinu horizontalnog dijela bušotine koja komunicira s ležištem, L , u takvom, radijalnom modelu možemo smatrati „debljinom“ ležišta. Stoga se u analizi tlaka proizvodnog testa može primijeniti jednadžbu (27) za računanje ekvivalentne propusnosti u vertikalnoj ravnini, $\sqrt{k_y k_v}$ i jednadžbu (28) za računanje skin faktora, s . Pritom se m određuje iz polulogaritamskog prikaza dinamičkog tlaka (ili razlike ležišnog i dinamičkog tlaka) u funkciji vremena (p_{wf} u funkciji $\log t$ ili $\Delta p = (p_i - p_{wf})$ u funkciji $\log t$).

Primjenom načela superpozicije u vremenu, analizu proizvodnog testa može se prilagoditi testu porasta tlaka. Test porasta tlaka može se tretirati kao test s dva protoka: protok q , koji stvarno traje do vremena t_p , uzimamo kao da traje i nakon vremena t_p , ali istodobno počinje protok $-q$ (pa je rezultanta 0) i traje do kraja testa porasta tlaka t (kao i protok q). Pad tlaka zbog protoka q u vremenu t , prema jednadžbi (3), jednak je:

$$\Delta p_1 = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} p_D(t_D) \quad (42)$$

a porast tlaka zbog protoka $-q$ u vremenu $t-t_p$ jednak je:

$$\Delta p_2 = -\frac{qB\mu}{2\pi k_H h} p_D((t-t_p)_D) \quad (43)$$

Ukupni pad tlaka jednak je sumi $Dp_1 + Dp_2$:

$$\Delta p = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} \left[p_D(t_D) - p_D((t-t_p)_D) \right] \quad (44)$$

Prema standardnim oznakama slijedi: $t=t_p+Dt$, $Dt=t-t_p$, $Dp=p_i-p(t)=p_i-p_{ws}$, gdje je p_{ws} statički tlak nakon zatvaranja bušotine za test porasta, pa iz jednadžbe (44) slijedi:

$$p_i - p_{ws} = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} \left[p_D((t_p + \Delta t)_D) - p_D((\Delta t)_D) \right] \quad (45)$$

Rješenje jednadžbe difuzije u bezdimenzionalnom obliku, za rani radijalni protok, dano je jednadžbom (12), koja za $4t_D / r_{wD}^2 \geq 100 \Rightarrow t_D / r_{wD}^2 \geq 25$ ima sljedeću logaritamsku aproksimaciju:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{4L_D} \left[\ln \left(\frac{t_D}{r_{wD}^2} \right) + 0,80907 \right] \quad (46)$$

a u dimenzionalnom obliku dana je jednadžbom (25). Supstitucijom jednadžbe (46), za vremena t_p+Dt i Dt , u jednadžbu (45) slijedi:

$$p_i - p_{ws} = \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} \frac{1}{4L_D} \left[\ln(t_p + \Delta t)_D - \ln(\Delta t)_D \right] \quad (47)$$

a nakon uvođenja definicije bezdimenzionalnog vremena iz jednadžbe (4) i definicije bezdimenzionalne duljine iz

jednadžbe (5) u jednadžbu (47) i sređivanja, ona konačno glasi:

$$p_{ws} = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_H k_v}} \frac{1}{2} \ln \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \quad (48)$$

Zamjenom prirodnog logaritma logaritmom po bazi 10, znajući da je u horizontalno izotropnom ležištu $k_H=k_v$, slijedi oblik jednadžbe pogodan za analizu testa porasta tlaka horizontalne bušotine:

$$p_{ws} = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} 1,151 \times \log \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \quad (49)$$

analogan poznatoj Hornerovoj jednadžbi za vertikalnu bušotinu (Horner, 1951).

To znači da će dijagram porasta tlaka (ili razlike porasta tlaka i dinamičkog tlaka neposredno prije zatvaranja bušotine za mjerenje porasta tlaka) u polulogaritamskom mjerilu (p_{ws} ili $\Delta p = (p_{ws} - p_{wf(\Delta t=0)})$ u funkciji $\log \left[(t_p + \Delta t) / \Delta t \right]$) dati pravac nagiba $m = 1,151 qB\mu / 2\pi L \sqrt{k_y k_v}$, pa se propusnost u vertikalnoj ravnini, $\sqrt{k_y k_v}$, može izračunati prema istoj jednadžbi kao i u proizvodnom testu, tj. prema jednadžbi (27).

Kao i u slučaju vertikalne bušotine, zbog primjene superpozicije, skin faktor se ne pojavljuje u gornjoj Hornerovoj jednadžbi. Stoga, analogno vertikalnoj bušotini, skin faktor se može odrediti kombiniranjem jednadžbi (26) i (49), odakle slijedi konačni izraz za računanje skin faktora:

$$s = 1,151 \left(\frac{p_{ws(\Delta t=1h)} - p_{wf(\Delta t=0)}}{m} - \log \frac{\sqrt{k_y k_v}}{\phi \mu c_t r_w^2} - 3,91 \right) \quad (50)$$

Nakon ranog radijalnog, sljedeći oblik (režim) protjecanja bit će **rani linearni protok** između gornje i donje granice, tj. između krovine i podine ležišta (slika 5, slika 7).

Analitičko rješenje jednadžbe difuzije za linearni protok prema horizontalnoj bušotini dano je jednadžbom (34), koju se može pisati i kao:

$$\Delta p = m\sqrt{t} + \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z) \quad (51)$$

što znači da Kartezijev dijagram dinamičkog tlaka (ili razlike ležišnog i dinamičkog tlaka) u odnosu na drugi korijen vremena daje pravac, koji ima nagib:

$$m = \frac{qB}{Lh} \sqrt{\frac{\mu}{\pi \phi c_t k_y}} \quad (52)$$

i odrezak na ordinati:

$$\Delta p(t=0) = \frac{qB\mu}{2\pi L \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z) \quad (53)$$

S pomoću jednadžbe (52) i utvrđenog nagiba pravca, m , može se izračunati k_y . Ekstrapolacijom pravca do $t=0$ i očitavanjem $\Delta p(t=0)$, te kombiniranjem jednadžbi (53) i (35) može se izračunati obje komponente skin faktora, s i s_z .

I ovdje se, primjenom superpozicije u vremenu, analizu proizvodnog testa može prilagoditi testu porasta tlaka. Temeljem jednadžbe (34) jednadžba za analizu testa porasta tlaka tada glasi:

$$p_{ws} = p_i - \frac{qB}{Lh} \sqrt{\frac{\mu}{\pi\phi c_i k_y}} (\sqrt{t_p + \Delta t} - \sqrt{\Delta t}) \quad (54)$$

Dakle, dijagram porasta tlaka ili razlike porasta tlaka i dinamičkog tlaka neposredno prije zatvaranja bušotine za mjerenje porasta tlaka, tj. p_{ws} ili $\Delta p = (p_{ws} - p_{wf(\Delta t=0)})$ u funkciji $(\sqrt{t_p + \Delta t} - \sqrt{\Delta t})$, dati će pravac nagiba danog jednadžbom (52), pa se s pomoću iste jednadžbe može izračunati propusnost k_y . Kombiniranjem jednadžbi (34) i (54) slijedi izraz za računanje ukupnog skin faktora:

$$(s + s_z) = \frac{2\pi L \sqrt{k_y k_v}}{qB\mu} [p_{ws(\Delta t)} - p_{wf(\Delta t=0)} - m(\sqrt{t_p} - \sqrt{t_p + \Delta t} - \sqrt{\Delta t})] \quad (55)$$

gdje je $p_{ws(\Delta t)}$ tlak ekstrapoliran po pravcu do Δt . Daljnjim kombiniranjem s jednadžbom (35) može se razlučiti obje komponente skin faktora.

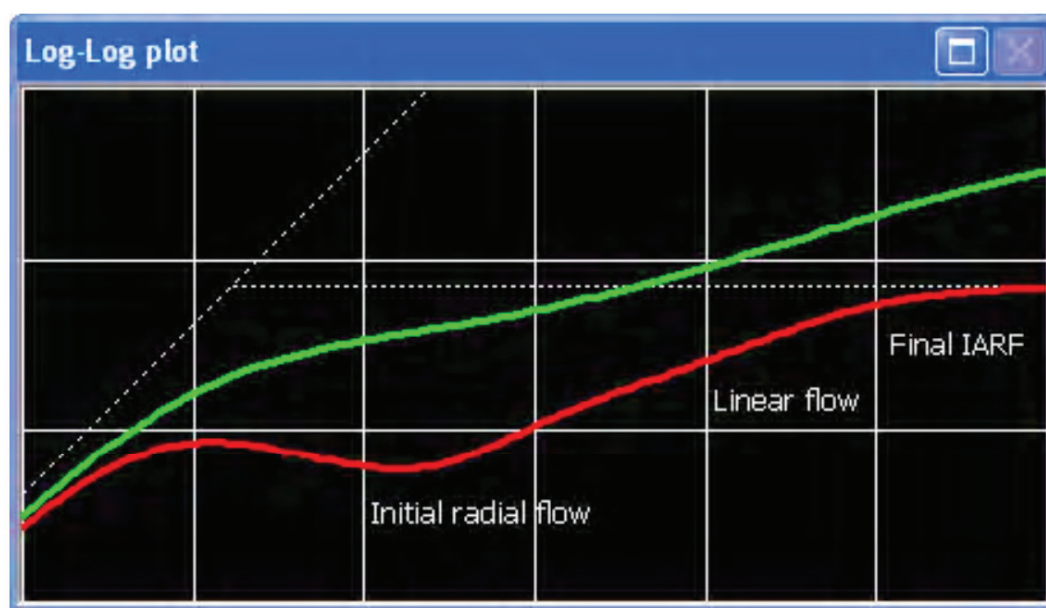
Derivacija tlaka za vrijeme ranog linearnog protoka jednaka je kao i u slučaju frakturirane bušotine i dana je jednadžbom:

$$\Delta p' = \frac{d\Delta p}{d \ln(\Delta t)} = \Delta t \frac{d\Delta p}{d\Delta t} \quad (56)$$

pa kad se u nju uvrsti jednadžbu (51) slijedi:

$$\Delta p' = \Delta t \frac{d\Delta p}{d\Delta t} = \Delta t \frac{m}{2\sqrt{\Delta t}} = \frac{1}{2} m \sqrt{\Delta t} \quad (57)$$

Dakle, na log-log dijagramu tlaka i derivacije tlaka u funkciji vremena, linearni protok je karakteriziran paralelnim pravcima čiji je nagib jednak $\frac{1}{2}$. Derivacija je manja od samog tlaka za faktor 2 na linearnoj skali.



Slika 7. Ponašanje tlaka i njegove derivacije za horizontalnu bušotinu (Čikeš, 2013; Houze et al., 2012)

Figure 7. Pressure behavior and its derivative for the horizontal well (Čikeš, 2013; Houze et al., 2012)

Sljedeći režim protjecanja je kasni pseudoradijalni protok, ekvivalentan onom u vertikalnoj bušotini (slika 7), gdje druga stabilizacija derivacije tlaka predstavlja uobičajeni „ kh “, ako se ležište smatra izotropnim u horizontalnoj ravnini, tj. $(kh)_{kasni} = k_H h$. Stoga se u analizi tlaka proizvodnog testa može primijeniti jednadžbu (39) za računanje propusnosti u horizontalnoj ravnini (ili

umnoška $k_H h$, ako je h nepoznat) i jednadžbu (40) za računanje ukupnog skin faktora, $s + s_z$. Pritom se, kao i kod ranog radijalnog protoka, m određuje iz polulogaritamskog prikaza dinamičkog tlaka (ili razlike ležišnog i dinamičkog tlaka) u funkciji vremena (p_{wf} u funkciji $\log t$ ili $\Delta p = (p_i - p_{wf})$ u funkciji $\log t$).

Primjenom superpozicije u vremenu, temeljem jednadžbe (38), izvedena je Hornerova jednadžba za analizu testa porasta tlaka:

$$p_{ws} = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi k_H h} 1,151 \times \log \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \quad (58)$$

Dakle, dijagram porasta tlaka (ili razlike porasta tlaka i dinamičkog tlaka neposredno prije zatvaranja bušotine za mjerenje porasta tlaka) u polulogaritamskom mjerilu (p_{ws} ili $\Delta p = (p_{ws} - p_{wf(\Delta t=0)})$ u funkciji $\log \left[\frac{(t_p + \Delta t)}{\Delta t} \right]$) dati će pravac nagiba $m = 1,151 qB\mu / 2\pi k_H h$, pa se horizontalna propusnost može izračunati prema istoj jednadžbi kao i u proizvodnom testu, tj. prema jednadžbi (39).

Analogno prethodnim oblicima protjecanja, izraz za računanje ukupnog skin faktora za vrijeme kasnog pseudoradijalnog protoka slijedi iz kombinacije jednadžbi (38) i (58):

$$s + s_z = \frac{1,151L}{h} \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \left(\frac{p_{ws(\Delta t=Lh)} - p_{wf(\Delta t=0)}}{m} - \log \frac{k_H}{\phi \mu c_i L^2} - 5,378 \right) \quad (59)$$

Kao konačni oblik protjecanja prema horizontalnoj bušotini, može se pojaviti kasni linearni protok, također opisan u prethodnom odlomku. Pad tlaka u ležištu tada je dan jednadžbom (41), koju se može pisati i kao:

$$\Delta p = m\sqrt{t} + \frac{qB\mu}{4\pi x_e \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z + s_x) \quad (60)$$

Dakle, isto kao i kod ranog linearnog protoka, Kartezijev dijagram dinamičkog tlaka (ili razlike ležišnog i dinamičkog tlaka) u odnosu na drugi korijen vremena daje pravac, koji ima nagib:

$$m = \frac{qB}{2x_e h} \sqrt{\frac{\mu}{\pi \phi c_i k_H}} \quad (61)$$

i odrezak na ordinati:

$$\Delta p(t=0) = \frac{qB\mu}{4\pi x_e \sqrt{k_y k_v}} (s + s_z + s_x) \quad (62)$$

S pomoću jednadžbe (61) i utvrđenog nagiba pravca, m , može se izračunati k_H . Ekstrapolacijom pravca do $t=0$ i očitavanjem $\Delta p(t=0)$, s pomoću jednadžbe (62) može se izračunati ukupni skin faktor, $s + s_z + s_x$.

Primjenom superpozicije u vremenu, temeljem jednadžbe (41), jednadžba za analizu testa porasta tlaka glasi :

$$p_{ws} = p_i - \frac{qB}{2x_e h} \sqrt{\frac{\mu}{\pi \phi c_i k_H}} \left(\sqrt{t_p + \Delta t} - \sqrt{\Delta t} \right) \quad (63)$$

pa dijagram porasta tlaka ili razlike porasta tlaka i dinamičkog tlaka neposredno prije zatvaranja bušotine za mjerenje porasta tlaka, tj. p_{ws} ili $\Delta p = (p_{ws} - p_{wf(\Delta t=0)})$ u funkciji $\left(\sqrt{t_p + \Delta t} - \sqrt{\Delta t} \right)$, daje pravac nagiba danog jednadžbom (61), s pomoću koje se može izračunati propusnost k_H . Kombiniranjem jednadžbi (41) i (63) slijedi izraz za računanje ukupnog skin faktora:

$$(s + s_z + s_x) = \frac{4\pi x_e \sqrt{k_y k_v}}{qB\mu} \left[p_{ws(\Delta t)} - p_{wf(\Delta t=0)} - m \left(\sqrt{t_p} - \sqrt{t_p + \Delta t} - \sqrt{\Delta t} \right) \right] \quad (64)$$

gdje je $p_{ws(\Delta t)}$ tlak ekstrapoliran po pravcu do Δt . Ekstrapolacijom tlaka po pravcu do $\Delta t = 0$, gornja jednadžba se svodi na jednadžbu (62).

Primjena programa Saphir

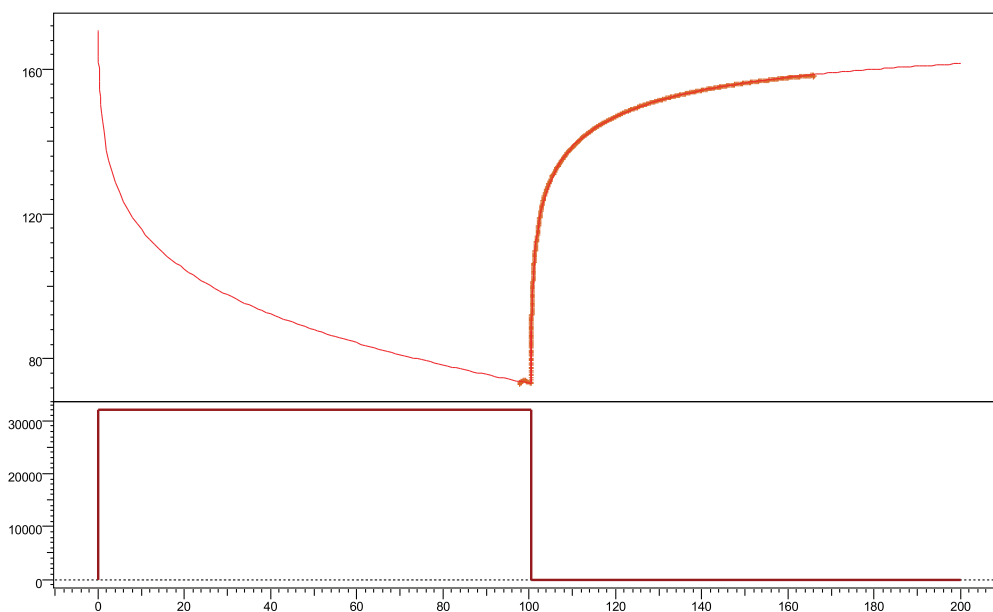
Program Saphir dio je programskog paketa ECRIN (Verzija 4.12, Sveučilišna licenca). Koristi se za analizu testa porasta tlaka, a proizvela ga je tvrtka KAPPA Engineering. U programu je interpretiran test porasta tlaka horizontalne bušotine na plinskom ležištu Okoli prema ulaznim podacima u **tablici 1**, s ciljem određivanja ključnih parametara, kao što su propusnost i skin faktor (Babić, 2010).

Tablica 1. Podaci o bušotini i ležištu**Table 1.** Well and reservoir data

Radijus bušotine	$r_w = 0,07$ m
Efektivna debljina ležišta	$h = 15$ m
Efektivna šupljikavost ležišne stijene	$\phi = 0,17$
Ukupna stlačivost ležišta	$c_t = 4,2 \times 10^{-8}$ Pa ⁻¹
Duljina horizontalnog dijela kanala bušotine	$L = 196$ m
Udaljenost horizontalnog kanala bušotine od donje granice ležišta	$z_w = 7,5$ m
Vrijeme konstantne proizvodnje bušotine	$t_p = 100$ h
Protok plina	$q = 32000$ m ³ /d
Vrijeme nakon zatvaranja bušotine za mjerenje porasta tlaka	$\Delta t = 68,25$ h
Ležišna temperatura	$T = 110$ °C
Ležišni tlak	$p = 163$ bar
Faktor odstupanja realnog plina	$Z = 0,8901$
Viskoznost plina	$\mu = 1,8 \times 10^{-5}$ Pa·s
Obujamski koeficijent plina	$B_g = 0,007$ m ³ /m ³

U program se najprije unose podaci o radijusu bušotine r_w , debljini ležišta h i šupljikavosti ϕ , a pod opcijom 'PVT' definirana su glavna svojstva plina, kao što su faktor odstupanja realnog plina Z , viskoznost μ i obujamski koeficijent B_g .

Nakon toga u program se unose podaci o trajanju konstantnog perioda proizvodnje bušotine prije zatvaranja za mjerenje t_p , o veličini tog protoka q , kao i vrijeme koje je proteklo dok je bušotina bila zatvorena Δt .

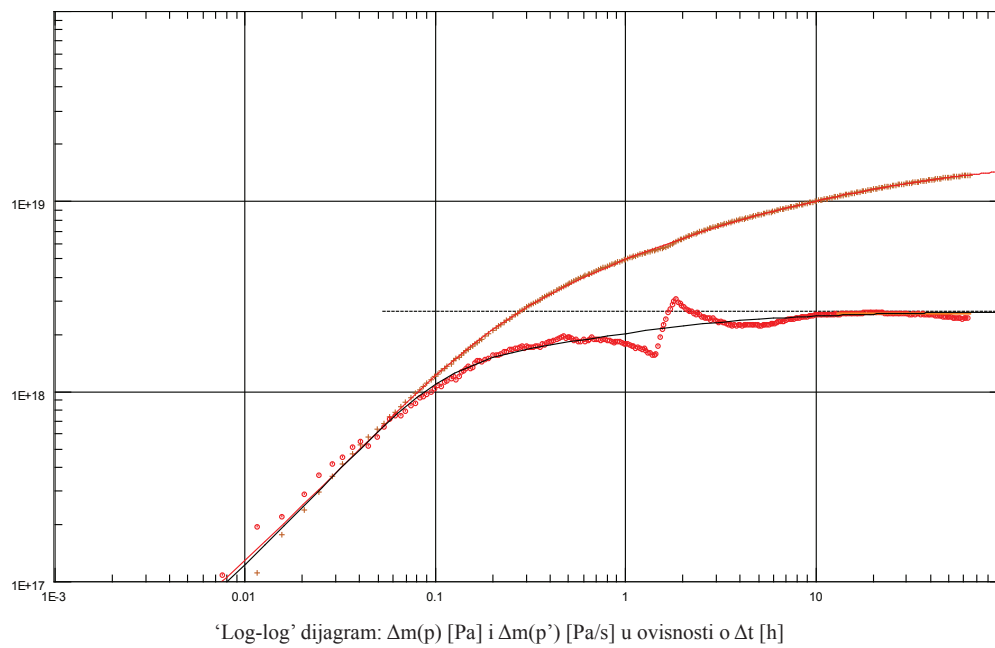
Tlak [bar] i protok [m³/d] u ovisnosti o vremenu [h]**Slika 8.** Mjerni podaci testa porasta tlaka**Figure 8.** Build-up test data

Ispitivanje je obavljeno u periodu od 21. do 24. studenog 2003. godine, a ukupno trajanje porasta tlaka bilo je 68 sati (**slika 8**). Mjerenje tlaka je započelo neposredno prije zatvaranja bušotine, tako da se prve vrijednosti na dijagramu označene križićima odnose na zadnje vrijednosti dinamičkog tlaka prije zatvaranja. Način unosa ovih podataka je učitavanjem pripremljene datoteke u ASCII formatu.

U sljedećem koraku radi se dijagnostička analiza tako da se, kao što je to uobičajeno u praksi, mjereni poda-

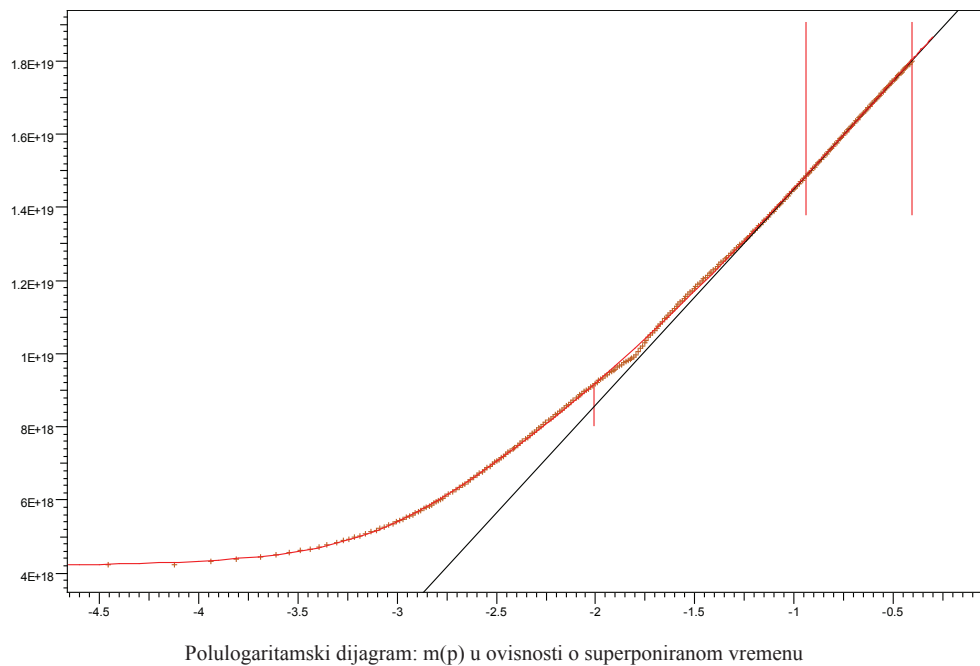
ci najprije ‘mečiraju’ i uspoređuju s modelom vertikalne bušotine sa skin faktorom i koeficijentom skladištenja u homogenom, neograničenom ležištu.

Kao što se vidi na **slici 9**, mjereni podaci (označeni križićima) se dobro poklapaju s odabranim modelom (označen punom linijom), a derivacija tlaka (označena kružićima) pokazuje stabilizaciju, pa je na **slici 10** dan i polulogaritamski prikaz porasta tlaka. Glavni rezultati obiju analiza nalaze se u **tablici 2**.



Slika 9. Log-log dijagram mjerenih i modeliranih podataka za tlak i njegovu derivaciju

Figure 9. Log-log plot of the test and model data for the pressure and its derivative



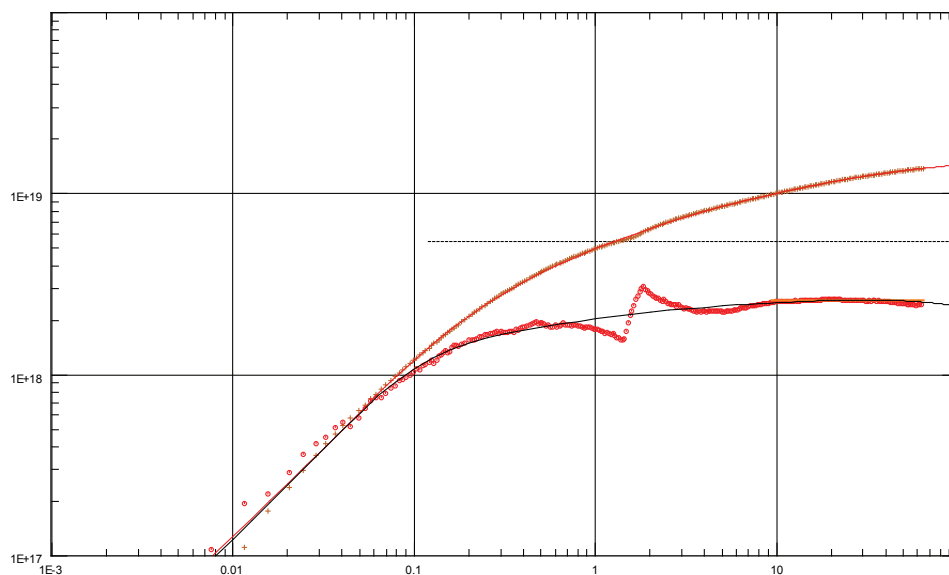
Slika 10. Polulogaritamski prikaz funkcije pseudotlaka u odnosu na superponirano vrijeme

Figure 10. Semi-log plot of the pseudo pressure function vs. superposition time

Tablica 2. Rezultati dijagnostičke analize testa porasta tlaka**Table 2.** Results of the diagnostic build-up test analysis

Odabrani model		
Bušotina	Vertikalna, promjenjiv koeficijent skladištenja	
Ležište	Homogeno	
Granice	Neograničeno	
Glavni parametri modeliranja		
Točka mečiranja, T_{Match}	9,39	h^{-1}
Točka mečiranja, p_{Match}	$1,88 \times 10^{-19}$	$[Pa/s]^{-1}$
Koeficijent skladištenja, C	0,0394	m^3/bar
Produkt $k \times h$	$3,01 \times 10^{-3}$	$\mu m^2 \times m$
Propusnost, k	$1,98 \times 10^{-4}$	μm^2
Skin faktor, s	-3,12	
Početni ležišni tlak, p_i	170,54	bar
Pad tlaka prouzročen skin faktorom, Δp_{skin}	-75,74	bar
Rezultati polulogaritamskog prikaza		
Nagib, m	$5,90677 \times 10^{18}$	Pa/s
Odrezak na ordinati, Δp	$2,04115 \times 10^{19}$	Pa/s
Pseudo tlak kod 1 sata, $m(p)@1h$	$8,56378 \times 10^{18}$	Pa/s
Produkt $k \times h$	$3,13 \times 10^{-3}$	$\mu m^2 \times m$
Propusnost, k	$2,06 \times 10^{-4}$	μm^2
Ekstrapolirani ležišni tlak, p^*	170,12	bar
Skin faktor, s	-3,03	
Pad tlaka prouzročen skin faktorom, Δp_{skin}	-71,015	bar

Negativni skin faktor ($s = -3,12$) ukazuje da se bušotina ponaša kao stimulirana vertikalna, što praktički može odgovarati ili frakturiranoj vertikalnoj bušotini ili horizontalnoj bušotini. Kako se u konkretnom primjeru radi o horizontalnoj bušotini, provodi se nova analiza. U njoj se rezultati mjerenja sada 'mečiraju' s modelom horizontalne bušotine u homogenom, neograničenom ležištu, sa zadnom efektivnom duljinom horizontalnog dijela bušotine od 196 m, te bušotinom centriranom po debljini ležišta (**slika 11**). Glavni rezultati ove analize dani su u **tablici 3**.



'Log-log' dijagram: $\Delta m(p)$ [Pa] i $\Delta m(p')$ [Pa/s] u ovisnosti o Δt [h]

Slika 11. Log-log dijagram mjerenih i modeliranih podataka za tlak i njegovu derivaciju**Figure 11.** Log-log plot of the test and model data for the pressure and its derivative

Tablica 3. Rezultati analize testa porasta tlaka

Table 3. Results of the build-up test analysis

Odabrani model		
Bušotina	Horizontalna, promjenjiv koeficijent skladištenja	
Ležište	Homogeno	
Granice	Neograničeno	
Krovina/podina	Nema protoka, nepropusna donja i gornja granica ležišta	
Glavni parametri modeliranja		
Točka mečiranja, T_{Match}	4,18	h^{-1}
Točka mečiranja, p_{Match}	$9,17 \times 10^{-20}$	$[Pa/s]^{-1}$
Koeficijent skladištenja, C	0,0433	m^3/bar
Produkt $k_H \times h$	$1,47 \times 10^{-3}$	$\mu m^2 \times m$
Horizontalna propusnost, k_H	$9,7 \times 10^{-5}$	μm^2
Omjer vertikalne i horizontalne propusnosti, k_v/k_H	0,0257	
Skin faktor	-0,685	
Pseudo skin faktor	-4,64	
Ukupni skin faktor, s	-5,32	
Duljina horizontalnog kanala bušotine, L	196	m
Debljina ležišta, h	15	m
Udaljenost horizontalnog kanala bušotine od donje granice, z_w	7,5	m
Početni ležišni tlak, p_i	168,6	bar

Kao što se vidi iz **slike 11** 'mečiranje' s odabranim modelom je zadovoljavajuće, a rezultati analize prikazani u **tablici 3** ukazuju da je ležište relativno slabo propusno ($k_H = 9,7 \times 10^{-5} \mu m^2$), da je vertikalna propusnost bitno niža od horizontalne ($k_v/k_H = 0,0257$), te da pribušotinska zona ležišta nije oštećena ($s = -0,685$). Negativna vrijednost pseudoskina (- 4,64) ukazuje na pozitivan učinak horizontalne bušotine.

Na slici je uočljiva prva stabilizacija derivacije tlaka, što ukazuje na uspostavu ranog radijalnog protoka, međutim ostali oblici protjecanja nisu razvijeni zbog nedostatnog vremena mjerenja porasta tlaka, što se može računski dokazati. Naime, svršetak ranog radijalnog i početak ranog linearnog protoka određen je uvjetom $t_D = 0,25r_D^2$, odakle slijedi jednadžba $t = z_w^2 \phi \mu c_i / 4k_v$ (Čikeš, 2012). Uvrštavanjem zadanih parametara i utvrđene vertikalne propusnosti u tu jednadžbu, dobiva se vrijeme početka linearnog protoka od 108 sati, što je znatno duže od stvarnog trajanja mjerenja.

Zaključak

Analiza testa porasta tlaka u bušotini izvodi se za neustaljeno stanje protjecanja, a temelji se na analitičkim i grafičkim rješenjima, koja su prikazana za horizontalnu bušotinu. Primjenom mjerenih podataka odabrane bušotine na plinskom ležištu Okoli napravljene su dvije simulacije u računalnom programu Saphir, za dva različita modela bušotine. U prvoj simulaciji se za modeliranu bušotinu pretpostavilo da je vertikalna u homogenom neograničenom ležištu. Iz rezultirajućeg negativnog skin faktora zaključuje se da je bušotina stimulirana, pa je druga simulacija napravljena za model horizontalne bušotine u neograničenom ležištu s nepropusnom krovinom i podinom. Rezultati ove analize testa porasta tlaka ukazuju da je ležište relativno slabo propusno i da pribušotinska zona kanala bušotine nije oštećena. S obzirom da je poznavanje ovih parametara neophodno za daljnje prognoziranje proizvodnje svake bušotine, određivanjem njihovih vrijednosti ispunjena je svrha ispitivanja bušotine.

Received: 10.06.2013.

Accepted: 28.06.2013.

Nomenklatura

$B[m^3/m^3]$	- obujamski koeficijent	$t[s]$	- vrijeme
$C[m^3/Pa]$	- konstanta skladištenja bušotine	$t_D[-]$	- bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa vertikalne bušotine, odnosno duljine horizontalne bušotin
$C_D[-]$	- bezdimenzionalni koeficijent skladištenja bušotine	$t_{Dsf}[-]$	- bezdimenzionalno vrijeme u funkciji duljine pukotine
$c[Pa^{-1}]$	- stlačivost	$V[m^3]$	- obujam
$g[m/s^2]$	- gravitacija	$v[m/s]$	- brzina
$h[m]$	- efektivna debljina ležišta	$x[m]$	- udaljenost u smjeru osi x
$k[m^2]$	- apsolutna propusnost ležišne stijene	$x_D[-]$	- bezdimenzionalna udaljenost u smjeru osi x
$k_s[m^2]$	- promijenjena propusnost stijene u pribušotinskoj zoni	$y[m]$	- udaljenost u smjeru osi y
$L[m]$	- duljina (horizontalne) bušotine	$y_D[-]$	- bezdimenzionalna udaljenost u smjeru osi y
$m(p)[\bar{P}/s]$	- funkcija pseudotlaka	$Z[-]$	- faktor odstupanja realnog plina
$p[Pa]$	- tlak	$z[m]$	- udaljenost u smjeru osi z
$p_D[-]$	- bezdimenzionalni tlak	$z_D[-]$	- bezdimenzionalna udaljenost u smjeru osi z
$p_i[Pa]$	- početni ležišni tlak	$\gamma[-]$	- relativna gustoća fluida
$\bar{p}_R[Pa]$	- srednji ležišni tlak	$\Delta p_s[Pa]$	- pad tlaka zbog skin-efekta
$p_{wf}[Pa]$	- dinamički tlak u bušotini na razini ležišta	$\mu[Pa \times s]$	- dinamička viskoznost
$p_{wh}[Pa]$	- dinamički tlak u bušotini na ušću bušotine	$\nu[m^2/s]$	- kinematička viskoznost
$q[m^3/s]$	- obujamski protok (trenutna proizvodnja)	$\rho[kg/m^3]$	- obujamska masa, gustoća
$q_D[-]$	- bezdimenzionalni protok	$\phi[dio]$	- efektivna šupljikavost ležišne stijene
$r[m]$	- radijus	$\tau[s]$	- vrijeme
$r_D[-]$	- bezdimenzionalni radijus		
$r_s[m]$	- radijus pribušotinske zone promijenjene propusnosti		
$r_w[m]$	- radijus bušotine		
$r_{wD}[-]$	- bezdimenzionalni radijus bušotine		
$r'_w[m]$	- efektivni radijus bušotine		
$s[-]$	- skin faktor		
$T[K]$	- temperatura		
$T_R[K]$	- ležišna temperatura		

Indeksi:

f	- pukotina
g	- plin
i	- početni uvjeti
o	- nafta
r	- radijalno
t	- ukupno
w	- bušotina
wf	- dinamički uvjeti u bušotini
x	- u smjeru osi x
y	- u smjeru osi y
z	- u smjeru osi z

Literatura

- Babić, V. (2010): Analiza testa porasta tlaka. Završni rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, 25 str, Zagreb.
- Babu, D. K. i Odeh, A. S. (1989a): Productivity of a Horizontal Well. SPE, November 1989, 417-421.
- Babu, D. K. i Odeh, A. S. (1989b): Productivity of a Horizontal Well: Appendices A and B. SPE 18334.
- Clonts, M. D. i Ramey, H. J., Jr. (1986): Pressure Transient Analysis for Wells with Horizontal Drainholes. California Regional Meeting of SPE, April 1986, SPE 15116, 215-225., Oakland.
- Čikeš, M. (2012): Proizvodnja nafte i plina. Skripta, URL: http://rgn.hr/~mcikes/nids_mcikes/PPN%20II/, 351 str.
- Čikeš, M. (2013): Analiza hidrodinamičkih mjerenja. Skripta, URL: http://rgn.hr/~mcikes/nids_mcikes/Analiza%20HDM/, 195 str.
- Earlougher, R. C. (1977): Advances in well test analysis. Monograph Volume 5, Henry L. Doherty Series, Society of Petroleum Engineers of AIME, 264 str, New York.
- Gringarten, A. C., Ramey, H. J. Jr., Raghavan, R. (1974): Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Well with a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture. SPE Journal, August 1974, 347-360.
- Horner, D. R. (1951): Pressure Build-Up in Wells. Third World Petroleum Congress, Sec. II. 503-523., The Hague.
- Houze, O., Viturat, D., Fjaere, O. S. (2012): Dynamic Data Analysis. KAPPA, URL: <http://www.kappaeng.com/MyKAPPA>, 557 str.
- Matthews, C. S. i Russel, D. G. (1967): Pressure Buildup and Flow Tests in Wells. Monograph Volume 1, Henry L. Doherty Series, Society of Petroleum Engineers of AIME, 167 str, New York.
- Odeh, A. S. i Babu, D. K. (1990): Transient Flow Behavior of Horizontal Wells: Pressure Drawdown and Buildup Analysis. SPE Formation Evaluation, March 1990, 7-15.
- Soliman, M. Y. (1998): Stimulation and Reservoir Engineering Aspects of Horizontal Wells. Halliburton, Oklahoma.
- van Everdingen, A. F. i Hurst, W. (1949): The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs. Transactions of the Society of Petroleum Engineers, Vol. 186, 305-324., Richardson.

Build-up test analysis of the horizontal well

Pressure build-up testing, probably the most familiar transient well testing technique, requires shutting in a producing well. The most common and simplest analysis techniques require that the well produce at a constant rate, either from start-up or long enough to establish a stabilized pressure distribution before shut-in. The pressure is measured immediately before shut-in and is recorded as a function of time during shut-in period. The resulting pressure build-up curve is analyzed for reservoir properties and wellbore condition.

It is assumed for the model of the horizontal well in this paper that the horizontal section of the well has length, L , and radius, r_w , and drilled parallel to the x direction in a sealed, box-shaped drainage volume. The thickness

of the box in the z direction is h , the length is $2y_e$, and the width is $2x_e$. It is also assumed that the pressure is uniform at initial conditions. Because of the involved geometry, the fluid flow component in the vertical direction plays an important role.

Build-up test analysis for the horizontal well is based upon the theory of fluid flow in the reservoir, which is mathematically described by the diffusivity equation of the three dimensional flow and its solutions. According to the horizontal well model in the infinite reservoir for the case of the unsteady flow, four regimes can be developed: early radial flow, early linear, late pseudo-radial and late linear flow. Solutions of the diffusivity equation, which are used in the build-up test analysis, are developed for each of the flow regime. Early radial period occurs very early in the build up, as soon as the well is shut-in. The flow pattern around the wellbore is radial in the vertical plane. This period is relatively short and is usually masked by wellbore storage effects unless reservoir height is considerably large, meaning that the well is very far from the upper and lower boundaries. During this flow period, the pressure derivative plot exhibits a constant derivative value on the diagnostic log-log plot. If the horizontal section of the well is sufficiently long compared to the formation thickness, the effect of the upper and lower boundaries will be felt while the end effect is still negligible. Thus, it is possible to observe a period of linear flow, where the majority of pressure is in the horizontal direction, and fluid moving linearly towards the well. During this flow period the log-log and pressure derivative (diagnostic plot) will have a slope of one-half and the derivative plot would be below the log-log plot when plotted on the same scale. This can be used to calculate permeability in the y -direction and the pseudo-skin factor caused by partial penetration. The pseudoradial period occurs when the pressure transients have moved out sufficiently far such that the well behaves like a point source and the reservoir fluids move radially in a horizontal plane toward the wellbore. In the pressure derivative plot, this flow period is characterized by a constant derivative on the log-log plot. This portion of the pressure data forms a straight line if plotted versus logarithm of time. Horizontal permeability and skin can be determined from the slope of this line. Late linear flow regime occurs when the reservoir is elongated in direction perpendicular to the horizontal well. After sufficiently long time, boundaries in the vertical direction and in direction of horizontal well are felt.

Example of the build-up test analysis in the computer program Saphir is shown for the horizontal well at the gas field Okoli. Well test data are used in the analysis as the basis for the corresponding well model design. Results confirmed that the reservoir has very low permeability ($k_H=9,7 \times 10^{-5} \mu\text{m}^2$), that the vertical permeability is much lower than the horizontal ($k_V/k_H=0,0257$) and that skin factor is negative, meaning that horizontal well has positive impact.