

Matematička analiza koeficijenta Fleischmann-ove formule (Mathematics Analysis of Fleischmann's Formula Coefficient)

Karmelo CAREVIĆ, inž. elektrotehnike, R.O. »Dukat«, Mljekara Zagreb

Stručni rad — Professional Paper

UDK: 637.074

Prispjelo: 19. 5. 1986.

Prateći rasprave o nedovoljnoj točnosti Fleischmann-ove formule za računsko određivanje postotka masenog udjela suhe tvari u mlijeku, na temelju utvrđene relativne gustoće mlijeka i postotka masenog udjela mlječne masti u mlijeku, nametnulo se pitanje: što je netočno u toj formuli, kako je nastala i odakle potječu poznati koeficijenti 1,2 i 2,665 iz Fleischmann-ove formule, koja glasi (Babić i Miljković, 1985):

$$S = 1,2 \times 2,665 \frac{100 d - 100}{d} \quad /1/$$

gdje je:

S — postotak masenog udjela suhe tvari u mlijeku

x — postotak masenog udjela mlječne masti u mlijeku

d — relativna gustoća mlijeka pri Celzijevoj temperaturi 15 °C, (referentni medij je voda pri 15 °C).

Postotak suhe tvari u mlijeku može se dobiti i računom smjese za trokomponentnu smjesu, s obzirom da je mlijeko smjesa triju osnovnih sastojaka (mlječna mast, bezmasna suha tvar i voda). Na taj način se klasičnim matematičkim postupkom provjerava ispravnost Fleischmann-ove formule.

Za trokomponentnu smjesu vrijede relacije:

— zbroj masa pojedinih sastojaka jednak je ukupnoj masi smjese

$$m_1 + m_2 + m_3 = m \quad /2/$$

— zbroj volumena pojedinih sastojaka jednak je ukupnom volumenu smjese

$$V_1 + V_2 + V_3 = V \quad /3/$$

— zbroj postotka udjela pojedinih sastojaka u ukupnoj smjesi iznosi 100%

$$p_1 + p_2 + p_3 = 100\% \quad /4/$$

— gustoća smjese ρ (ro) jednaka je omjeru mase i volumena smjese, (Brenzišćak 1970).

$$\rho = \frac{m}{V} \quad /5/$$

— gustoća pojedinog sastojka jednaka je omjeru mase i volumena tog sastojka

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \quad /6/$$

K. Carević

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \quad /7/$$

$$\rho_3 = \frac{m_3}{V_3} \quad /8/$$

Odnos masa pojedinih sastojaka u odnosu na ukupnu masu smjese određen je:

$$m_1 = m \frac{P_1}{100} \quad /9/$$

$$m_2 = m \frac{P_2}{100} \quad /10/$$

$$m_3 = m \frac{P_3}{100} \quad /11/$$

Ovo je neobično važno jer je postotkom udjela pojedinog sastojka određen maseni udio tog sastojka u ukupnoj masi smjese, na primjer:

$$p_1 = \frac{m_1}{m} \cdot 100 \quad /12/$$

Maseni udio ujedno je i težinski udio, jer je težina G jednaka masi m puta ubrzanje zemljine teže g (gravitacija), (Brenzišćak 1970).

$$G = m \cdot g \quad /13/$$

$$\text{pa je: } p_1 = \frac{G_1}{G} \cdot 100 = \frac{m_1 \cdot g}{m \cdot g} \cdot 100 = \frac{m_1}{m} \cdot 100 \quad /14/$$

Izuzetno, kad se to posebno naglasi i kad su svi sastojci smjese tekućeg ili plinovitog agregatnog stanja, postotkom udjela pojedinog sastojka može biti određen i volumni udio pojedinog sastojka u ukupnom volumenu smjese.

Postotak volumnog udjela n često se uzima da bi se prikazao udio alkohola u mješavini alkohola i vode, (Brenzišćak 1970).

$$n = \frac{V_a}{V} \cdot 100 = \frac{\text{volumen alkohola}}{\text{volumen mješavine}} \cdot 100 \quad /15/$$

Tako, na primjer deklaracija »Alkohola 40 vol %« na etiketi alkoholnog pića znači da je volumen čistog alkohola 40% od ukupnog volumena alkoholnog pića.

Kod mlijeka, postotkom udjela pojedinog sastojka određen je maseni udio tog sastojka u ukupnoj masi mlijeka, jer se radi o sastojcima krutog i tekućeg agregatnog stanja (suha tvar i voda) bitno različitih gustoća.

Općenito uzevši, prikazivanje postotka masenog udjela pojedinih sastojaka pravilnije je zbog toga što se udio mase za razliku od volumnog udjela ne mijenja s promjenom tlaka i temperature.

Matematička analiza koeficijenta Fleischmann-ove formule

U mljekarskoj praksi često nastaju zabune i netočnosti kad se postotak udjela mlječne masti i bezmasne suhe tvari pogrešno prikaže kao njihov volumni udio u ukupnom volumenu mlijeka.

Ta greška posebno dolazi do izražaja kod prikazivanja »masnih jedinica« mlijeka različitih gustoća i vrhnja, što se odražava na točnu tipizaciju i pojavu nestvarnog viška mlječne masti (masnih jedinica) u jednom dijelu tehnološkog procesa, dok se u drugom dijelu iskazuje manjak mlječne masti (masnih jedinica).

Volumen mlijeka i vrhnja morao bi se pomnožiti s dotičnom gustoćom i preračunati u masu, a tek zatim se mogu pravilno prikazivati »masne jedinice« i izvršiti tipizacija primjenom računa smjese (Pearson-ov pravokutnik), Petričić (1984), što je na žalost, u mljekarskoj praksi rijetko.

Ne može se prihvatiti ni zaključak donesen na sastanku Društva veterinarara i veterinarskih tehničara Rijeke, održanom 21. studenog 1985. godine u Opatiji, Vijesti — Mljekarstvo (1986). Ondje se predložilo da se postotak mlječne masti i bezmasne suhe tvari izražava u g/100 ml te da se to unese u Pravilnik o kakvoći mlijeka. To je nemoguće, jer je postotak broj bez dimenzije koji kazuje koliko jedinica dolazi na svakih 100 istorodnih jedinica, na primjer: g/100 g, m/100 m, Din/100 Din i sl., (Apsen 1970). Omjer g/100 ml predstavlja jedinicu mase po jedinici volumena, što zapravo ima dimenziju gustoće. Dakle, omjer ne daje bezdimenzionalan broj pa ne može ni izražavati postotak.

Iz relacija /5/ do /11/ određeni su i odnosi volumena u smjesi:

$$V = m \frac{1}{\rho} \quad /16/$$

$$V_1 = m_1 \frac{1}{\rho_1} = m \frac{p_1}{100 \rho_1} \quad /17/$$

$$V_2 = m_2 \frac{1}{\rho_2} = m \frac{p_2}{100 \rho_2} \quad /18/$$

$$V_3 = m_3 \frac{1}{\rho_3} = m \frac{p_3}{100 \rho_3} \quad /19/$$

Uvrštavanjem relacija /16/ do /19/ u relaciju /3/ dobiva se:

$$m \left(\frac{p_1}{100 \rho_1} + \frac{p_2}{100 \rho_2} + \frac{p_3}{100 \rho_3} \right) = m \frac{1}{\rho} \quad /20/$$

Uređenjem relacije /20/ (množenjem s $\frac{100}{m}$) dobivaju se odnosi omjera postotka masenih udjela pojedinih sastojaka i njihovih gustoća, prema omjeru sto prema gustoća smjese.

$$\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{p_3}{\rho_3} = \frac{100}{\rho} \quad /21/$$

Kod mlijeka se prvim sastojkom smatra mlječna mast, drugi sastojak je bezmasna suha tvar, a treći — voda. Tako gledano, postotak udjela suhe tvari S jednak je zbroju postotka udjela prvog i drugog sastojka (mlječne masti p_1 i bezmasne suhe tvari p_2).

$$S = p_1 + p_2 \quad /22/$$

Ako se postotak udjela mlječne masti u mlijeku označi kao prva varijabla x , relacija /21/ poprimit će oblik:

$$\frac{x}{q_1} + \frac{p_2}{q_2} + \frac{p_3}{q_3} = \frac{100}{q} \quad /23/$$

Postotak udjela bezmasne suhe tvari p_2 jednak je postotku suhe tvari S umanjenom za postotak mlječne masti x .

$$p_2 = S - x \quad /24a/$$

Postotak udjela vode p_3 razlika je između 100% i postotka suhe tvari S .

$$p_3 = 100 - S \quad /24b/$$

Uvrštavanjem relacija /24a/ i /24b/ u relaciji /23/ dobiva se:

$$\frac{x}{q_1} + \frac{S - x}{q_2} + \frac{100 - S}{q_3} = \frac{100}{q} \quad /25/$$

gdje je:

- S — postotak masenog udjela suhe tvari u mlijeku
- x — postotak masenog udjela mlječne masti u mlijeku
- q — gustoća mlijeka
- q_1 — gustoća mlječne masti
- q_2 — gustoća bezmasne suhe tvari
- q_3 — gustoća vode

Iz relacije /25/ može se izračunati postotak udjela ukupne suhe tvari u mlijeku, a to je funkcija postotka udjela mlječne masti u mlijeku — prva varijabla i gustoća mlijeka — druga varijabla, na temelju gustoće osnovnih sastojaka mlijeka uzetih kao konstante.

$$S = f(x, q) \quad /26/$$

Matematičkim uređenjem relacije /25/ dobiva se:

$$x q q_2 q_3 + S q q_1 q_3 - x q q_1 q_2 + 100 q q_1 q_2 - S q q_1 q_2 = 100 q_1 q_2 q_3 \quad /27/$$

$$x q_3 (q_2 - q_1) + 100 q_1 q_2 (q - q_3) = S q q_1 (q_2 - q_3) \quad /28/$$

$$S = \frac{q q_3 (q_2 - q_1)}{q q_1 (q_2 - q_3)} x + \frac{q_1 q_2}{q_1 (q_2 - q_3)} \cdot \frac{100 q - 100 q_3}{q} \quad /29/$$

Napokon smo došli do formule za izračunavanje postotka udjela suhe tvari u mlijeku.

$$S = \frac{q_3 (q_2 - q_1)}{q_1 (q_2 - q_3)} x + \frac{q_2}{q_2 - q_3} \cdot \frac{100 q - 100 q_3}{q} \quad /30/$$

Matematička analiza koeficijenta Fleischmann-ove formule

Dobivena formula po strukturi odgovara Fleischmann-ovoj formuli. Kasnije, u daljnjoj analizi, vidjet će se da je iz ove formule izvedena Fleischmann-ova formula u kojoj je umjesto fiksno izračunatih koeficijenata 1,2 i 2,665 prikazan odnos gustoća osnovnih sastojaka mlijeka.

Koeficijenti iz relacije /30/ mogu se ovako zapisati:

$$K_1 = \frac{\rho_3 (\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 (\rho_2 - \rho_3)} \quad /31/$$

$$K_2 = \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_3} \quad /32/$$

Njihovih uvrštavanjem u relaciju /30/ dobiva se:

$$S = K_1 x + K_2 \frac{100 \rho - 100 \rho_3}{\rho} \quad /33/$$

Koeficijenti iz relacije /33/ ovisni su o gustoćama osnovnih sastojaka mlijeka pa je za njihovo točno izračunavanje potrebno točno odrediti gustoću tih sastojaka.

Po definiciji, gustoća je omjer mase m neke tvari i volumena V koji ta homogena tvar zauzima.

Po Međunarodnom sustavu mjernih jedinica, osnovna jedinica za gustoću je kg/m^3 , a dozvoljena je i upotreba jedinica kao što su kg/dm^3 , g/cm^3 i sl., (Ražnjević 1985).

Gustoća ovisi o fizikalnom stanju tvari, na primjer o tlaku i temperaturi. Stoga se pri objavljivanju vrijednosti gustoće navode i ti podaci, (Brenzišćak 1970).

Uz gustoću, često se upotrebljava i **relativna gustoća d** , definirana kao omjer gustoće ρ neke tvari i gustoće ρ_r »standardne« ili »referentne« tvari pri određenom fizikalnom stanju (tlak, temperatura) (Brenzišćak, 1970).

$$d = \frac{\rho}{\rho_r} = \frac{\text{gustoća »referentne« tvari}}{\text{gustoća tvari}} \quad /34/$$

Relativna gustoća d je tzv. brojčana (bezdimezionalna) veličina, a njena jedinica je broj 1. Za »referentnu tvar« obično se pri utvrđivanju relativne gustoće krutih tijela i tekućina upotrebljava destilirana voda pri maksimalnoj gustoći, tj. pri temperaturi 4°C i normiranom tlaku od 1,01325 bar (1 atm). Tada je gustoća vode $\rho_r = 999,972 \text{ kg/m}^3 = 0,999972 \text{ kg/dm}^3$, (Brenzišćak 1970).

Laboratorijska mjerenja u praksi obavljaju se pri 15°C ili 20°C pa je kod određivanja relativne gustoće potrebno uzeti u obzir gustoću vode koja kod Celzijevih temperatura uz tlak od 1,01325 bar iznosi, (Brenzišćak, 1970):

— pri 15°C $\rho_r = 999,098 \text{ kg/m}^3 = 0,999098 \text{ kg/dm}^3$

— pri 25°C $\rho_r = 998,203 \text{ kg/m}^3 = 0,998203 \text{ kg/dm}^3$

Treći sastojak mlijeka, voda, uzima se kao »referentna tvar«, pa se može zapisati

$$\rho_3 = \rho_r \quad /35/$$

Prema tome, mlijeko i njegovi osnovni sastojci imaju relativne gustoće određene slijedećim relacijama:

$$d = \frac{\rho}{\rho_3} \quad /36/$$

$$d_1 = \frac{\rho_1}{\rho_3} \quad /37/$$

$$d_2 = \frac{\rho_2}{\rho_3} \quad /38/$$

$$d_3 = \frac{\rho_3}{\rho_3} = 1 \quad /39/$$

gdje je:

- d — relativna gustoća mlijeka
 d_1 — relativna gustoća mlječne masti
 d_2 — relativna gustoća bezmasne suhe tvari
 d_3 — relativna gustoća vode

Iz relacije /36/ do /39/ slijedi:

$$\rho = d \rho_3 \quad /40/$$

$$\rho_1 = d_1 \rho_3 \quad /41/$$

$$\rho_2 = d_2 \rho_3 \quad /42/$$

Uvrštavanjem relacija /41/ i /42/ u relacije /31/ i /32/ dobiva se:

$$K_1 = \frac{\rho_3 (\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 (\rho_2 - \rho_3)} = \frac{d_2 - d_1}{d_1 (d_2 - 1)} \quad /43/$$

$$K_2 = \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_3} = \frac{d_2}{d_2 - 1} \quad /44/$$

Uvrštenjem relacije /40/ u relaciju /33/ dobiva se:

$$S = K_1 x + K_2 \frac{100 d - 100}{d} \quad /45/$$

Za razliku od relacije /33/, gdje je postotak masenog udjela suhe tvari u mlijeku funkcija postotka masenog udjela mlječne masti u mlijeku i **gustoće mlijeka**, relacija /45/ kazuje da je postotak masenog udjela suhe tvari u mlijeku funkcija postotka masenog udjela mlječne masti u mlijeku i **relativne gustoće mlijeka**.

$$S = f(x, d) \quad /46/$$

Fleischmann je koeficijente svoje formule izračunao na temelju relativne gustoće mlječne masti i bezmasne suhe tvari pri 15 °C, uzevši za referentni medij vodu pri 15 °C, (Petričić 1984). Relativne gustoće odredio je iznosima (Babić i Miljković, 1985):

$$d_1 = 0,931 \text{ — relativna gustoća mlječne masti} \quad /47/$$

$$d_2 = 1,6007 \text{ — relativna gustoća bezmasne suhe tvari} \quad /48/$$

Unošenjem ovih vrijednosti u relacije /43/ i /44/, dolazimo do vrijednosti koeficijenata:

Matematička analiza koeficijenta Fleischmann-ove formule

$$K_1 = \frac{d_2 - d_1}{d_1 (d_2 - 1)} = \frac{1,6007 - 0,931}{0,931 (1,6007 - 1)} = 1,197 \text{ zaokruženo } 1,2 \quad /49/$$

$$K_2 = \frac{d_2}{d_2 - 1} = \frac{1,6007}{1,6007 - 1} = 2,6647 \text{ zaokruženo } 2,665 \quad /50/$$

Kao što se vidi, to su upravo poznati koeficijenti iz Fleischmann-ove formule.

Uvrštenjem dobivenih koeficijenata u relaciju /45/, dobiva se Fleischmann-ova formula:

$$S = 1,2x + 2,665 \frac{100d - 100}{d} \quad /51/$$

Isti iznos koeficijenata bio bi i kad bi se koeficijenti izračunali na temelju gustoće umjesto na temelju relativnih gustoća, što se vidi iz relacija /43/ i /44/.

Ako se izračunati koeficijenti uvrste u relaciju /33/ dobiva se:

$$S = 1,2x + 2,665 \frac{100q - 100q_3}{q} \quad /52/$$

Gdje je:

- S — postotak masenog udjela suhe tvari u mlijeku
- x — postotak masenog udjela mlječne masti u mlijeku
- d — relativna gustoća mlijeka
- q — gustoća mlijeka
- q₃ — gustoća vode

Relacija /52/ je vrlo slična Fleischmann-ovoj formuli — relacija /51/. Razlika je u tome što se, uz postotak mlječne masti, kao varijabla uzima **gustoća mlijeka** u relaciji /52/, a u relaciji /51/ **relativna gustoća mlijeka**.

Poznavanjem izvoda formule moguć je bolji kritički odnos prema formuli i njena pravilna primjena i olakšana je mogućnost točnijeg ispravljanja koeficijenata, ako je to potrebno.

Naime, ako je Fleischmann-ova formula neprecizna, poznavanjem matematičkog izvoda formule može se otkriti uzrok nepreciznosti. Izvod formule dokazuje da je Fleischmann matematički ispravno postavio formulu.

Nepreciznost formule može proizaći samo iz nedovoljno točno određenih gustoća ili relativnih gustoća osnovnih sastojaka mlijeka (mlječna mast, bezmasna suha tvar i voda), jer su koeficijenti K₁ i K₂ iz relacija /33/ i /45/ po relacijama /43/ i /44/ izračunati samo na temelju tih podataka.

Posebnu pažnju treba se obratiti gustoći i relativnoj gustoći bezmasne suhe tvari, koja je u formuli određena iznosom d₂ = 1,6007. Bezmasna suha tvar sastavljena je od bjelančevina, laktoze i mineralnih tvari. Relativna gustoća, (Hansen 1982) bjelančevina iznosi 1,451, a gustoća laktoze i mineralnih tvari 1,712. Udio bjelančevina i laktoze u mlijeku nije uvijek isti, nego, kao što je poznato ovisi od više čimbenika. O odnosu udjela bjelančevina, laktoze i mineralnih tvari u bezmasnoj suhoj tvari ovisit će i relativna gustoća bezmasne suhe tvari, pa se njena relativna gustoća od 1,6007 ne može promatrati kao konačna. Nastaje potreba točnog utvrđivanja gustoće i relativne gustoće bezmasne suhe tvari za određeno podneblje, a to se postiže brojnim pokusima i statističkom obradom podataka. U nekim zemljama ispravljeni su koeficijenti Flei-

s c h m a n n-ove formule, što je poznato iz literature (B a b i ć i M i l j k o v i ć, 1985).

Gustoće i relativne gustoće osnovnih sastojaka mlijeka moraju biti određene pri onim Celzijevim temperaturama kod kojih se, kod primjene formule, u laboratoriju areometrom mjeri gustoća ili relativna gustoća mlijeka.

Kao što je rečeno, F l e i s c h m a n n je koeficijente svoje formule izračunao na temelju relativnih gustoća (ili relativnih specifičnih težina) osnovnih sastojaka mlijeka pri temperaturi od 15 °C, uzevši za referentni medij vodu pri 15 °C, (P e t r i č i ć, 1984).

Kad je areometar (laktodenzimetar) podešen za mjerenje relativne gustoće pri 20 °C, primjenjuje se F l e i s c h m a n n-ova formula s ispravljenim koeficijentima, koja glasi (M i l j k o v i ć i K a t i ć 1985):

$$S = 1,311x + 2,783 \frac{100 d - 100}{d} \quad /53/$$

U novije vrijeme, u skladu s novim zakonom o mjernim jedinicama i mjerilima, upotrebljavaju se areometri podešeni za mjerenje **gustoće** mlijeka pri 20 °C (ili 15 °C), te se u tom slučaju ne može primijeniti druga varijanta formule po relaciji /33/

$$S = K_1 x + K_2 \frac{100 \rho - 100 \rho_0}{\rho}$$

u kojoj je pored gustoće mlijeka uzeta u obzir gustoća vode (pri 15 °C ili 20 °C, $\rho_0 < 1 \text{ kg/dm}^3$).

Potrebno je na kraju naglasiti da je neopravdan zahtjev Društva veterinarina i veterinarskih tehničara Rijeke da se ukine računski postupak određivanja postotka suhe tvari u mlijeku po F l e i s c h m a n n-u, zbog primjene »gustoće« po Međunarodnom sustavu mjernih jedinica (SI) umjesto ranije »specifične težine« po Tehničkom sustavu mjernih jedinica (TS) (Vijesti — Mljekarstvo, 1986).

Upotrebom gustoće umjesto specifične težine ništa se bitno ne mijenja u formuli, jer masa od 1 kg ima težinu od 1 kp (9,80665 N), pa gustoća izražena u kg/m^3 ima isti brojčani iznos kao i specifična težina izražena u kp/m^3 , odnosno gustoća izražena u kg/dm^3 ima isti brojčani iznos kao i specifična težina izražena u kp/dm^3 . Uz to u osnovnoj F l e i s c h m a n n-ovoj formuli ne upotrebljava se specifična težina nego relativna specifična težina.

Specifična težina je omjer težine i volumena neke homogene tvari, pri čemu se pod težinom G podrazumijeva normalna težina G_0 pri normalnom ubrzanju zemljine teže (gravitacije) $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$, a u Tehničkom sustavu mjernih jedinica (TS) ona se izražavala u kp/m^3 ili kp/dm^3 .

(Uzگرد rečeno, specifična težina nije zabranjena po Međunarodnom sustavu mjernih jedinica, ali je zabranjeno njeno izražavanje u kp/m^3 i kp/dm^3 , pa se mora izražavati u N/m^3 ili N/dm^3 . Upotrebom gustoće, primjena specifične težine izgubila je praktičnu važnost, R a ž n j e v i ć 1985).

Relativna specifična težina određena je kao omjer težine neke tvari i težine referentne tvari, pa ima potpuno isti iznos i dimenziju kao i relativna gustoća.

Matematička analiza koeficijenta Fleischmann-ove formule

U mljekarskoj literaturi pod pojmom »specifična težina« često se zapravo radi o »relativnoj specifičnoj težini«, što dovodi do zabune.

Dakle, primjenom »gustoće« po SI sistemu umjesto »specifične težine« po TS sistemu, a naročito »relativne gustoće« umjesto »relativne specifične težine«, ništa se bitno ne mijenja kod Fleischmann-ove formule. Potrebno je samo terminološko usklađivanje s novim zakonom o mjernim jedinicama i mjerilima, (Sl. list 9/1984).

Zaključak

Fleischmann-ova formula za računsko određivanje postotka masenog udjela suhe tvari u mlijeku pravilno je matematički postavljena.

Koeficijenti formule ovisni su samo o gustoći ili relativnoj gustoći osnovnih sastojaka mlijeka i o njihovom međusobnom odnosu.

Moguće je upotrebljavati dvije varijante formule, ovisno o tome da li se areometrom mjeri gustoća ili relativna gustoća mlijeka.

Ovaj rad može poslužiti kao inicijativa da se u nadležnim ustanovama i na stručnim skupovima točno utvrde koeficijenti Fleischmann-ove formule za naše podneblje.

Literatura

- APSEN, B.: Repetitorij elementarne matematike, Tehnička knjiga — Zagreb, 1970.
- BABIĆ, LJ., MILJOVIĆ, V. (1985): Provera Flajšman-ove formule za izračunavanje suve materije u mleku, *Mljekarstvo* 35 (1), 302—304.
- BRENZIŠČAK, M.: Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti, Tehnička knjiga — Zagreb, 1970.
- CVITAŠ, T., KALLY, N.: Fizičke veličine i jedinice Međunarodnog sustava, Školska knjiga — Zagreb, 1985.
- ĐORĐEVIĆ, J.: Mleko — Hemija i fizika mleka, »PKB-Agroekonomik« — Tribina — Beograd, 1982.
- HANSEN, E. (1982): *Dairy Technology*, Pasilac-Silkeborg.
- MILJKOVIĆ, V.: Higijena i tehnologija mleka, Naučna knjiga — Beograd, 1984.
- MILJKOVIĆ, V., KATIĆ, V.: Priručnik laboratorijskih analiza mleka i proizvoda od mleka — Veterinarski fakultet — Beograd, 1985.
- RAŽNJEVIĆ, K.: Fizikalne veličine i mjerne jedinice Međunarodnog sustava (SI), Znanje — Zagreb, 1985.
- PETRIČIĆ, A.: Konzumno i fermentirano mlijeko, Udruženje mljekarskih radnika SRH — Zagreb, 1984.
- SLUŽBENI LIST SFRJ: Zakon o mjernim jedinicama i mjerilima, br. 9. od 17. II 1984.
- VIJESTI (1986): Prijedlog za izmjenu i dopunu odredbi Pravilnika o mlijeku, *Mljekarstvo* 36 (1) 28—29.