

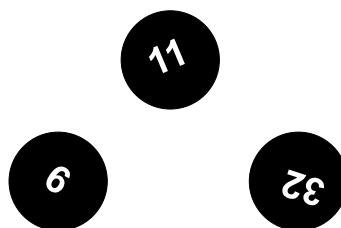
Događaji vjerojatnosti nula

Tvrtko Tadić

Naslov izgleda pomalo *blesav*, zar ne? Tko bi htio pričati o događajima kojima je vjerojatnost nula, koji su nevjerojatni?

Događaji malih vjerojatnosti

U članku *Vjerojatnost dobitka na lotu* [3] imali ste priliku upoznati se s vjerojatnošću dobitka na lotu. Autor završava članak sljedećim tekstom:



Uostalom, ma koliko malen broj 0.000000065 bio, on je još uvijek veći od nule, što znači da je dobitak moguć. Malo vjerojatan, ali moguć. Sretno!

Kada nas netko hoće uvjeriti da je nešto jako malo vjerojatno, onda nam obično kaže kako je vjerojatnost da će se to dogoditi 0.0000065%, kao što je dobitak na lotu ili slični *mali broj*.

Vjerojatnost nula i nemogući događaji

Često se može dogoditi da nam netko kaže kako je vjerojatnost nekog događaja **jednaka 0**.

Što nam zapravo govornik hoće reći? Govornik nas pokušava, u većini slučajeva, uvjeriti da je taj događaj *nemoguć*. No je li zaista tako? Može li se događaj *vjerojatnosti nula* ipak dogoditi?

Ovo pitanje je vjerojatno zbudjujuće. Što se uopće pita? Krenimo s primjerima koji će to pitanje postaviti konkretnije.

Vratimo se dobro poznatom primjeru i izvoru brojnih inspiracija u vjerojatnosti – dobroj staroj igraćoj kocki.



Primjer 1. Kolika je vjerojatnost da pri bacanju dviju simetričnih igraćih kocaka zbroj brojeva koji su se pojavili na gornjim stranama tih dviju kocaka bude 13?

Rješenje. Kao što nam je poznato, na igraćim kockama postoje brojevi 1, 2, 3, 4, 5 i 6, tj.



Prema tome, zbroj brojeva koji su se pojavili na gornjim stranama tih dviju kocaka može biti između 2 i 12. Dakle, broj 13 se ne može pojaviti. Stoga je vjerojatnost da će zbroj biti jednak 13 jednaka 0. ✓

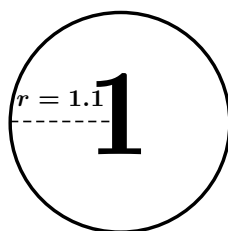
S obzirom da zbroj brojeva na kockama ne može biti broj 13, taj događaj zovemo **nemogućim događajem**. Označavamo ga oznakom za prazni skup \emptyset i svaki nemogući događaj je događaj vjerojatnosti nula, tj. $P(\emptyset) = 0$.

Događa li se događaj vjerojatnosti nula?

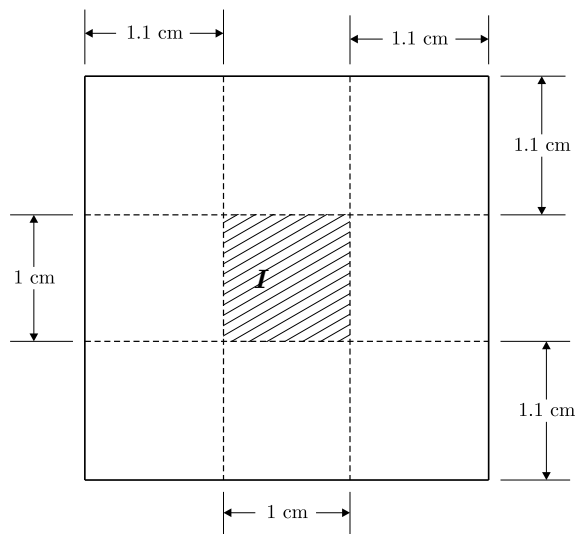
Što bi bilo kad bi smo imali nesimetričnu (*pokvarenu*) kocku za koju je vjerojatnost da se pojavi jedan od brojeva 1, 2, 3, 4, 5 jednaka $\frac{1}{5}$, a vjerojatnost da padne 6 jednaka 0. Je li moguće da se na gornjoj strani kocke pojavi 6? Prije nego što damo odgovor na ovo pitanje, proučimo sljedeći primjer.

Primjer 2. Bacamo novčić od 1 kn u kutiju kojoj je baza kvadrat sa stranicom 3.2 cm. Odaberimo proizvoljnu točku tog kvadrata. Kolika je vjerojatnost da središte novčića padne u tu točku?

Rješenje. Novčić od 1 kn promatramo kao krug s polumjerom $r = 1.1$ cm. Gdje može pasti središte novčića?



Ono mora biti udaljeno od rubova kvadrata barem 1.1 cm. Što znači da je područje na kojem će se naći središte unutarnji (iscrtkani) kvadratić I stranice 1 cm (na slici 1.).



Slika 1.

Središte zbog fizičkih prepreka ne može pasti nigdje drugdje. Ako odaberemo proizvoljnu točku T u tom kvadratiću, kolika je vjerojatnost da će središte pasti baš u tu točku T ? Računamo geometrijsku vjerojatnost za neki skup točaka $A \subseteq I$ formulom:

$$P(A) = \frac{p(A)}{p(I)},$$

gdje je p oznaka za površinu. Kako je $p(\{T\}) = 0$, vjerojatnost je nula.

No, kad god bacimo novčić, njegovo središte će pasti u neku točku! Dakle, **dogodit će se događaj vjerojatnosti nula.** ✓

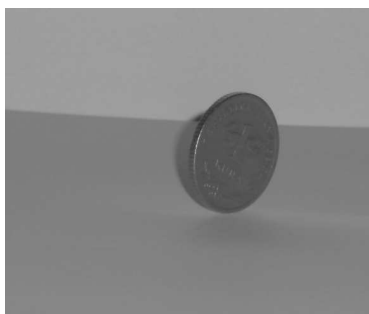
Iz prethodnog primjera zaključujemo da **događaji vjerojatnosti nula nisu nužno nemogući.**

Prije nego pomislite da vam se cijeli svijet srušio, koliko su česti događaji vjerojatnosti nula u svakodnevnom životu? Vrlo rijetki, odnosno, *gotovo nikad* se ne događaju. Ako kažemo da će u kvadratiću I pasti središte

novčića u njegovo središte, to se gotovo nikad neće dogoditi. (Drugi je problem kako bi smo potvrdili da se to zaista i dogodilo.)

Recimo da provodimo neki pokus. Za primjer ćemo uzeti pokvarenu kocku o kojoj smo malo prije govorili. Broj 6 se ili neće pojaviti ili će njegova pojava, kad mnogo puta ponavljamo pokus, postajati toliko malo zastupljena u ukupnom broju rezultata da će *težiti* nuli.

Vratimo se ponovo bacanju novčića na vodoravnu površinu. Obično uzimamo da je vjerojatnost da padne pismo jednaka $\frac{1}{2}$, a da padne glava također $\frac{1}{2}$. No, može li se dogoditi da novčić ne padne ni na glavu, ni na pismo. Ne znam da li se ikome to dogodilo, ali možemo *umjetno* natjerati novčić da stoji uspravno (slika 2.),



Slika 2. Novčić stoji uspravno

tako da tu mogućnost ne možemo isključiti (tj. reći da je nemoguć događaj). No, to je onda događaj vjerojatnosti nula. Nije nemoguć, ali u praksi bacanja novčića *vrlo* je rijedak.

Događaji vjerojatnosti jedan i sigurni događaji

Možemo se sada zapitati što je s događajima vjerojatnosti jedan, jesu li oni **sigurni događaji**? Odgovor je kao što nam prethodni primjeri sugeriraju: ne nužno. U praksi, naravno, ti događaji *gotovo sigurno* događaju.

Zaključak

Uskoro će izbori i brojni će naši političari uvjeravati biračko tijelo kako će se nešto 100% dogoditi. Imajte razumijevanja ako pobijede, a to se ne dogodi. Znajte da se onda dogodio događaj vjerojatnosti nula, koji, eto, ipak nije nemoguć. ☺



Literatura

- [1] Sarapa N., *Teorija vjerojatnosti*, Školska knjiga, Zagreb, 2002.
- [2] Sarapa N., *Vjerojatnost i statistika I. dio: OSNOVE VJEROJATNOSTI • KOMBINATORIKA*, Školska knjiga, Zagreb, 1993.
- [3] Brčić Ž., *Vjerojatnost dobitka na lotu*, Matka br. 37, HMD, 2001.