

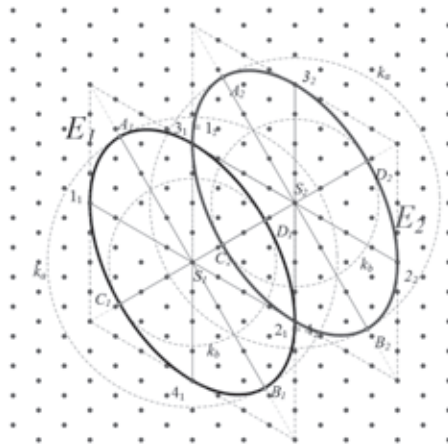
## Vizualizacija oblih figura u trokutastoj izometrijskoj mreži točaka<sup>1</sup> (II. dio)

NIKOL RADOVIĆ<sup>2</sup>, RENATA SVEDREC<sup>3</sup>, TANJA SOUCIE<sup>4</sup>, IVANA KOKIĆ<sup>5</sup>

U prošlom smo broju Poučka opisali nekoliko načina konstrukcije elipse. U nastavku članka primijenit ćemo opisane postupke pri vizualizaciji raznih oblih figura.

Općenito, imat ćemo sljedeću situaciju: obla geometrijska figura sastoji se od nekoliko kružnih dijelova čije su projekcije elipse, ali one se preklapaju, tj. ne vidimo ih sve, već su neki dijelovi vidljivi odnosno nevidljivi. Pogledajmo sljedeći primjer.

**Primjer 6.** Nacrtae su dvije elipse,  $E_1$  i  $E_2$ , u izometrijskoj trokutastoj mreži točaka, slika 31.



Slika 31.

- Nacrtajmo/konstruirajmo vidljivi/nevidljivi dio elipse  $E_2$  ako je elipsa  $E_1$  cijela vidljiva.
- Nacrtajmo/konstruirajmo vidljivi/nevidljivi dio elipse  $E_1$  ako je elipsa  $E_2$  cijela vidljiva.

<sup>1</sup>Nastavak iz Poučka broj 52.

<sup>2</sup>Nikol Radović, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

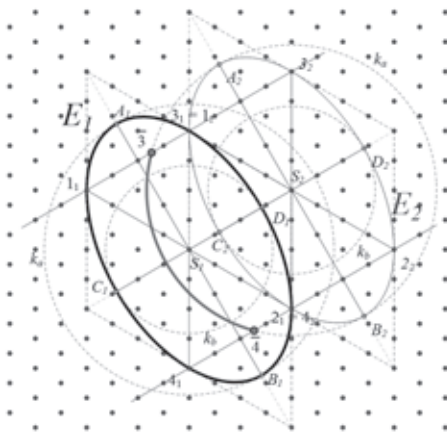
<sup>3</sup>Renata Svedrec, OŠ Otok, Zagreb

<sup>4</sup>Tanja Soucie, OŠ Gustava Krkleca, Zagreb

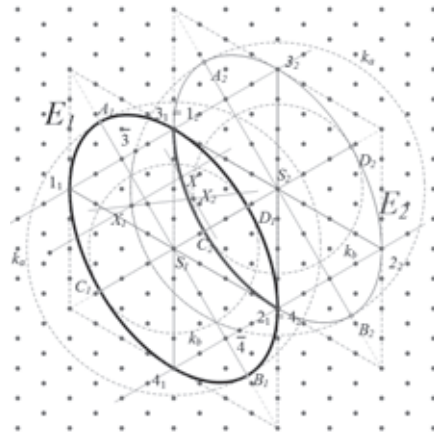
<sup>5</sup>Ivana Kokić, OŠ Trnsko, Zagreb

**Rješenje: a)**

- Prvo konstruiramo točke presjeka,  $3_1 = 1_2$  i  $2_1 = 4_2$  tih dviju elipsi. Te točke su granice vidljivosti.
- Budući da su te dvije točke i na elipsi  $E_2$  (ona nam je u ovom slučaju važna jer na njoj moramo nacrtati vidljive/nevidljive lukova), to postoje neke dvije točke kružnice koje se u njih afino preslikavaju. Točkama nacrtamo pravce usporedne s malom osi ellipse  $E_2$  i odredimo presjeke s kružnicom  $k_a(S_2, a)$ , točke  $\bar{3}$  i  $\bar{4}$ .
- Točkama  $\bar{3}$  i  $\bar{4}$  na kružnici  $k_a(S_2, a)$  nacrtamo/konstruiramo kružni luk  $\widehat{3\bar{4}}$ , slika 32.
- Na tom luku konstruiramo proizvoljnu točku  $X_1$  te, kao u **Primjeru 3.**, nacrtamo/konstruiramo afinu sliku tog luka na elipsi  $E_2$ . Taj dio luka će biti vidljiv, slika 33.



Slika 32.

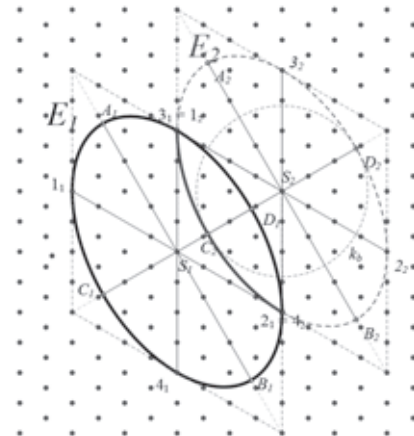


Slika 33.

- Točkama  $\bar{4}$  i  $\bar{3}$  na kružnici  $k_a(S_2, a)$  nacrtamo/konstruiramo kružni luk  $\widehat{4\bar{3}}$ . Na tom luku konstruiramo proizvoljnu točku  $Y_1$  te, kao u **Primjeru 3.**, nacrtamo/konstruiramo afinu sliku tog luka na elipsi  $E_2$ . Taj dio luka će biti nevidljiv, slika 34.



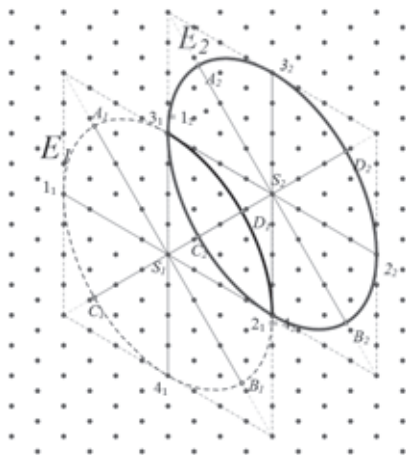
Slika 34.



Slika 35.

- „Brisanjem” pomoćnih kružnica, pravaca i točaka, slika 35., riješili smo postavljene zadatak.

b) Zamjenom elipsa i postupkom opisanim pod a) rješenje je na slici 36.



Slika 36.

Svi prethodni primjeri crtani/konstruirani su programom dinamične geometrije. Posebno treba naglasiti mogućnost „brisanja” svih pomoćnih kružnica, pravaca, dužina, što, kada crtate/konstruirate na papiru, ne možete iskoristiti i često se izgubite u mnoštvu crta, kružnica...

Primjeri koji slijede su pripremljene aktivnosti za učenike, koje su rješavali na satu. Učenicima nije bio stran rad matematike/geometrije na računalu, tako da u primjerima nisu dani koraci konstrukcija u programu dinamične geometrije. Svaki je učenik radio na svome računalu, brzinom koja njemu odgovara, s mogućnošću povratka na prethodno riješene primjere, kao i na neku od uvodnih *Aktivnosti* (neke od svojstava kružnica, elipsi). Ovaj način rada omogućava učitelju komunikaciju sa svakim učenikom, tj. može doznati razmišljanja pojedinog učenika o koracima u rješavanju pojedinog zadatka, o „različitim” viđenjima projekcija *podmetnutih geometrijskih figura* (projekcije su jednostavno zadane tako da ima više različitih, točnih rješenja), kao i na kojem je stupnju njihov prostorni zor, te mogućnost pravovremenog ispravljanja krivih koraka pomoću „okretanja” i „šetanja” figure, pa i njezinih projekcija na ekranu.

**Primjer 7.** U izometrijskoj trokutastoj mreži točaka nacrtajmo kocku na stranama ima kružnice.

**Rješenje:**

- Rješenje se svodi na crtanje/konstruiranje kružnica iz **Primjera 5.**, te konstrukcije kocke u izometrijskoj trokutastoj mreži točaka (Poučak 49.), slika 37.

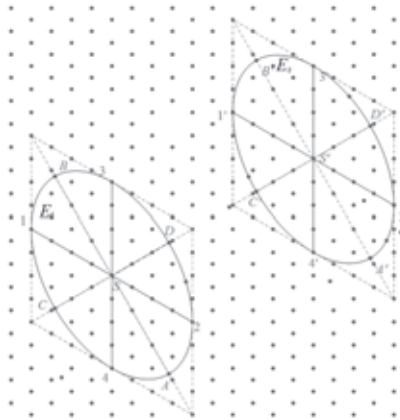


Slika 37.

**Primjer 8.** U izometrijskoj trokutastoj mreži točaka nacrtajmo valjak.

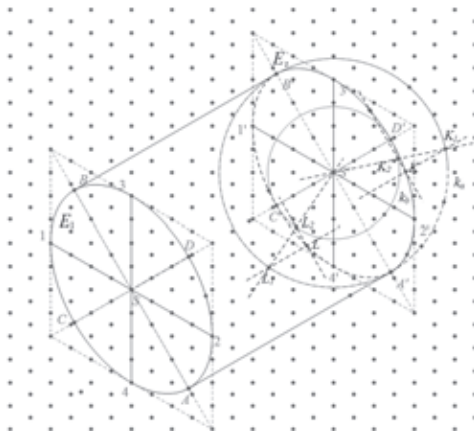
**Rješenje:**

- Nacrtajmo elipsu  $E$  kao u **Primjeru 5.**, koja će biti baza valjka.
- Naka je duljina visine valjka  $m$  jedinica; to znači da ponavljamo konstrukciju iz prethodnog koraka, slika 38., pri čemu su elipse međusobno udaljene za  $m$  jedinica.

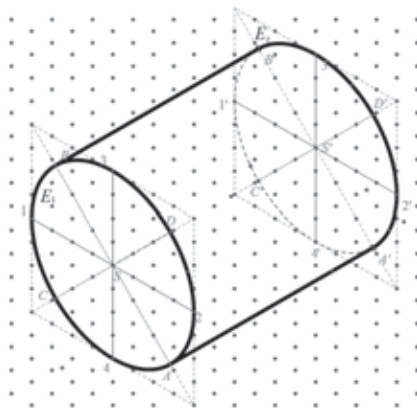


Slika 38.

- No, ovo su elipse, to **nije** valjak. Kao što znamo, moramo nacrtati/konstruirati **zajedničke tangente** (konturne izvodnice valjka) i riješiti vidljive/nevidljive dijelove elipse (**Primjer 6.**).
- Zajedničke tangente  $\overline{AA'}$  i  $\overline{BB'}$  usporedne su s malom osi i tangiraju elipse.
- Prva elipsa  $E_1$  cijela je vidljiva. Elipsa  $E_2$  pola je vidljiva, a pola nevidljiva. Primjenom konstrukcije iz **Primjera 6.** nacrtamo/konstruiramo vidljivi/nevidljivi dio elipse  $E_2$ , slika 39.
- „Brisanjem” pomoćnih kružnica, pravaca i točaka, slika 40., nacrtali smo u izometrijskoj trokutastoj mreži točaka - valjak.



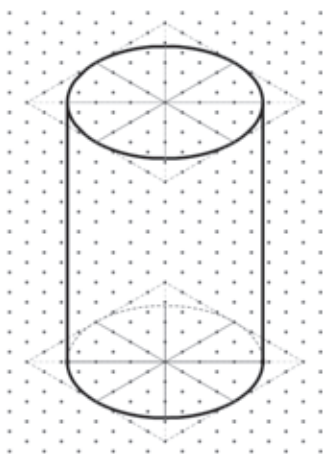
Slika 39.



Slika 40.

**Napomena.**

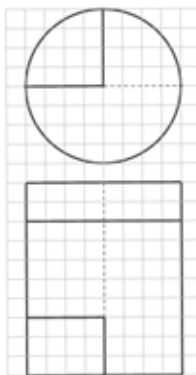
Konstrukcijom prve elipse definirano je sve. No, valjak može biti i uspravan, slika 41.



Slika 41.

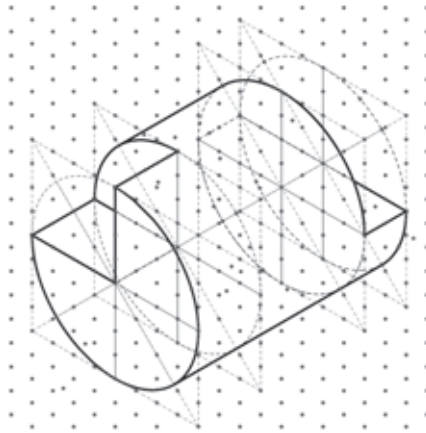
**Primjer 9.**

Nacrtajmo/konstruirajmo oblu geometrijsku figuru zadanu projekcijama, slika 42.



Slika 42.

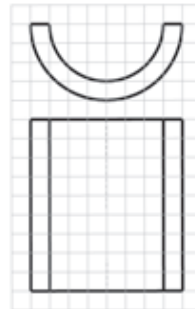
- Zadatak je nacrtati/konstruirati oblu geometrijsku figuru kojoj je osnova valjak. Dakle, konstrukcija počinje od crtanja valjka kao u **Primjeru 8**.
- Ako pogledamo projekcije kojima je zadana ova obla geometrijska figura, onda uočavamo da su dijelovi valjka izrezani, tj. morat ćemo konstruirati lukove elipse kao u **Primjeru 3**. više puta, slika 43.



Slika 43.

### Zadatak 2.

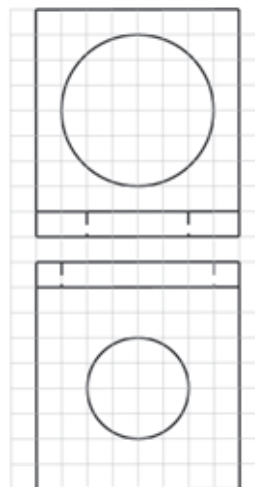
U izometrijskoj trokutastoj mreži nacrtaj oblu geometrijsku figuru zadanu projekcijama, slika 44.



Slika 44.

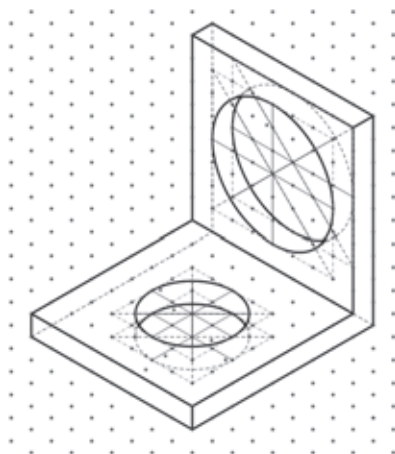
### Primjer 10.

Neka je geometrijska figura zadata projekcijama kao na slici 45. U izometrijskoj trokutastoj mreži točaka nacrtajmo tu figuru.



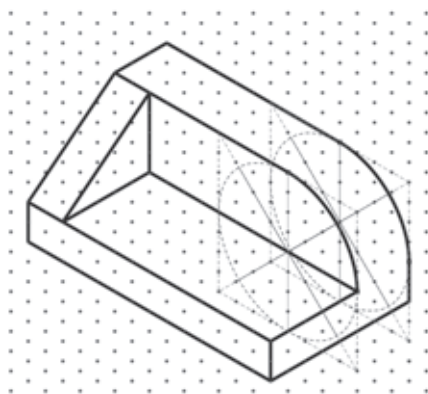
Slika 45.

- Ova geometrijska figura sastoji se od kvadara iz kojih su isječeni dijelovi u obliku valjka. Konstrukcija je kombinacija konstrukcija valjka i određivanja vidljivih i nevidljivih dijelova kao u prethodnim primjerima, te konstrukcije kvadra u izometrijskoj trokutastoj mreži točaka (slično konstrukciji kocke).

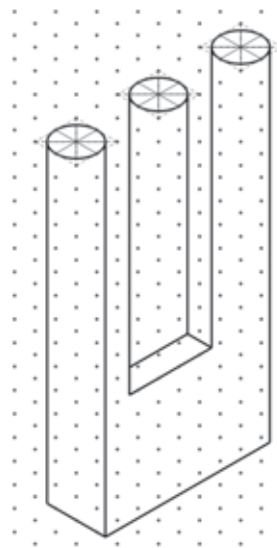


Slika 46.

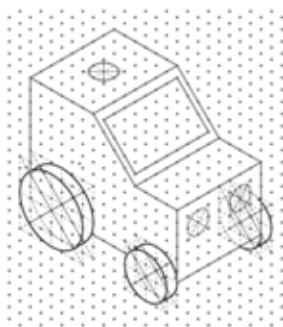
Na sljedećim su slikama učenički radovi:



Slika 47.



Slika 48.



Slika 49.

### Literatura:

1. \*\*\* Okvirni nacionalni kurikulum, Poučak 39, Zagreb, 2009.
2. V. Niče. *Deskriptivna geometrija*, Školska knjiga, Zagreb, 1992.
3. D. Palman. *Nacrtna geometrija*, Element, Zagreb, 1996.
4. V. O. Gordon, M. A. Sementsov – Ogievski. *A Course in Descriptive Geometry*, MIR Publishers, Moscow, 1980.
5. R. Svedrec, N. Radović, T. Soucie, I. Kokić. *Tajni zadatak 008 – udžbenik i vježbenica s CD-om iz matematike za osmi razred osnovne škole*, Školska knjiga, Zagreb, 2008.
6. \*\*\* *A Guide to Effective Instruction in Mathematics – Geometry and Spatial Sense*, Ministry of Education, Ontario, 2005.
7. L. B. Triglia, S. Sammarone, R. Zizzo. *Disegno Tecnico – Metodo tradizionale – uso del computer*, Zanichelli, 1992.
8. N. Radović, P. Mladinić, R. Svedrec. *Ravninske krivulje i Sketchpad (1)*, Poučak, 39 (2009.) 68 – 76.
9. G. E. Vinson. *Essentials of Engineering Design Graphics*, Kendall/ Hunt Publishing Company, Dubuque, 2003.
10. N. Radović, R. Svedrec, T. Soucie, I. Kokić. *Vizualizacija prostora*, Poučak 49 (2012.) 49 – 68.
11. N. Radović, R. Svedrec, T. Soucie, I. Kokić. *Nemoguće figure u izometrijskoj trokutastoj mreži točaka*, Poučak 50 (2012.) 56 – 69.
12. N. Radović, R. Svedrec, T. Soucie, I. Kokić. *Vizualizacija prostora u izometrijskoj trokutastoj mreži točaka*, Zbornik radova 5. Kongresa nastavnika matematike RH / Mladinić, Petar; Svedrec, Renata (ur.). – Zagreb, Hrvatsko matematičko društvo & Profil, 2012. 461 – 480.
13. M. Gardner: *The Colossal Book of Mathematics*, W. W. Norton & Company, New York, 2001.
14. T. Pappas: *The Joy of Mathematics Discovering Mathematics All Around You*, Wide World Publishing/ Tetra, San Carlos, 2006.