Maja Petrač
dipl. ing. matematike i ovlašteni aktuar
maja.petrac@yahoo.com
Basler osiguranje Zagreb d.d.
Radnička cesta 37b, 10000 Zagreb
tel.: +38516405000

UDK 368.91:519
Pregledni članak

TRŽIŠNO VREDNOVANJE U OKVIRU MODERNE MATEMATIKE ŽIVOTNIH OSIGURANJA

Sažetak

U tradicionalnoj aktuarskoj matematici životnih osiguranja obveze prema ugovarateljima (tehničke pričuve) obračunavaju se na konzervativnim pretpostavkama smrtnosti i kamatnih stopa. Međutim, taj pristup se pokazao nepotpunim budući da u sebi ne sadrži tržišnu komponentu, a koja je postala nužna zbog razvoja financijskoga tržišta. Budući da oko 80% ukupne pasive osiguravatelja životnih osiguranja čine upravo tehničke pričuve, ova tema ima veliki utjecaj na ukupno poslovanje osiguravajućih društava. Uvođenje financijskih komponenata u aktuarsko vrednovanje dovelo je do toga da aktuarska matematika sve više koristi elemente financijske matematike te se tako razvija nova, moderna matematika životnih osiguranja. U okviru ovoga rada na jednostavnom se primjeru uspoređuje tradicionalni i tržišni pristup vrednovanja. U tu svrhu promatran je jedan od principa moderne matematike životnih osiguranja, princip ekvivalencije. Navedeni tržišni pristup vrednovanja, uz upravljanje rizicima, poslovanja čini temelj direktive Solvency II, novoga zakonodavnoga i regulatornoga okvira ukupnog poslovanja društva za osiguranje i društva za reosiguranje u Europskoj uniji.

Ključne riječi: tržišno vrednovanje, moderna matematika životnih osiguranja, princip ekvivalencije, Solvency II

1. Uvod

Moderna matematika životnih osiguranja je tema koja se zadnjih nekoliko desetljeća sve više proučava. Postavlja se pitanje zašto je to tako. Da bismo dobili odgovor na to pitanje, prvo ćemo se prisjetiti kakvi su dosadašnji proizvodi životnoga osiguranja, kako smo ih vrednovali te u kakvom su financijskom okruženju "živjeli". Oni su bili relativno jednostavni i laki za razumijevanje. Određivanje cijene obveze životnoga osiguranja uključivalo je samo determinističke obračune. Financijsko tržište je bilo stabilno s određenim brojem financijskih instrumenata te restrikcijama na kretanje kapitala. Osiguratelji su ulagali u obveznice i nekretnine koje jamče stabilan rast. Financijski rizik je bio neznatan, a tijek novca koji se diskontirao niskom kamatnom stopom lako se mogao zaraditi iz financijskoga tržišta. Situacija se promijenila sa deregulacijom i razvojem financijskoga tržišta.

PASIVA	31.12.2008	31.12.2009	31.12.2010	31.12.2011	31.12.2012	30.9.2013
Kapital i rezerve	8,2%	10,2%	9,9%	10,0%	12,8%	12,3%
Obveze drugoga reda (podređene obveze)	0,0%	0,6%	0,5%	0,0%	0,0%	0,0%
Tehničke pričuve	82,4%	80,9%	80,5%	81,5%	78,4%	79,4%
Tehničke pričuve životnih osiguranja kada ugovaratelj snosi rizik ulaganja	3,5%	3,9%	4,3%	4,4%	4,6%	4,7%
Ostale pričuve	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,1%	0,1%
Odgođena i tekuća porezna obveza	0,1%	0,1%	0,1%	0,2%	0,5%	0,3%
Depoziti zadržani iz posla predanoga u reosiguranje	1,8%	1,9%	2,0%	2,2%	2,0%	2,0%
Financijske obveze	1,0%	0,1%	0,2%	0,1%	0,2%	0,0%
Ostale obveze	1,9%	1,6%	2,0%	1,5%	1,1%	1,0%
Odgođeno plaćanje troškova i prihod budućeg razdoblja	0,9%	0,6%	0,5%	0,2%	0,2%	0,3%
UKUPNA PASIVA	**100,0%**	**100,0%**	**100,0%**	**100,0%**	**100,0%**	**100,0%**

Tablica 1: Agregirana pasiva društava za životno osiguranje u RH

Izvor: http://www.hanfa.hr/nav/106/statistika.html#section2

Bilancu osiguratelja je često teško interpretirati. To proizlazi iz činjenice da su imovina i obveze vrednovane različitim mjerama. Imovina se najčešće vrednuje tržišnim cijenama, a tehničke pričuve koje čine oko 80% ukupne pasive životnih osiguranja (Tablica 1) mjere se određenim aktuarskim metodama, tj. nisu vrednovane tržišnim metodama.

Zanimljivo je primijetiti kako udio kapitala i rezerva u ukupnoj bilanci (Tablica 1.) osiguravatelja životnih osiguranja raste na godišnjoj razini. Osiguratelji povećavaju svoj kapital što možemo pripisati prilagodbi novom načinu izračuna kapitalnih zahtijeva u okviru Solvency II.

Kod vrednovanja obveza značajan čimbenik je upravo financijski rizik. Financijski „hedžing" (investicija koja služi smanjenju ili ukidanju rizika koji se odnosi na neku drugu investiciju) postaje jednako važan kao i određivanje cijena osiguranja i obračun pričuva. Dolazi do situacija da osiguravajuća društva ne mogu izvršavati svoje obveze budući da su kamatne stope pale u odnosu na visoke jamčene kamatne stope ukalkulirane u tim ugovorima.

Bitno je da menadžment poznaje rizike, da ih specifira i kontrolira[1]. Posljednih godina se pokazalo i to da financijske tvrtke kako bi preživjele trebaju dobar menadžment, dobru poslovnu strategiju, dobru financijsku stranu i dobar menadžment rizika. Zbog problema sa solventnosti i likvidnosti, mnoge su tvrtke propale. Nadzor i političari su započeli inicijativu analiziranja tih problema te poboljšanja kvalitete i kvantitete menadžmenta rizika unutar tvrtke. Cilj tih inicijativa u području osiguranja je zaštititi ugovaratelja od posljedica nesolventnosti osigurateljne tvrtke. U većini slučajeva, primarni cilj regulatora nije izbjeći insolventnost osigurateljne tvrtke. On treba osigurati da su obveze pokrivene imovinom i da se mogu ispuniti na prikladan način.

Svi ovi događaji prisilili su EU da razvije režim gdje bi se svi rizici trebali procijeniti i gdje bi se svi kapitalni zahtijevi trebali odrediti na prikladan i siguran način. Direktiva Solvency II[2] inicirana je 2001. godine i uskoro će biti biti implementirana. Prema Solvency II, obveze osiguratelja trebaju biti vrednovane na **tržišno-konzistentan način**, uključujući sva jamstva i mogućnosti. Ideja tržišno-postojanoga vrednovanja je prenositi osigurateljni tijek novca u stvarne cijene koje su postojane s informacijama iz financijskoga tržišta.

2. Što je Solvency II?

Solvency II je novi zakonodavni i regulatorni okvir ukupnoga poslovanja društva za osiguranje i društva za reosiguranje u Europskoj uniji. Ključne promjene odnose se na nova pravila solventnosti i upravljanja rizikom. Solvency II uvodi ekonomsko/tržišno vrednovanje imovine i obveza temeljeno na ukupnom pristupu cjelokupnim bilančnim položajima. To znači da će se tržišno vrednovati sve rizike kojima su izložene bilančne pozicije.

Društva za osiguranje i društva za reosiguranje u okviru Solvency II direktive vrednovat će imovinu i obveze na sljedeći način[3]:

- imovina se vrednuje po iznosu za koji bi se mogla razmijeniti između dobro obaviještenih voljnih strana u transakciji po tržišnim uvjetima,
- obveze se vrednuju po iznosu za koje bi se mogle prenijeti ili namiriti između dobro obaviještenih voljnih strana u transakciji po tržišnim uvjetima.

Vrijednost tehničkih pričuva bit će jednaka zbroju najbolje procjene i granice rizika.

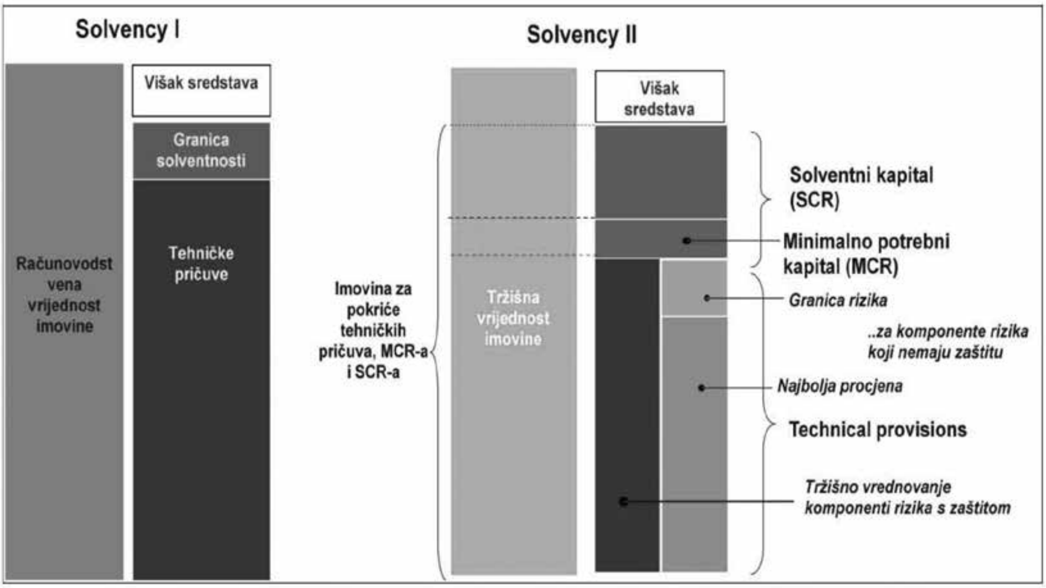
Slika 1: Vrednovanje imovine i obveza u okviru Solvency I i Solvency II
Izvor: Krišto, J.; Osnove Solvency II, Hrvatski ured za osiguranje

Na slici (Slika 1) su prikazane ključne razlike u pristupu vrednovanja imovine u okviru sadašnje regulacije Solvency I i Solvency II. Dosadašnja regulacija Solvency I bila je vrlo jednostavna. Kod nas se primjenjuje od 2006. godine i još uvijek je u upotrebi. Solvency II je kod nas u fazi implementacije. Nije još obavezan, ali rade se kvantitativne studije utjecaja (Quantitative Impact Study -QIS5), a prava primjena Solvency II trebala bi početi 1.1. 2016.

Utjecaj provedbe Solvency II na poslovanje društava za osiguranje i društava za reosiguranje u Republici Hrvatskoj bila je tema međunarodne znanstvene konferencije u Sloveniji, 2009. godine.[4]

3. Principi moderne matematike životnih osiguranja

Sljedećih osam principa neformalno opisuju biometrički i financijski okvir za moderno životno osiguranje. Jasno je da principi ovoga modela nisu savršeni i kompletni, kao npr. idealna pretpostavka o nezavisnoj biometriji pojedinaca (princip 3.). Ipak, predloženi model treba promatrati kao elementarni okvir za životno osiguranje koji sadrži neke osnovne ideje i idealizirane pretpostavke iz tradicionalne teorije, ali koji se bavi stohastičkim financijskim tržištima. Sukladno tome navodimo osnovne principe za moderno životno osiguranje[5]:



1. Nezavisnost biometričkih i financijskih događaja
2. Kompletna financijska tržišta, bez mogućnosti arbitraže
3. Biometrička stanja pojedinca su nezavisna
4. Velike skupine sličnih klijenata
5. Među sličnim klijentima se ne pravi razlika
6. Nearbitražno određivanje cijena
7. Minimaln o poštene cijene dopuštaju "hedžing" takve da bilance skoro sigurno konvergiraju k nuli
8. Princip ekvivalencije (jednakovrijednosti).

Kao što je navedeno u uvodu, u nastavku ćemo se posvetiti proučavanju principa ekvivalencije, jednakovrijednosti (princip 8). Princip ekvivalencije (jednakovrijednosti) podrazumijeva da se buduće obveze osiguranika (premije) trebaju određivati tako da je njihova (tržišna) vrijednost jednaka (tržišnoj) vrijednosti budućih obveza osiguratelja (isplate). Ideja je da se obveze osiguravajuće tvrtke mogu „hedžirati" pomoću premija.

Sada ćemo usporediti tradicionalni i tržišni pristup na jednostavnom primjeru. To ćemo provesti na način da tradicionalni pristup ekvivalencije preoblikujemo u situaciju kada osiguratelj trguje obveznicama bez kupona (financijski instrument). To je zapravo neka vrsta „hedžinga" u kojem kontroliramo i eliminiramo rizik povezan s razvojem kamatnih stopa. Promatrat ćemo policu mješovitog i riziko osiguranja života. Za početak, prisjetimo se tradicionalnoga principa ekvivalencije (jednakovrijednosti).

4. Tradicionalni princip ekvivalencije

U tradicinalnom pristupu financijska tržišta su po pretpostavci deterministička, a princip ekvivalencije, preko zakona velikih brojeva, osigurava da tvrtka životnoga osiguranja može postići ravnotežu po polici konvegiranja k nuli za rastući broj nezavisnih ugovaratelja.

Sadašnja vrijednost iznosa obaveze isplate od strane osiguravatelja naziva se i jednokratna neto premija, a princip ekvivalencije glasi:

Očekivana sadašnja		Očekivana sadašnja
vrijednost naknade	=	vrijednost svih neto premija

Prisjetimo se nekih pojmova koje će nam trebati u nastavku. $S(t)=(1+i)^t$ zove se akumulacijski faktor za godinu t, a i je fiksna godišnja kamatna stopa s kojom se ulaže. Ako stavimo da je $r=\log(1+i)$ akumulacijski faktor, možemo zapisti na sljedeći način $S(t)=(1+i)^t=e^{rt}$. r zovemo intenzitet kamate i on je rješenje diferencijalne jednadžbe

$$\frac{d}{dt}S(t) = rS(t) \tag{4.1}$$

s početnim uvjetom $S(0)=1$.

Sada ćemo definirati diskontni faktor za godinu t kao

$vt=(1+i)^{-t}=e^{-rt}=S(t)^{-1}$

gdje je $v=e^{-r}$. Dolazimo do ključnog pitanja: Kako možemo ovo generalizirati u slučaju kada kamatna stopa i nije konstantna. Neka $i(s)$ predstavlja kamatnu stopu za godinu s. Tada je akumulacijski faktor za godinu t:

$$S(t) = \big(1 + i(1)\big) \dots \big(1 + i(t)\big) = e^{\sum_{s=1}^{t} r(s)},$$

gdje je $r(s)=\log(1+i(s))$.

Ako je $r(u)$intenzitet kamate u bilo kojem trenutku u, onda možemo definirati novi akumulacijski faktor tako da u (4.1) r zamijenimo sa $r(u)$pa r ovisi o vremenu. Tada je

$$\frac{d}{dt}S(t) = r(t)S(t)$$

Na prvi pogled, nema neke razlike između ove diferencijalne jednadžbe i jednadžbe u (4.1). Međutim, ako riješimo ovu jednadžbu s početnim uvjetom, $S(0)=1$ akumulacijski faktor postaje

$$S(t) = e^{\int_0^t r(u)du},$$

gdje je n trajanje osiguranja u godinama. Navedeno razmatranje će nam trebati u nastavku.

4.1 Mješovito osiguranje

Mješovito osiguranje[6] (osiguranje za slučaj smrti i doživljenja) je osiguranje života koje traje određeni broj godina (n), gdje su premije konstantne jednokratne ili višekratne, a naknada (osigurani iznos) se isplaćuje ako osiguranik doživi dogovoreni istek osiguranja ili ako umre za vrijeme trajanja osiguranja.

Promatramo portfelj od l_x polica mješovitoga životnoga osiguranja. Pretpostavimo da je trajanje osiguranja n godina i da je osigurani iznos 1. Neka je u trenutku 0 uplaćena jednokratna premija $\pi(0)$. Štoviše, pretpostavimo još da broj preživjelih slijedi padajući niz i da je jednak l_{x+n}. U trenutku svi preživjeli će dobiti osigurani iznos 1, a sadašnja vrijednost tog benefita u trenutku 0 je $S(n)^{-1}l_{x+n}$. Budući da su premije $l_x\pi(0)$ uplaćene upravo u trenutku 0, sadašnja vrijednost tih premija u trenutku 0 je opet $l_x\pi(0)$. Sadašnja vrijednost osigurateljnog gubitka povezana sa portfeljom je onda razlika sadašnje vrijednosti benefita u trenutku 0 i sadašnje vrijednosti premija u trenutku 0 pa vrijedi

$$L=S(n)\text{-}1l_{x+n}\text{-}l_x\pi(0) \qquad (4.2)$$

Ako je L=0 kažemo da je premija $\pi(0)$ poštena (fer) premija. Ako je $S(n)$ deterministički (ili poznat u trenutku 0), tada je poštena (fer) premija poznata ekvivalentna premija. Koristeći da je

$$S(t) = e^{\int_0^t r(u)du}$$

iz (4.2) dobivamo poznati rezultat

$$\pi(0) = \frac{l_{x+n}}{l_x} e^{-\int_0^n r(u)du} = {}_n p_x e^{-\int_0^n r(u)du} \qquad (4.3)$$

što je jednostavno sadašnja vrijednost benefita. Međutim, važno je shvatiti da ovaj argument funkcionira samo u situaciji gdje je diskontni faktor

$$\cdot\, S(n)^{-1} = e^{-\int_0^n r(u)du}$$

deterministički[7]. U slučaju gdje je buduća kamatna stopa nepoznata u trenutku t, ne možemo naplatiti premiju, stoga ne znamo što je $S(n)$ u trenutku prodaje ugovora!

4.2 Riziko osiguranje

Riziko osiguranje[8] (osiguranje za slučaj smrti) je osiguranje koje traje dogovoreni broj godina, gdje su premije konstantne jednokratne ili višekratne, a naknada (osigurani iznos) se isplaćuje samo ako osiguranik umre za vrijeme trajanja osiguranja.

Ponovo ćemo promatrati portfelj od l_x polica riziko osiguranja. Broj umrlih u godini t predvidjet ćemo s danim padajućim nizom:

$d_{x+t} = l_{x+t}\text{-}l_{x+t+1}$ gdje smo upotrijebili tradicionalnu aktuarsku notaciju d_{x+t} za broj umrlih u trenutku $x+t$. Sadašnja vrijednost osigurateljnog gubitka povezana s portfeljom je

$$L = \sum_{t=1}^{n} d_{x+t-1}\, S(n)^{-1} - l_x\pi(0)$$

I

u mješovitom i u riziko osiguranju promatrali smo neto premije, tj. pretpostavili smo da nema troškova. Bruto premije bi uključivale sve troškove koje osiguratelj može imati u vezi s osiguranim slučajem. Oni se dijele na početne troškove i na troškove obnove.

5. "Hedžing" portfelja

Sada ćemo preoblikovati princip ekvivalencije u situaciju kada osiguratelj može trgovati obveznicama bez kupona. Osiguratelj može „hedžirati"[9] svoj rizik preko proizvoda financijskoga tržišta (pod uvjetom da je financijsko tržište dovoljno likvidno). Zapravo „hedžiranjem" se kontroliraju i eliminiraju rizici povezani sa razvojem kamatnih stopa. Primjetimo da se rizik smrtnosti može eliminirali povećanjem veličine portfelja, pri čemu životi osiguranika moraju biti neovisni. Iz poglavlja 4.2 vidi se da se akumulacijskoga faktora $S(n)^{-1}$ nismo riješili, iako smo povećali veličinu portfelja. U nastavku vidimo kako ćemo se riješiti akumulacijskoga faktora trgujući s financijskim ugovorima koji se zovu obveznice bez kupona. To je ugovor koji nositelju plaća jednu jedinicu u fiksnom vremenu n (zovemo ih još i n-obveznica). S $P(t,n)$ označavamo cijenu te n-obveznice u trenutku $0 \le t \le n$. Naravno da je cijena obveznice u trenutku n jednaka $P(n,n)=1$.

5.1 Mješovito osiguranje

Pretpostavimo da osiguratelj u trenutku 0 ulaže u $l_x k$ jedinica *n*-obveznica. Sadašnja vrijednost osigurateljnog neto-gubitka iz portfelja od l_x mješovitih ugovora je dana s

$$L=(l_{x+n}S(n)^{-1} - l_x\pi(0)) + l_x k(P(0,n) - 1S(n)^{-1}) \tag{5.1}$$

gdje smo pretpostavili da broj preživjelih slijedi padajući niz. Zatim smo diskontirali plaćanje upotrebom prave kamatne stope (tržišne kamatne stope). Prvi dio izraza u poglavlju 5.1 odgovara sadašnjoj vrijednosti tvrtke bez ulaganja u -obveznice, ali ulaganja u štedni račun (to je zapravo izraz (4.2)). Drugi dio izraza predstavlja sadašnju vrijednost neto gubitka iz kupnje u trenutku 0 i to $l_x k$ n-obveznica po cijeni *P(0,n)*. Ovaj izraz je razlika između cijene *P(0,n)* obveznice u trenutku 0 i diskontiranog iznosa primljenoga od tvrtke u trenutku *n*. Sređivanjem izraza (5.1) vidimo da

$$L = (l_{x+n}) - l_x k)S(n)^{-1} + l_x (k P(0,n) - \pi(0)) \tag{5.2}$$

Prvi dio izraza u poglavlju 5.2 jednak je nuli u slučaju da je

$$k = \frac{lx+n}{lx} = {}_np_x ,$$

a drugi dio izraza u poglavlju 5.2 je 0 ako je

$$\pi(0) = {}_np_x P(0,n) \tag{5.3}$$

Dobili smo da je L=0 u klasičnoj situaciji s determinističkom kamatom. Poštena (fer) premija (5.3) ima dosta prirodan oblik. To je cijena u trenutku 0 obveznice bez kupona s rokom dospijeća *n* godina i pomnožena s vjerojatnošću preživljavanja do *n*. U portfelju sa l_x ugovaratelja polica, osiguratelj treba kupiti $l_x \cdot {}_np_x = l_{x+n}$ obveznica, što je upravo očekivani broj preživjelih.

Primjetimo da argumenti iz (5.3) određuju poštenu (fer) premiju (tržišna cijena) za jamčena plaćanja. Kao i za ulagačku strategiju, osiguratelj treba uložiti cijelu premiju (tržišnu vrijednost) u *n*-obveznicu. Na istovjetan način osiguratelj je u mogućnosti odrediti obveze u bilo kojem trenutku *t* jer je vrijednost u budućem vremenu *t* obveznice kupljene u trenutku 0 dana s

$$l_x \cdot {}_np_x P(t,n) = l_{x+n} P(t,n).$$

Argument koji se koristi za određivanje cijene u trenutku 0 jamčenog dijela mješovitoga osiguranja sada se može ponoviti u trenutku *t* za sve preostale l_{x+t} ugovaratelje. Stoga, ukupna tržišna vrijednost u trenutku *t* jamčenoga plaćanja povezanih s tih l_{x+t} ugovora je

$$l_{x+t} \cdot {}_{n-t}p_{x+t} P(t,n) = l_{x+n} P(t,n),$$

što pokazuje da je tržišna vrijednost obveza upravo jednaka vrijednosti ulaganja (imovini) u svakom trenutku *t* za svaki budući razvoj vrijednosti obveznice bez kupona. Svako povećanje ili smanjenje cijene obveznice leži upravo u samoj promjeni vrijednosti imovine i obveza.

Možemo primijetiti da tržišna vrijednost jamčenih plaćanja ne ovise o osigurateljevom izboru ulagačke strategije, mada je tržišna vrijednost određena pomoću "hedžing" argumenta. Ako bi bilo moguće kupiti ili prodati takve ugovore po cijeni koja odstupa od tržišne vrijednosti, tada bi zapravo bilo moguće stvoriti dobitak (arbitražu) ulažući u obveznicu bez kupona[10].

5.2 Riziko osiguranje

Zbog jednostavnosti pretpostavimo da je osigurani iznos (one unit) plativ na kraju godine, tj. u trenucima *t*=1,2,...,*n*. U tom slučaju, argument upotrebljen za mješovito osiguranje mora biti neznatno modificiran tako da tvrtka sada ulaže u obveznice bez kupona s dospijećem isteka *t*=1,2,...,*n*. Pretpostavimo preciznije da tvrtka u trenutku 0 ulaže u $l_x k(t)$ *t*-obveznica po cijeni *P*(0,*t*). Neto-gubitak u trenutku 0 je tada

$$L = (\textstyle\sum_{t=1}^n d_{x+t-1} S(t)^{-1} - l_x\pi(0)) + l_x \sum_{t=1}^n k(t)(P(0,t) - 1S(t)^{-1})$$

Ovaj izraz se ponovo može zapisati i kao

$$L = \textstyle\sum_{t=1}^n (d_{x+t-1} - l_x k(t))\, S(t)^{-1} + l_x (\sum_{t=1}^n k(t) P(0,t) - \pi(0)) \tag{5.4}$$

Prvi dio u izrazu (5.4) je 0 ako

$k(t)=d_{x+t-1}/l_x={}_{t-1|1}q_x$

što je upravo jednako vjerojatnosti da osoba starosti x u trenutku 0 umre u intervalu *(t-1,t)* i drugi dio izraza u (5.4) je 0 ako

$$\pi(0) = \sum_{t=1}^{n} {}_{t-1|1}q_x \, P(0,t) \qquad (5.5)$$

Ova poštena (fer) cijena razlikuje se od klasične formule u tome što su uobičajeni diskontni faktori zamijenjeni s obveznicom bez kupona. Na kraju napomijemo da ako je osigurani iznos plaćen odmah nakon smrti, a ne na kraju godine kako je predloženo sa (5.5), trebamo neprekidnu verziju od (5.5.)[11].

6. Zaključak

U ovom članku prikazan je način na koji se osiguravajuća društva prilagođavaju velikim promjenama koje su zahvatile financijsko područje zadnjih dvadestetak godina. Glavni cilj financijskih institucija je smanjiti rizike u svim dijelovima poslovanja pa osiguratelji uvode Solvency II, a banke svoju regulativu koja se trenutno zove Basel III (nakon Basel I i Basel II). Da bismo mogli dobro upravljati rizicima, rizici se trebaju mjeriti, što znači da ih treba specificirati, poznavati i tako kontrolirati, tj. treba s njima dobro upravljati[12]. Kapital je samo druga linija obrane u tvrtkama, prva je dobar menadžment rizika. Osiguratelji su izloženi različitim vrstama rizika, osobito aktuarskim i financijskim rizicima. Posljedica je da klasični aktuarski principi danas ne osiguravaju dovoljnu osnovu za vrednovanje i menadžment rizika ukupnog portfelja osiguravatelja. Umjesto toga, metodologiju trebamo nadopuniti financijskom matematikom koja osigurava tržišno-konzistentno vrednovanje. Matematika životnih osiguranja proučava rizik pridružen životnom osiguranju i metodama za upravljanje takvim rizicima. Vidjeli smo da po tradicionalnom principu jednakovrijednosti (ekvivalencije) osiguratelj životnoga osiguranja treba poslovati tako da se premije određuju na način da su dobici i gubici "balansirani oko sredine". Ovaj pristup vodi do novih metoda vrednovanja, koje se temelje na stohastičkoj nezavisnosti pojedinačnih života te zakonu velikih brojeva. Dublja matematička pozadina tržišnoga vrednovanja u životnom osiguranju prelazi okvire ovoga članka. Za nju je potrebno dobro poznavanje financijske matematike, stohastičkih procesa, vjerojatnosti, diferencijalnih jednadžbi itd.

Literatura

1. Andrijašević, S., Račić-Žlibar, T.: Rječnik osiguranja, Masmedia, Zagreb
2. Delong, L.: Practical and theoretical aspects of market-consistent valuation and hedging of insurance liabilities, http://ftp.sgh.waw.pl/delong/MC%20valuation.pdf
3. Fischer, T: A law of large numbers approach to valuation in life insurance, Heriot-Watt University, Edinburgh, 2006
4. Franciśković, D.: Financijska i aktuarska matematika, skripta na osnovu rukopisa predavanja prof. dr. D. Bakića za kolegij Financijska matematika, Matematički odjel u Osijeku, 2006
5. Knispel, T., Stahl, G., Weber, S.: From the equivalence principle to market consistent valuation, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 2011, Volume 113
6. Koller, M.: Life insurance risk management essentials, EAA Series, Springer, 2011
7. Krišto, J. : Osnove Solvency II, Hrvatski ured za osiguranje
8. Krišto, J., Naletina D.: Impact of Solvency II on insurance industry in Croatia, međunarodna znanstvena konferencija, Manegement, Education and tourism, Slovenija, 2009
9. Moller, T, Steffensen, M.: Market-valuation methods in life and pension insurance, Cambridge university press, 2007
10. Novak, B.: Financijska tržišta i institucije, Ekonomski fakultet u Osijeku, 2005
11. Sharma, P: Conference of the insurance supervisory services of the member states of the European Union, 2002, http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/solvency2-conference-report_en.pdf
12. Stefanovits, D., Wuthrich, M.V.: Hedging of long zero-coupon bonds in a market model with reinvestment risk, www.math.ethz.ch/~wueth/Papers/2013_HedgingOfLongTermZCB.pdf
13. Wuthrich, M.V., Buhlmann, H., Furrer, H.: Market-consistent actuarial valuation, EAA Series, Springer, 2008
14. Smjernice za podnošenje informacija nacionalnim nadležnim tijelima, www.eiopa.europa.com
15. http://www.hanfa.hr/nav/106/statistika.html#section2

Bilješke

1 Koller, M.: Life insurance risk management essentials, EAA Series, Springer, 2011
2 Smjernice za podnošenje informacija nacionalnim nadležnim tijelima, www.eiopa.europa.com
3 Krišto, J. : Osnove Solvency II, Hrvatski ured za osiguranje
4 Krišto, J., Naletina D.: Impact of Solvency II on insurance industry in Croatia, međunarodna znanstvena konferencija, Manegement, Education and tourism, Slovenija, 2009
5 Fischer, T: A law of large numbers approach to valuation in life insurance, Heriot-Watt University, Edinburgh, 2006
6 Andrijašević, S., Račić-Žlibar, T.: Rječnik osiguranja, Masmedia, Zagreb
7 Moller, T, Steffensen, M.: Market-valuation methods in life and pension insurance, Cambridge university press, 2007
8 Andrijašević, S., Račić-Žlibar, T.: Rječnik osiguranja, Masmedia, Zagreb
9 Moller, T, Steffensen, M.: Market-valuation methods in life and pension insurance, Cambridge university press, 2007
10 Moller, T, Steffensen, M. (2007): Market-valuation methods in life and pension insurance, Cambridge university press
11 Moller, T, Steffensen, M.: Market-valuation methods in life and pension insurance, Cambridge university press, 2007
12 Sharma, P: Conference of the insurance supervisory services of the member states of the European Union, 2002

Maja Petrač

Revew article

Market valuation in the framework of modern life insurance mathematics

Abstract

In the traditional actuarial life insurance mathematics, liabilities to beneficiaries (technical reserves) are calculated based on conservative assumptions of mortality and interest rates. However, this approach was found to be incomplete since it does not contain the market component which has become essential due to the development of the financial market. Since about 80% of total liabilities of life insurance companies are made up of technical reserves, this issue has a major impact on the overall performance of insurance companies. The introduction of financial components into the actuarial valuation resulted in actuarial mathematics using more and more the elements of financial mathematics thus creating new, modern life insurance mathematics. Using a simple example, this paper compares the traditional and market approaches to valuation. For this purpose, one of the principles of modern life insurance mathematics, the principle of equivalence, was observed. The above market approach to valuation, together with operational risk management, forms the basis of Solvency II Directive, the new legislative and regulatory framework for insurance and reinsurance companies in the European Union.

Keywords: market valuation, modern life insurance mathematics, principle of equivalence, Solvency II