

# O prijedlogu nove službene kartografske projekcije za Hrvatsku

*Napisao: prof.dr.Miljenko Lapaine*

## Uvod

God. 1924. u tadašnjoj Jugoslaviji kao službena kartografska projekcija prihvaćena je Gauß-Krügerova konformna poprečna cilindrična projekcija trostupanjskih meridijanskih zona Besselova elipsoida. Počevši od Greenwicha bivša Jugoslavija bila je obuhvaćena 5., 6. i 7. zonom s meridijanima kojima odgovara 15°, 18°, odnosno 21° istočne geografske duljine kao srednjim meridijanima. Linearno mjerilo uzduž srednjeg meridijana svake zone  $m_0$  iznosi 0,9999. Hrvatska je naslijedila opisano stanje.

Lapaine i Tutić (1999) objasnili su važnost pitanja službene kartografske projekcije. Ovdje ćemo to još malo protumačiti. U tijeku je promjena službenoga hrvatskoga geodetskog datuma, tj. promjena osnovnih parametara koji zajedno služe kao temelj za definiranje drugih parametara u hrvatskoj geodeziji. Pritom se prvenstveno misli na parametre koji opisuju odnos ishodišta i orijentaciju osi koordinatnog sustava s obzirom na Zemlju. Dosadašnji lokalni geodetski datum zamjenjuje se s drugim, globalnim. Zbog toga će se sve službene koordinate, htjeli mi to ili ne, morati promijeniti. Sad se prirodno postavlja pitanje: kad već moramo promijeniti koordinate svih točaka, možemo li još nešto promijeniti da si u budućnosti olakšamo rad.

Odgovor na to pitanje je pozitivan. Možemo promijeniti službenu kartografsku projekciju koja je izabrana prije osamdesetak godina kad je odlučujući čimbenik za donošenje odluke o izboru projekcije bio opseg potrebnih računanja. Prisjetimo se da u to doba nije bilo ni računala ni džepnih kalkulatora, već su se sva računanja obavljala uz pomoć logaritamskih tablica s velikim brojem decimala. U današnje vrijeme tablice i razne mehaničke sprave za računanje našle su svoje mjesto u muzejima. Zahvaljujući osobnim računalima problem složenih i opsežnih računanja nije više toliko izražen kao nekada. Nekoliko zbrajanja ili množenja više uopće nas ne zabrinjava.

To su osnovna razmišljanja iz kojih je proizašao prijedlog o novoj službenoj kartografskoj projekciji

za Hrvatsku (Lapaine, 2000). Prema tom prijedlogu za topografsko-katastarske karte itopografske karte krupnijih mjerila (do mjerila 1:300 000) upotrebljavat će se i dalje Gauß-Krügerova projekcija, ali ne više Besselova elipsoida, nego najvjerojatnije elipsoida GRS80 (Moritz, 1988), što je u skladu s Bašićevom studijom (2000). Razlika prema dosadašnjem stanju je još u tome što bi čitava Hrvatska bila jedinstveno područje (jedna zona) sa srednjim meridijanom kojem odgovara 16°30' geografske duljine. Lokalno linearno mjerilo uzduž srednjeg meridijana  $m_0$  ostaje isto i iznosi 0,9999.

S obzirom na to da će u novoj projekciji deformacije na zapadnim i istočnim područjima države biti znatno veće nego do sada, postavlja se pitanje načina računanja koordinata i površina.

## Transformacija koordinata između stare Gauß-Krügerove projekcije u novu projekciju

Za transformaciju koordinata iz stare Gauß-Krügerove projekcije u novu potrebno je sljedeće:

1. riješiti obrnuti kartografski zadatak u staroj projekciji, tj. iz zadanih pravokutnih koordinata izračunati pripadne geografske koordinate na Besselovu elipsoidu.
2. iz geografskih koordinata na Besselovu elipsoidu izračunati odgovarajuće geografske koordinate na elipsoidu GRS80
3. riješiti izravni kartografski zadatak u novoj projekciji, tj. iz geografskih koordinata na elipsoidu GRS80 izračunati odgovarajuće pravokutne u ravnini projekcije.

Jasno je da će se navedena računanja u današnje vrijeme računati odgovarajućim računalom i programom. Transformaciju koordinata iz nove u staru Gauß-Krügerovu projekciju provodimo obrnutim redoslijedom.

## Računanje u novoj Gauß-Krügerovoj projekciji

Stara Gauß-Krügerova projekcija definirana je tako da se na cijelom području zadaci u katastru mogu rješavati kao u ravnini. To je omogućeno time što projekcija na području Republike Hrvatske ne uvodi veću linearnu deformaciju od 1 dm na 1 km. No, zbog tog uvjeta nije bilo moguće cijelo područje Hrvatske preslikati u jedinstveni koordinatni sustav. Tako imamo dva koordinatna sustava (zone).

Nova projekcija ima jedinstveni koordinatni sustav za čitavo područje Hrvatske, ali zato u nekim područjima (udaljenima više od oko 127 km od srednjeg meridijana) dolazi do deformacija koje su veće od 1 dm na 1 km (sl. 1). Zbog toga se računanja u katastru u raznim zadacima parcelacije i njima sličnima mogu računati na jedan od sljedeća dva načina.

Prvi je način da se na koordinate zadanih točaka (u novoj projekciji) primijeni odgovarajuća korekcija u mjerilu (redukcija različita od što se svodi na množenje određenim koeficijentom, mjerenja se ostave kakva jesu i zadatak se dalje računa kao i prije. Na kraju se

dobivene koordinate pomnože s recipročnom vrijednosti početnog koeficijenta i na taj način dobiju definitivne ili službene koordinate točaka u novoj projekciji.

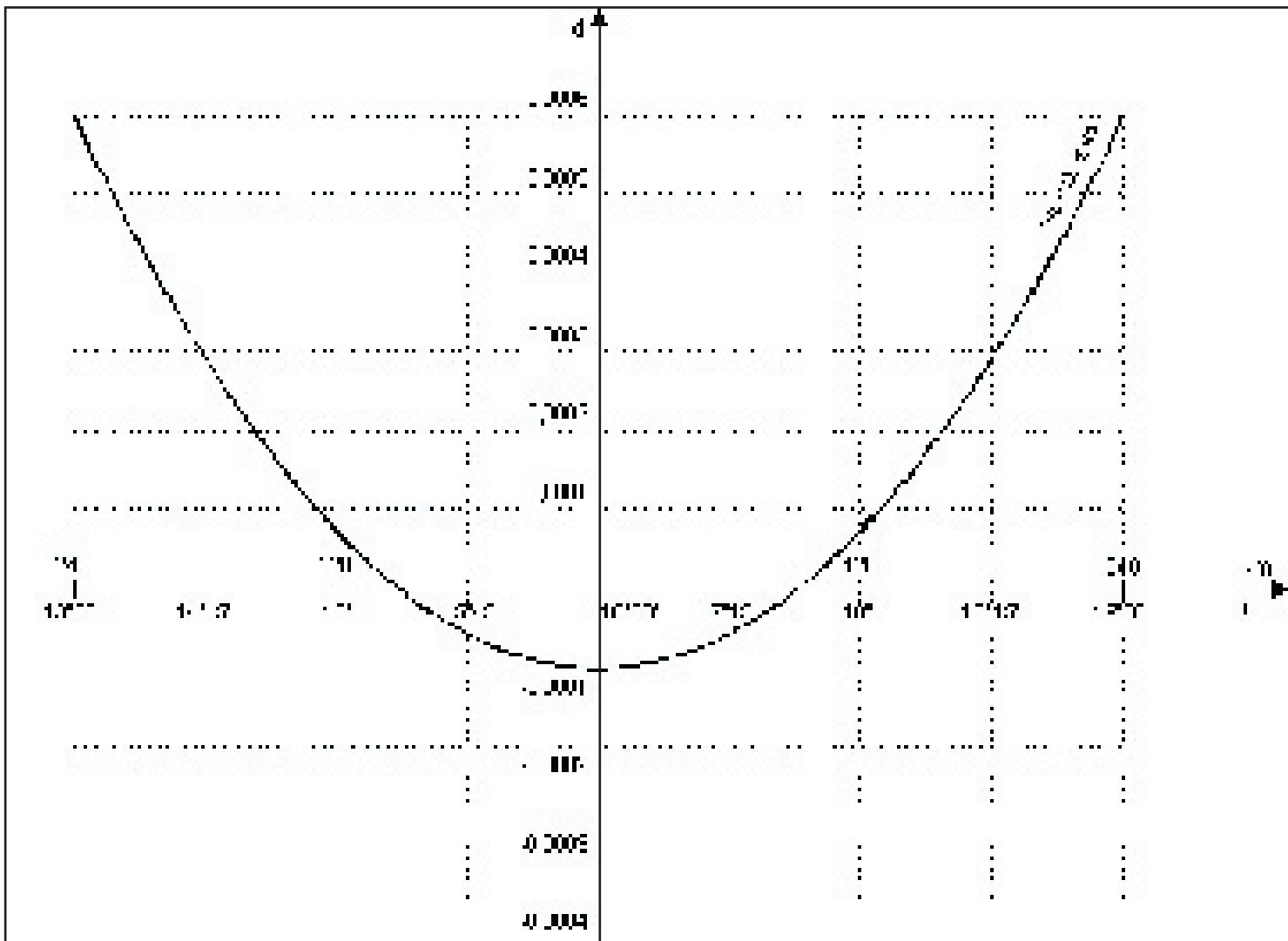
Drugi način je da se koordinate zadanih točaka (u novoj projekciji) ne mijenjaju, mjerenja dužina pomnože se s određenim koeficijentom, i dalje računamo kao i do sada. Rezultirajuće koordinate su već izračunane korektno u novoj projekciji.

Koji od ta dva načina je optimalniji ovisi o karakteru postavljenog zadatka. No oba će pristupa dati jednak i ispravan rezultat.

Napomenimo još sljedeće. Sve koordinate izražene u novoj projekciji pomnožene su faktorom  $m_0=0,9999$ . To znači da je srednji meridijan time skraćen za 1 dm po 1 km. Linearno mjerilo se povećava s udaljenosti od srednjeg meridijana i na oko 90 km iznosi 1, tj. nema deformacije. Na udaljenosti od oko 127 km ono već iznosi 1,0001 i to je granica do koje možemo računati u novoj projekciji na isti način kao i do sada, tj. može se zanemariti deformacija projekcije.

Područja istočnije ili zapadnije od 127 km od srednjeg meridijana prikazuju se u novoj projekciji s linearnom deformacijom većom od 1,0001.

Ovisnost deformacije o udaljenosti od srednjeg meridijana



Pretpostavimo da radimo u takvom području u kojem linearno mjerilo preslikavanja iznosi  $m_1 > 1,0001$  (koordinate, duljine i površine su veće nego što su u stvarnosti). Dakle, ako želimo računati u tom području moramo koordinate u novoj projekciji reducirati tako da deformacija bude manja od 1 dm na 1 km, odnosno koordinate treba podijeliti s koeficijentom  $m_1$ . Tada obavimo računanja. Rezultirajuće koordinate u sebi ne sadrže deformaciju projekcije pa ih treba pomnožiti s koeficijentom  $m_1$  i time ih dovesti u koordinatni sustav nove službene projekcije.

Drugi način je da mjerene duljine (koje u sebi ne sadrže deformaciju projekcije) pomnožimo s koeficijentom  $m_1$ , dakle uvedemo jednaku deformaciju koja je sadržana u poznatim koordinatama te na taj način računamo s međusobno usklađenim podacima.

## Prvi način računanja u novoj projekciji

U prvom načinu zadane ili poznate koordinate u novoj projekciji podijelimo s odgovarajućim mjerilom na promatranom području. Zatim obavimo potrebna računanja sa svim ostalim točkama, a rezultirajuće koordinate pomnožimo s istim brojem kojim smo zadane koordinate podijelili i vratimo ih u koordinatni sustav nove projekcije.

Najprije trebamo odrediti mjerilo preslikavanja na zadanom području. Za to će biti dovoljno uzeti približnu (zaokruženu na kilometar) koordinatu  $Y$  neke od zadanih točaka, npr. točke za koju je  $Y=274\ 000$ . Budući da je toj koordinati dodana konstanta 500 000, da bismo dobili udaljenost od

meridijana  $\bar{y}$  trebamo od  $Y$  oduzeti 500 000.

$$\bar{y} = Y - 500\ 000 = -226\ 000$$

Formula za lokalno mjerilo glasi

$$m_1 = m_0 \left( 1 + \frac{\bar{y}^2}{2R^2} \right) = 0,9999 \quad R = 6\ 377\ 000.$$

Uvrstimo li vrijednosti dobije se  $m_1 = 1,0005$ . Isti rezultat dobili bismo i iz tablice 1.

Sada se  $Y' = Y/m_1$  i  $X' = X/m_1$  uzimaju kao zadane koordinate. Nakon svih računanja dobiju se koordinate novih točaka koje treba pomnožiti s kako bi odgovarale koordinatnom sustavu nove projekcije.

$\bar{y}$ [km]	$m_1 = m_0 \left( 1 + \frac{\bar{y}^2}{2R^2} \right)$
0	0,9999
20	0,9999
40	0,9999
60	0,9999
80	0,9999
100	1,0000
120	1,0001
140	1,0001
160	1,0002
180	1,0003
200	1,0004
220	1,0005
240	1,0006
260	1,0007
280	1,0009
300	1,0010

### LITERATURA

Bašić, T. (2000): Prijedlog službenih geodetskih datuma Republike Hrvatske, Državna geodetska uprava, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb, 93+6 str.

Lapaine, M., Tutić, D. (1999): Hrvatska državna kartografska projekcija, Zbornik radova simpozija Državne geodetske osnove i zemljišni informacijski sustavi, urednici Z. Kapović, M. Roić, Opatija, 155-164.

Lapaine, M. (2000): Prijedlog službenih kartografskih projekcija Republike

Hrvatske, Državna geodetska uprava, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb, 88+105 str.

Lapaine, M., Tutić, D. (2001): Katastar i promjena službene kartografske projekcije, u: Roić, M., Kapović, Z. (urednici): Zbornik radova 2. hrvatskog kongresa o katastru, Zagreb, 231-240.

Moritz, H. (1988): Geodetic Reference System 1980, Bulletin Géodésique, The Geodesists Handbook, International Union of Geodesy and Geophysics.

## Drugi način računanja u novoj projekciji

U drugom načinu računanja zadane ili poznate koordinate u novoj projekciji zadržavamo, ali mjerene duljine  $d$  pomnožimo s odgovarajućim mjerilom na promatranom području. Zatim obavimo računanja, a rezultirajuće koordinate su već u koordinatnom sustavu nove projekcije.

Koeficijent  $m_1$  određujemo na isti način kao u prethodnom poglavlju.

Sada se u račun uzimaju korigirane duljine  $d'$ . Nakon računanja na uobičajeni način, tj. po pravilima ravninske geometrije dobiju se ispravne koordinate novih točaka.

## Računanje površina

Računanju površina u novoj projekciji također treba pristupiti na način sličan kao i računanju koordinata. Nova projekcija za područja udaljenija od 127 km od slike srednjeg meridijana uvodi deformaciju površina koja je veća od dosadašnje. Pokazat ćemo kako se deformacija površina zbog projekcije može eliminirati. Prisjetimo se da je kod konformnih projekcija lokalno mjerilo površina jednako kvadratu linearnog mjerila, tj.  $m_1^2$ .

Određivanju površine neke čestice možemo pristupiti na dva načina. Prvi je kad imamo izračunate lokalne koordinate međnih točaka, tada iz tih koordinata izravno dobivamo ispravnu površinu. Drugi način je računanje površine iz koordinata u novoj projekciji koju treba podijeliti s kako bismo dobili ispravnu površinu.

*Napomena.* Čitatelja koji želi vidjeti numeričke primjere upućujemo na članak Lapainea i Tutića s 2. hrvatskog kongresa o katastru.

