

UDK 528.375.024:528.242:528.54:528.45(497.5)
Pregledni znanstveni članak

Analiza razlika visina GPS-točaka u starom i novom visinskom sustavu na testnom području Grada Zagreba

Martina GUCEK – Zagreb*

SAŽETAK. U radu je prikazana analiza razlika visina GPS-točaka homogenog polja u starom (HVRS 1875) i novom Hrvatskom visinskom referentnom sustavu (HVR571). Ispitivanje je provedeno na testnom području Grada Zagreba. U okviru terenskih radova određene su normalne ortometrijske visine 27 GPS-točaka u novom visinskom sustavu, prijenosom visina s repera različitih redova točnosti, metodom geometrijskog nivelmana. Na taj su način određene GPS/nivelmanske točke poznatih elipsoidnih i normalnih ortometrijskih visina. Provedene su usporedbe i analiza reduciranih vrijednosti undulacija određenih iz lokalnoga zagrebačkoga geoida (ZG) i službenoga geoida Republike Hrvatske (HRG2000). Također je dana usporedba normalnih ortometrijskih visina istih GPS-točaka određena primjenom geometrijskog nivelmana, i to s obzirom na visine repera u starom (HVRS 1875) i novom (HVR571) visinskom sustavu.

Ključne riječi: Hrvatski visinski referentni sustav 1971 (HVR571), GPS/nivelmanske točke, normalna ortometrijska visina, elipsoidna visina, undulacija.

1. Uvod

Nakon stupanja na snagu Zakona o državnoj izmjeri i katastru nekretnina (Narodne novine, broj 128/99), temeljem članka 9. stavka 2, Vlada Republike Hrvatske na sjednici održanoj 4. kolovoza 2004. godine donijela je Odluku o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske (Narodne novine, broj 110/2004 i 117/2004). Time je službeno prihvaćen novi visinski datum i sustav Republike Hrvatske pod nazivom Hrvatski visinski referentni datum 1971 – HVRD71 i Hrvatski visinski referentni sustav 1971 – HVR571.

Službeni visinski referentni datum Republike Hrvatske za epohu 1971.5 (HVRD71) definiran je referentnom plohom određenom srednjom razinom mora na mareo-

* Mr. sc. Martina Gucek, GEOFOTO d.o.o., Buzinski prilaz 28, 10 010 Zagreb, martina.gucek@geofoto.hr.

grafima u Dubrovniku, Splitu, Bakru, Rovinju i Kopru. Okosnicu službenoga referentnog visinskog sustava Republike Hrvatske (HVR571) čini mreža II. NVT-a (Drugi nivelman visoke točnosti), a položajna mreža koju čini 78 osnovnih trajno stabiliziranih geodetskih točaka, koordinate koje su određene u ETRS89 u epohi 1995.5, osnova je Hrvatskoga terestričkog referentnog sustava (HTRS96) (Feil i dr. 2003).

Stari visinski sustav Republike Hrvatske (HVR5 1875), koji se donedavno nalazio u službenoj uporabi, a kao dvojni će se službeno voditi do 2010. godine (Narodne novine, broj 110/2004 i 117/2004), nastao je u dugom vremenskom razdoblju. Ustrojen je u Austro-Ugarskoj Monarhiji, progušćen mjerenjima I. NVT-a nakon II. svjetskog rata (u razdoblju od 1946. do 1953. godine). Također, podaci toga visinskog sustava preneseni su na sva ostala polja stalnih i trajno stabiliziranih geodetskih točaka (GPS, trigonometrijska, gravimetrijska, poligonometrijska i dr.) te korišteni za rješavanje svih drugih geodetskih i negeodetskih zadaća (Feil i dr. 2001).

U predstojećem razdoblju, veliku važnost ima povezivanje novoga visinskog sustava i visinskog datuma s položajnim datumom i poljem stalnih 2D točaka prostornog sustava. Drugim riječima, trajno stabilizirane geodetske točke položajnih mreža viših redova trebale bi postati točke 3D prostornog sustava koje će imati prostorne koordinate određene primjerenom točnošću i omogućavati primjenu svih klasičnih, ali i najsuvremenijih tehnologija geodetskog pozicioniranja.

S obzirom na izloženu problematiku, potrebno je posebnu pozornost posvetiti GPS-točkama čije su visine vezane za elipsoidni sustav. Uz elipsoidnu visinu, visinska komponenta GPS-točaka trebala bi biti i nadmorska visina, odnosno normalna ortometrijska visina u novom visinskom sustavu. Naime, transformaciju iz elipsoidnog sustava u normalni ortometrijski sustav visina vrlo je jednostavno izvesti ako je poznat model geoida. Model geoida vezan za novi visinski sustav (HVR571) nije još određen te je normalnu ortometrijsku visinu GPS-točke moguće dobiti prijenosom visina s točaka (npr. repera) koji imaju poznatu visinu u novom sustavu.

2. Pregled temeljnih podataka korištenih pri obradi i analizi rezultata na području Grada Zagreba

Grad Zagreb, glavni i najveći grad Republike Hrvatske, proteže se na ukupnoj površini oko 70 000 ha. Područje Grada Zagreba odabrano je kao testno područje u svrhu određivanja i analize normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka homogenog polja. Postojanje homogenog polja GPS-točaka i polja repera geometrijskog nivelmana, te razvedenost terena i dostupnost podataka za ispitivanja i analizu razlozi su odabira toga testnog područja. Blizina izvođenja terenskih radova bili su dodatni razlozi koji su utjecali na odabir područja Grada Zagreba.

Podaci koji su korišteni pri obavljanju terenskih radova, od rekognosciranja terena, nivelmanskih mjerenja, pa do konačnih obrada i analiza u ovom radu, preuzeti su iz elaborata stručnoznanstvenih projekata Državne geodetske uprave Republike Hrvatske, Gradskog ureda za katastar i geodetske poslove Grada Zagreba – odjela za održavanje GPS-mreže Grada Zagreba te stručnih projekata i di-

plomskih radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Temeljni podaci bili su točke GPS i nivelmanske mreže Grada Zagreba (Bašić 2001, Bašić 2005, Bašić i dr. 1999, Bilajbegović i dr. 1992, Čolić i dr. 1998, Čolić i dr. 1998a, Feil i dr. 1992a, Feil i dr. 2001, Feil i dr. 2003, Klak i Bilajbegović 1981, Klak i dr. 1992, Klak i dr. 1993, Klak i dr. 1994, Klak i dr. 1994a, Klak i dr. 1995, Klak i dr. 1995a, Klak i dr. 1996a, Rožić 2003, Rožić i dr. 1999).

GPS-mreža Grada Zagreba projektirana je tako da se sastoji od dviju kategorija GPS-točaka. Prve su GPS-točke Temeljne mreže, a druge GPS-točke homogenog polja. Ukupan broj GPS-točaka određenih u sklopu projekta je 4250, od čega su 43 GPS-točke temeljne mreže (Čolić 1998).

Na području Grada Zagreba protežu se I., II., III., i IV. nivelmanski poligoni II. nivelmanska visoke točnosti. Polje repera koje se nalazi na spomenutom području najvećim dijelom čine reperi nivelmanskog vlaka br. 630, tj. gradske nivelmanske mreže. Kako se nivelmanska mreža grada Zagreba prostire samo na užem području Grada Zagreba (županija Grad Zagreb), korišteni su i reperi nivelmanskih vlakova br. 9, 273 i 764, I. nivelmanskog poligona, reperi nivelmanskih vlakova br. 8, 15, 504, 510, 626 i 747 sadržani u II. nivelmanskom poligonu, reperi nivelmanskih vlakova br. 21, 266, 604 i 813 u III. nivelmanskom poligonu te reperi nivelmanskog vlaka br. 765 u IV. nivelmanskom poligonu.

U sklopu projekta "GPS-mreže Grada Zagreba" (Čolić 1998), metodom geometrijskog nivelmanska određene su visine 10 GPS-točaka Temeljne mreže, kako bi se dobile njihove normalne ortometrijske visine u starom visinskom sustavu HVRS 1875 (Čolić 1998). Međutim, ni u jednom elaboratu spomenutog projekta nisu pronađena izvorna mjerenja kojima su određene visine tih točaka, nego su neka od tih mjerenja preuzeta iz diplomskog rada (Švehla 1997), kako bi se nadopunila mjerenja testnog područja. To su GPS-točke 1018-Sesvetski Kraljevec i 1037-Horvati. GPS-točka 1018 nalazi se u istočnom dijelu Zagreba, dok se točka 1037 nalazi u jugozapadnom dijelu (Gucek 2005).

3. Rekognosciranje i obavljanje terenskih radova

Na grafički prikaz testnog područja u granicama Grada Zagreba nanosena je mreža rastera dimenzija 5x5 km. Time je definirano 30-ak rasterskih točaka pravilno raspoređenih u radijusu od 5 km. Na temelju tih 30-ak označenih lokacija, provjerom na terenu, odabrano je najpovoljnije rješenje za obavljanje nivelmanskih mjerenja na svakoj lokaciji, odnosno označenom području. Pritom su neki od primarnih uvjeta bili blizina najmanje dvaju repera gradske nivelmanske mreže svakoj odabranoj GPS-točki na tom području. Odabrane GPS-točke na pojedinim lokacijama uključene su u nivelmanski vlak.

Većina repera korištenih za prijenos visine na GPS-točke nalazi se upravo na središnjem području Grada Zagreba, koje čini 37% cjelokupnog područja (niv. vlak 630), na preostalih 63% područja postoji samo 55 repera, što je ujedno veliki nedostatak za ispitivanja provedena u ovom radu, ali i narušenost homogenosti i očuvanosti gradske visinske osnove.

Ukupan broj repera koji se prema evidenciji nalaze na širem području Grada Zagreba uključuje, uz nivelmansku mrežu grada Zagreba (niv. vl. 630) koju čini 560

repera (Feil i dr., 2001), i 55 repera drugih nivelmanskih vlakova, što čini ukupno 615 repera.

Tijekom rekognosciranja terena i obilaženja svih tridesetak lokacija radi pronalazjenja najpovoljnijeg rješenja za obavljanje mjerenja, izrađeni su zapisnici o očuvanosti repera i GPS-točaka (Gucek 2005). Obrada podataka zapisnika može se predložiti tablicom 1, u kojoj su navedeni osnovni podaci o očuvanosti rekognosciranih točaka.

Tablica 1. Pregled očuvanosti polja točaka nivelmanske i GPS-mreže.

| Pregled očuvanosti repera i GPS-točaka na području Grada Zagreba | Reperi | % | GPS-točke | % | Reperi i GPS-točke | % |
|--|--------|-----------------|-----------|-----------------|--------------------|-----------------|
| Ukupan broj točaka | 615 | | 4250 | | 4865 | |
| Ukupan broj rekognosciranih točaka | 157 | 26% (od 615) | 69 | 2% (od 4250) | 226 | 5% (od 4865) |
| Broj očuvanih točaka (od rekognosciranih) | 114 | 73% | 48 | 70% | 162 | 72% |
| Broj nepronađenih točaka (od rekognosciranih) | 23 | 15% | 7 | 10% | 30 | 13.27% |
| Broj uništenih točaka (od rekognosciranih) | 20 | 13% | 14 | 20% | 34 | 15.04% |
| Ukupan broj uništenih i nepronađenih točaka (od rekognosciranih) | 43 | 27% | 21 | 30% | 64 | 28.32% |

Obiđeno je 157 repera, što je gotovo trećina repera temeljem podataka službene terenske revizije obavljene u razdoblju od 1992. do 2000. godine (Feil i dr. 2001) (za područje grada Zagreba revizija je obavljena 1994. godine). Poražavajuća je činjenica da su od 157 repera koji su obiđeni rekognosciranjem terena, 43 repera uništena ili nepronađena. Sličan se zaključak može dati i za GPS-mrežu Grada Zagreba, iako je uzorak nedovoljan s obzirom na broj točaka gradske GPS-mreže. Naime, od 69 obiđenih GPS-točaka, uništena i nepronađena je čak 21. Budući da je GPS-mreža ipak izvedena 1997. godine, za razliku od gradske nivelmanske mreže, od koje stabilizacije je prošlo više od 45 godina, zatečeno stanje na terenu pokazuje nedostatak sustavnog održavanja i obnove.

4. Pregled točnosti repera korištenih za prijenos visina na GPS-točke

Podaci o visinama repera u starom visinskom sustavu (HVRS 1875) korišteni u proteklom razdoblju i danas su u službenoj uporabi uz podatke o visinama u novom visinskom sustavu (HVRS71), iako je od prve izmjere nivelmanske mreže na području grada Zagreba proteklo približno 60 godina.

U tablici 2 dani su podaci vezani uz razliku visina repera starog (HVRS 1875) i novoga visinskog sustava (HVRS71) nivelmanske mreže grada Zagreba, koja se vodi pod brojem nivelmanskog vlaka br. 630.

Tablica 2. *Statistika razlika starih i novih visina u niv. vl. 630.*

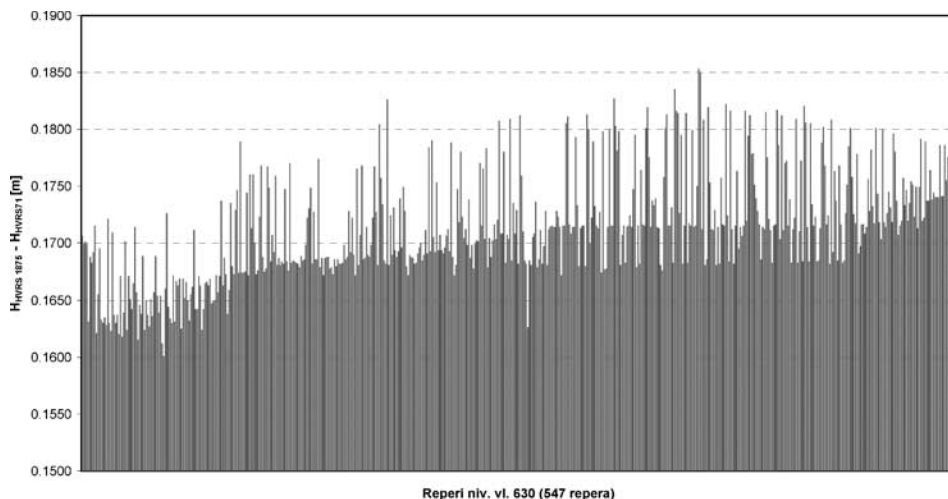
| Niv. vlak 630 | Podaci | Napomena |
|---|----------|---|
| Ukupan broj repera | 1126 | 560 očuvanih, 284 nepronadena, 282 uništena |
| Ukupan broj očuvanih repera | 560 | Neuništenih prema reviziji iz 1994. godine |
| Broj repera s visinom u HVRS71 | 560 | |
| Broj repera s visinom u HVRS 1875 | 547 | |
| Maksimalna razlika visina između HVRS 1875 i HVRS71 | 18.53 cm | Reper 99/266, niv. vl. 630 II. poligon |
| Minimalna razlika visina između HVRS 1875 i HVRS71 | 16.01 cm | Reper 11636/265, niv. vl. 630. II. poligon |
| Interval | 02.52 cm | Razlika između maksimalne i minimalne razlike visina repera starog i novog sustava visina |
| Srednja vrijednost razlika visina | 17.14 cm | |
| σ | 00.47 cm | Standardno odstupanje razlika visina |

Iz tablice 2 se vidi da se razlika visina repera u starom i novom sustavu nalazi unutar intervala od 2.5 cm te da prosječno odstupanje staroga visinskog sustava od novoga iznosi 17.14 cm za uže područje Grada Zagreba. Rezultati upućuju na mogućnost transformacije visina iz starog u novi sustav linearnom funkcijom zbog malog standardnog odstupanja razlika visina na užem gradskom području.

Ujedno je dan grafički prikaz razlika visina za 547 repera koji imaju izraženu visinu u oba sustava, ovisno o 2D položaju repera (smjer istok-zapad) (slika 1).

Za određivanje normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka homogenog polja korišteno je 40 repera karakteristike kojih su navedene u tablici 7.5 magistarskog rada (Gucek 2005). Točnost svakoga pojedinog repera izražena je samo u intervalu točnosti čvornih repera za pojedini poligon. Većina repera pripada gradskom nivelmanu (GN), gdje je očekivana srednja pogreška čvornih repera m_H , prema (Feil i dr. 2001), računana za teritorij svih gradskih mreža u Republici Hrvatskoj između ± 0.35 mm i ± 10.75 mm (minimalna i maksimalna vrijednost m_H). Za nivelmanski vlak 630, točnost čvornih repera kreće se između ± 0.26 mm i ± 3.2 mm (Feil i dr. 2001).

Tablica 3 prikazuje usporedbu starog i novog visinskog sustava samo onih 40 repera koji su korišteni pri određivanju visina GPS-točaka metodom geometrijskog nivelmana. Promatrane su razlike visina repera starog i novog sustava (r), odstupanja od srednje vrijednosti svih razlika (d), odstupanja od srednje vrijednosti razlika visina računanih za nivelmansku mrežu grada Zagreba (d_{ZG}) i kvadrati svakoga pojedinog odstupanja. Za sve promatrane veličine izračunane su sljedeće sta-



Slika 1. Grafički prikaz razlika starih i novih visina repera nivelmanske mreže grada Zagreba.

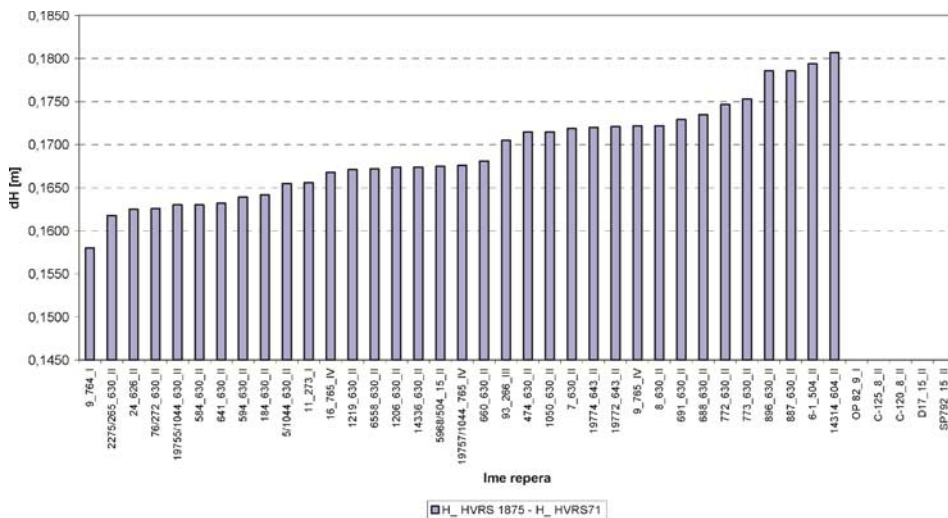
tističke veličine: srednje vrijednosti svake promatrane veličine, minimalne i maksimalne vrijednosti razlika i odstupanja te standardno odstupanje korištenih repera i srednje vrijednosti razlika repera nivelmanskog vlaka br. 630.

Tablica 3. Usporedba starih i novih visina repera korištenih pri određivanju visina.

| | r $H_{\text{HVRs } 1875} - H_{\text{HVRs } 71}$ [m] | $d = r_{\text{sr}} - r$ [m] | $d_{\text{ZG}} = r_{\text{ZG}} - r$ [m] | | d^2 [m] | d_{ZG}^2 [m] |
|--|---|--------------------------------|--|----------------|--------------|--------------------------|
| Srednja vrijednost | 0.1691 | 0.0000 | 0.0023 | | | |
| Max(ABS) | 0.1807 | 0.0116 | 0.0134 | Σd^2 | 0.0011 | 0.0012 |
| Min(ABS) | 0.1580 | 0.0010 | 0.0001 | $\Sigma d^2/n$ | 0.0000 | 0.0000 |
| $\Delta = \text{Max(ABS)} - \text{Min(ABS)}$ | 0.0227 | 0.0105 | 0.0133 | σ | 0.0055 | 0.0059 |

Podaci iz tablice 3 tzv. uzorka od 40 repera koji su korišteni za određivanje normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka u suglasju su s podacima iz tablice 2. Naime, vidljivo je da razlike starih i novih visina 40 repera bitno ne odstupaju od razlika visina repera gradskog nivelmana, tj. niv. vl. 630. Ujedno takav podatak govori o dobro odabranom uzorku repera kod kojih se ne očekuju pomaci.

U nastavku je dan grafički prikaz razlika starih i novih visina repera odabranog uzorka za određivanja visina GPS-točaka (slika 2). Za 5 repera (OP 82_9_I, C-125_8_II, C-120_8_II, D17_15_II, SP792_15_II) nisu određene razlike jer su ti reperi stabilizirani tek u okviru izrade II. NVT-a te nemaju visinu u starom visinskom sustavu.



Slika 2. Grafički prikaz razlika visina repera starog i novog sustava uzorka od 40 korištenih repera.

Maksimalna vrijednost razlike iznosi 18.07 cm, a minimalna je 15.80 cm, što daje raspon razlika od 2.27 cm. Prethodnom analizom (tablice 2 i 3) može se zaključiti da je zakonitost ponašanja razlika visina repera starog i novog sustava vrlo vjerojatno moguće prikazati nekim linearnim matematičkim modelom na nekome manjem području iako grafički prikaz ne ovisi o 2D položaju repera. Naime, variranje razlika visina repera starog i novog sustava od približno 2.27 cm i standardnim odstupanjem od 0.55 cm neće bitno utjecati na položaj plohe u prostoru.

Srednje vrijednosti razlika starih i novih visina repera nivelmanskog vlaka br. 630 (17.14 cm) i 40 repera (16.91 cm) korištenih za prijenos visina na GPS-točke razlikuju se za samo 2.3 mm, na temelju čega se može zaključiti da taj uzorak repera ne odstupa u pogledu točnosti od gradske mreže.

Prethodno prikazani rezultati obrade podataka vezanih uz točnost repera, odnosno točnost točaka visinske osnove relevantni su za opći pregled točnosti skupa točaka koje su poslužile za prijenos tj. određivanje normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka.

5. Određivanje normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka na testnom području

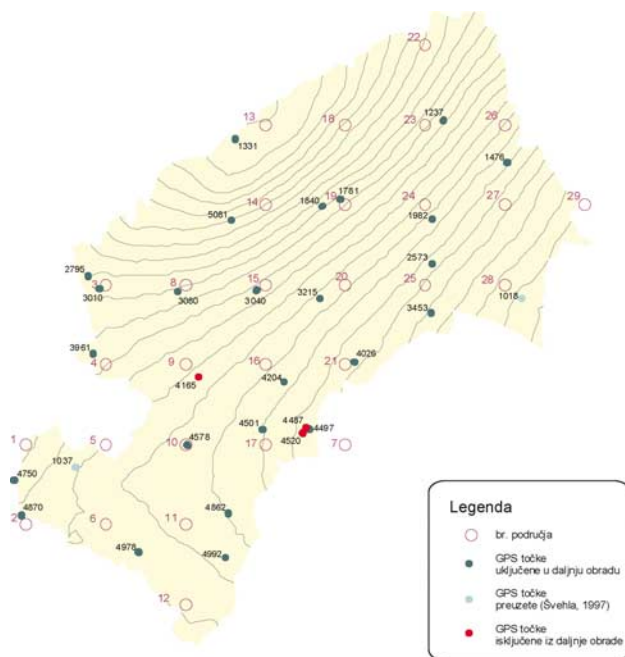
U sklopu terenskih mjerenja određeno je 28 normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka, dok su mjerenja za GPS-točke 1037-Horvati i 1018-Sesvetski Kraljevec preuzete iz diplomskog rada (Švehla 1997). Te dvije preuzete GPS-točke ujedno su točke Temeljne GPS-mreže Grada Zagreba.

Ukupna duljina svih niveliranih vlakova i nivelmanskih strana iznosi 10.81 km, gdje su najveće duljine bile u području 21 (Petruševac) i 4 (Ježdovec) od gotovo 1

km. Najmanja duljina nivelmanske strane bila je u području 12-b (Donji Dragožec) i iznosila je samo 20m.

Detaljni pregled obavljenih mjerenja dan je u tablici 7.8 magistarskog rada, gdje se vidi da je 16 GPS-točaka priključeno na dva repera, što čini 53% od ukupnog broja, a 14 GPS-točaka, odnosno 44% priključeno je na jedan reper. Određeni nedostatak u određivanju visina GPS-točaka je priključak na samo jedan reper, jer ne postoji neovisna kontrola koja bi mogla upozoriti na eventualni pomak repera, a samim time i “loše” određenu normalnu ortometrijsku visinu GPS-točke. Međutim, analiza i usporedba uzorka 40 repera s reperima na cijelom području Grada Zagreba govori u prilog stabilnosti odabranih repera. Više od 40% GPS-točaka određeno je priključkom na jedan reper iz vrlo jednostavnih razloga: nedostatka repera na bližem području (npr. na području Medvednice i općenito na rubnim područjima) i prevelike udaljenosti između dvaju odgovarajućih repera (Gucek 2005).

Tijekom izvedbe mjerenja i naknadnom obradom utvrđen je pomak repera 6538 (7-Hrašće, 7-b-Hrašće) od 49.330 mm pa, GPS-točke 4487 i 4520, kojima su normalne ortometrijske visine određivane korištenjem tih repera, nisu uključene u daljnju obradu (slika 3). Također je obradom mjerenja nivelmanskog vlaka na području 9-Blato, koji se proteže od repera 14343, GPS-točke 4165 te repera 533, utvrđen pomak repera. Na tom području nije bilo moguće utvrditi na koji se od tih dvaju repera se odnosi pomak od 49.725 mm, jer su u blizini tih dvaju repera svi ostali reperi bili uništeni te je GPS-točka 4165 isključena iz daljnje obrade (Gucek 2005).



Slika 3. Grafički prikaz područja s GPS/nivelmanskim točkama.

Mjerenja su obavljena digitalnim niveliranjem Leica NA3003 (br. instr. 93480) s automatskim očitavanjem letve i registracijom očitavanja te pohranom na REC-modul. Uz digitalni nivelir koristila se kodirana letva (Solarić 1994). Mjerenja su obavljena u dva suprotna smjera s redosljedom čitanja na dvije letve $Z_1P_1P_2Z_2$ (1. zadnja, 1. prednja, 2. prednja, 2. zadnja). Kako bi se izbjegla pogreška nulte podjele para nivelmanskih letava, pazilo se da broj stajališta bude paran. Također se vodilo računa da najveća duljina vizure bude manja od 40 m te da vizure kod pojedinih stajališta budu jednake, odnosno da se nivelira iz sredine. Prosječne duljine vizura bile su od 25 m do 30 m. Visine vizura od tla nisu bile ispod 0.5 m. Prije i nakon završetka svih mjerenja obavljeno je ispitivanje instrumenta (niveliranje iz sredine i s kraja) (Gucek 2005).

Nakon terenske obrade podataka mjerenja, pristupilo se analizi i detaljnoj računskoj obradi. Izrađeni su računalni programi za automatsko sastavljanje Nivelmanskog zapisnika br. 1 (NivelmanskiZapisnik1_II_ver2.nb) i izjednačenje nivelmanskog vlaka (IzjednačenjeNivelmanskogVlaka_II_ver3.nb) u programskom paketu Mathematica 5.0.

Za svaku visinsku razliku između dvaju repera ili samo između jednog repera i GPS-točke izračunana je normalna ortometrijska korekcija (NOC) prema Bilajbegović i dr. 1986. Za računanja NOC-a upotrijebljene su vrijednosti visinskih razlika Δh . Normalne ortometrijske korekcije potrebno je uvesti zbog toga što duž puta niveliranja nije mjereno ubrzanje sile teže. One za kratke nivelmanske vlakove i za male visinske razlike, tj. kod ravničarskog terena, poprimaju gotovo zanemarujuće iznose. Najveća apsolutna normalna ortometrijska korekcija na području 14-Šestina iznosi 0.02 mm, gdje je visinska razlika između dvaju repera 35.6057 m, a duljina nivelmanske strane 0.62 km.

Zbog vrlo malih veličina, normalne ortometrijske korekcije nisu uzete u obzir. Međutim, potrebno ih je uzeti u obzir kada im je veličina veća od 0.03 mm, npr. kod nadmorskih visina većih od 100 m, i kada su razlike geografskih širina repera u nivelmanskom vlaku veće od 10" (Svečnikov 1955).

U tablici 4 prikazani su krajnji rezultati nivelmanskih mjerenja. Dane su položajne koordinate GPS-točaka u Gauss-Krügerovoj projekciji na Besselovu elipsoidu 1841 i visine točaka u novom visinskom referentnom sustavu Republike Hrvatske, HVR571. Ujedno je dana i ocjena točnosti normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka u novom sustavu.

Točnost položajnih koordinata ovisi o točnosti elipsoidnih koordinata, koje su za tu kampanju određene s točnošću od ± 1 cm do ± 2 cm i točnosti transformacijskih parametara određenih za to područje (nigdje nije navedena točnost transformacijskih parametara). Točnost visinske komponente koordinata ovisi o točnosti repera s kojih su prenošene visine i točnosti samih mjerenja, a točnost undulacija istih GPS-točaka ovisi još i o točnosti elipsoidnih visina.

Uzme li se u obzir da su reperi bespogrešne fiksne veličine, tj. zanemarujući korelaciju, točnost normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka dana je standardnim odstupanjem nepoznanica u izjednačenju svake pojedine nivelmanske strane ili nivelmanskog vlaka (tablica 4).

Tablica 4. Definitivne visine GPS-točaka u HVRS71.

| Br. | Br. područja | Ime područja | GPS točka | Y_{GK} [m] | X_{GK} [m] | HHVRS71 [m] | σ_{GPS} [mm] |
|-----|--------------|---------------------|-----------|-----------------|-----------------|----------------|------------------------|
| 1 | 1 | Beduri | 4750 | 5560552.08 | 5062922.71 | 197.2820 | 0.1 |
| 2 | 2 | Vidalin | 4870 | 5561024.00 | 5060709.61 | 145.6160 | 0.2 |
| 3 | 3-a | Podsused | 3010 | 5565903.37 | 5074928.49 | 125.1629 | 0.1 |
| 4 | 3-b | Podsused | 2795 | 5565166.37 | 5075689.16 | 138.2669 | 1.7 |
| 5 | 4 | Ježdovec | 3961 | 5565502.86 | 5070830.20 | 123.6007 | 7.1 |
| 6 | 7-c | Hrašće | 4497 | 5579048.90 | 5066108.44 | 111.3058 | 2.9 |
| 7 | 8 | Vrapče | 3080 | 5570775.15 | 5074723.35 | 126.6556 | 7.7 |
| 8 | 10 | Brezovica | 4578 | 5571386.05 | 5065116.02 | 121.6161 | 4.0 |
| 9 | 11 | Lipnica | 4862 | 5573974.51 | 5060836.36 | 123.0558 | 0.1 |
| 10 | 12 | Kupinečki Kraljevac | 4978 | 5568343.78 | 5058421.29 | 181.7964 | 0.9 |
| 11 | 12-b | Donji Dragonožec | 4992 | 5573791.21 | 5058052.68 | 142.5484 | 0.3 |
| 12 | 13 | Sljeme | 1331 | 5574396.29 | 5084270.18 | 912.8306 | 0.2 |
| 13 | 14 | Šestine | 5081 | 5574152.13 | 5079200.88 | 290.7567 | 1.6 |
| 14 | 15 | Centar | 3040 | 5575730.67 | 5074803.85 | 121.9668 | 1.6 |
| 15 | 16 | Otok | 4204 | 5577440.29 | 5069073.21 | 113.8319 | 4.4 |
| 16 | 17 | Vodovod M. Mlaka | 4501 | 5576108.73 | 5066089.96 | 113.2795 | 6.0 |
| 17 | 19-a | Miroševac | 1781 | 5580983.08 | 5080498.22 | 175.6233 | 0.2 |
| 18 | 19-b | Štefanovec | 1840 | 5579836.29 | 5080064.91 | 179.8146 | 0.1 |
| 19 | 20 | Borongaj | 3215 | 5579704.66 | 5074280.68 | 112.1905 | 0.5 |
| 20 | 21 | Petruševac | 4026 | 5581857.84 | 5070324.67 | 110.9602 | 2.5 |
| 21 | 23 | Kašina | 1237 | 5587432.93 | 5085432.88 | 191.4463 | 0.6 |
| 22 | 24 | Markovo polje | 1982 | 5586727.33 | 5079255.84 | 130.2715 | 0.2 |
| 23 | 25 | Sesvete | 2573 | 5586721.78 | 5076476.73 | 125.8865 | 3.8 |
| 24 | 27 | Belovar | 1476 | 5591440.54 | 5082793.84 | 132.3996 | 2.3 |
| 25 | 25-dole | Ivanja Reka | 3453 | 5586672.05 | 5073396.77 | 106.3800 | 0.5 |
| 26 | 5 | Horvati | 1037 | 5564401.04 | 5063713.90 | 149.5749 | nema |
| 27 | 28 | Sesvetski Kraljevec | 1018 | 5592336.62 | 5074304.84 | 104.5955 | nema |

Standardna odstupanja normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka određenih s pomoću samo jednog repera poprimaju vrijednosti do 1 mm, a standardna odstupanja normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka σ_{GPS} određivana s pomoću dva repera u nivelmanskom vlaklu veća su i kreću se od 0.5 mm do 7.7 mm. Razlog je tomu zakon o prirastu pogrešaka kojim je prenesena samo pogreška određivanja visinske razlike Δh na nepoznatu ortometrijsku visinu GPS-točke u slučaju jednog repera (direktno izjednačenje). U drugom slučaju uzeta su u obzir odstupanja između razlika visina dvaju repera i mjerene visinske razlike između istih repera (posredno izjednačenje) (tablica 4).

6. Usporedba i analiza normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka

Normalne ortometrijske visine GPS-točaka mogu se odrediti na više načina. Ako je poznat model kvazigeoida (referentne plohe na koju se odnose normalne ortometrijske visine), interpolacijom položajnih koordinata računa se undulacija te zbrajanjem s elipsoidnom visinom interpolirane točke dobiva normalna ortometrijska visina (Dinter i dr. 1997). Drugi je način da se s neke točke poznate normalne ortometrijske visine (npr. repera) odredi visinska razlika između te točke i GPS-točke te uz određenu točnost odredi normalna ortometrijska visina (geometrijski nivelman, trigonometrijsko određivanje visina itd.). Svaki od spomenutih načina određivanja normalnih ortometrijskih visina ima svojih prednosti i mana. Dakako da njihova primjena ovisi prvenstveno o zahtijevanoj točnosti, ali i o financijskim prilikama, odnosno isplativosti i ekonomičnosti.

Za područje Grada Zagreba 1998. godine, određen je lokalni geoid centimetarske točnosti u sklopu projekta "GPS-mreža Grada Zagreba". Na projektu je sudjelovao veliki broj stučnjaka Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu na čelu s voditeljem akademikom Krešimirom Čolićem. Geoid je određen na osnovi astro-geodetskih otklona vertikale i geoidnih undulacija dobivenih kombinacijom GPS/nivelmanskih mjerenja. Primijenjen je remove-restore postupak s kolokacijom po najmanjim kvadratima, a u računanje je uključen geopotencijalni model EGM96 (Čolić i dr. 1998a, Čolić i dr. 1999).

Posljednji detaljni model geoida Republike Hrvatske HRG2000 također je poslužio za usporedbu određenih nadmorskih visina GPS-točaka na području Grada Zagreba. Realizacija geoida HRG2000 ostvarena je u okviru znanstveno-stručnog projekta Državne geodetske uprave Republike Hrvatske. Za računanja su upotrijebljeni podaci za Zemljino polje sile teže: globalni geopotencijalni model, anomalije slobodnog zraka, detaljni digitalni model reljefa te GPS/nivelmanske visine, a kao metoda računanja primijenjena je kolokacija po najmanjim kvadratima (Bašić i Šljivarčić 2003, Bašić 2001, Bašić i Brkić 1999, Bašić i dr. 1999). Oba spomenuta geoida odnose se na stari visinski datum HVRD 1875 s ishodišnom točkom u Trstu.

U tablici 5 prikazane su elipsoidne i normalne ortometrijske visine GPS-točaka u različitim sustavima i određene na različite načine.

Tablica 5. *Elipsoidne i normalne ortometrijske visine GPS-točaka.*

| Br. | Br. područja | Ime područja | GPS | h_{GRS80} [m] | H_{ZG} [m] | H_{IHRG2000} [m] | $H_{\text{HVRS 1875}}$ [m] | HHVRS71 [m] |
|-----|--------------|---------------------|------|---------------------------|------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| 1 | 1 | Beduri | 4750 | 242.862 | 197.48 | 197.462 | 197.4399 | 197.2820 |
| 2 | 2 | Vidalin | 4870 | 191.152 | 145.81 | 145.782 | * | 145.6160 |
| 3 | 3-a | Podsused | 3010 | 170.824 | 125.32 | 125.354 | 125.3310 | 125.1629 |
| 4 | 3-b | Podsused | 2795 | 183.951 | 138.44 | 138.471 | * | 138.2669 |
| 5 | 4 | Ježdovec | 3961 | 169.193 | 123.75 | 123.773 | 123.7681 | 123.6007 |
| 6 | 7-c | Hrašće | 4497 | 156.702 | 111.48 | 111.512 | 111.4677 | 111.3058 |
| 7 | 8 | Vrapče | 3080 | 172.260 | 126.78 | 126.800 | 126.8221 | 126.6556 |
| 8 | 10 | Brezovica | 4578 | 167.102 | 121.80 | 121.782 | 121.7799 | 121.6161 |
| 9 | 11 | Lipnica | 4862 | 168.534 | 123.27 | 123.234 | 123.2226 | 123.0558 |
| 10 | 12 | Kupinečki Kraljevac | 4978 | 227.308 | 181.99 | 181.968 | 181.9640 | 181.7964 |
| 11 | 12-b | Donji Dragonožec | 4992 | 188.026 | 142.75 | 142.706 | 142.7206 | 142.5484 |
| 12 | 13 | Sljeme | 1331 | 958.874 | 913.07 | 913.174 | 912.9931 | 912.8306 |
| 13 | 14 | Šestine | 5081 | 336.554 | 290.94 | 290.984 | 290.9286 | 290.7567 |
| 14 | 15 | Centar | 3040 | 167.555 | 122.15 | 122.145 | 122.1383 | 121.9668 |
| 15 | 16 | Otok | 4204 | 159.246 | 113.97 | 113.956 | 113.9959 | 113.8319 |
| 16 | 17 | Vodovod M. Mlaka | 4501 | 158.588 | 113.33 | 113.298 | 113.4449 | 113.2795 |
| 17 | 19-a | Miroševac | 1781 | 221.247 | 175.76 | 175.787 | 175.8019 | 175.6233 |
| 18 | 19-b | Štefanovec | 1840 | 225.607 | 180.10 | 180.127 | 179.9932 | 179.8146 |
| 19 | 20 | Borongaj | 3215 | 157.700 | 112.37 | 112.370 | 112.3653 | 112.1905 |
| 20 | 21 | Petruševac | 4026 | 156.368 | 111.14 | 111.128 | 111.1335 | 110.9602 |
| 21 | 23 | Kašina | 1237 | 237.177 | 191.73 | 191.747 | 191.6183 | 191.4463 |
| 22 | 24 | Markovo polje | 1982 | 175.686 | 130.38 | 130.376 | 130.4433 | 130.2715 |
| 23 | 25 | Sesvete | 2573 | 171.321 | 126.08 | 126.071 | 126.0636 | 125.8865 |
| 24 | 27 | Belovar | 1476 | 177.889 | 132.61 | 132.619 | 132.5643 | 132.3996 |
| 25 | 25-dole | Ivanja Reka | 3453 | 151.786 | 106.60 | 106.576 | 106.5607 | 106.3800 |
| 26 | 5 | Horvati | 1037 | 195.096 | 149.74 | 149.736 | 149.7405 | 149.5749 |
| 27 | 28 | S. Kraljevec | 1018 | 149.855 | 104.76 | 104.735 | 104.7660 | 104.5955 |

* Reper nema visinu u starom visinskom sustavu (HVRS 1875)

Prva četiri stupca daju osnovne podatke o GPS/nivelmanskim točkama, a u petom stupcu nalazi se popis elipsoidnih visina GPS-točaka s obzirom na elipsoid GRS80 (Geodetic System 1980). Koordinate tih točaka određene su u sklopu projekta "GPS-mreže Grada Zagreba" tijekom 1998. godine, (Čolić 1998). U šestom i sedmom stupcu dane su normalne ortometrijske visine GPS-točaka (H_{ZG}) dobivene računanjem iz lokalnoga geoida Grada Zagreba (Čolić i dr. 1999) i računanjem iz Hrvatskoga referentnoga geoida ($H_{IHRG2000}$) s pomoću uslužnog programa za korištenje podataka hrvatskoga geoida IHRG2000 (Bašić i Šljivarić 2003). Normalne ortometrijske visine računane iz zagrebačkog i hrvatskoga geoida odnose se na stari sustav visina HVRS 1875. U posljednja dva stupaca nalaze se normalne ortometrijske visine određene geometrijskim nivelmanom izražene u starom ($H_{HVRS 1875}$) i novom (H_{HVRS71}) sustavu.

Budući da su sve daljnje analize obavljene s reduciranim undulacijama (dN), u tablici 6 dana je usporedba undulacija i njihovih redukcija (tj. osrednjavanja). Redukcija tj. osrednjavanje izvedeno je kako bi se uklonio utjecaj orijentacije Besselova elipsoida. Sve undulacije dobivene su na temelju razlike elipsoidne visine svake pojedine GPS-točke i njezine normalne ortometrijske visine (Kasser 2002). Reducirane vrijednosti undulacije tih GPS-točaka također su dane u različitim sustavima (dN_{HVRS71} , $dN_{HVRS 1875}$, $dN_{IHRG2000}$, dN_{ZG}).

U nastavku iste tablice dane su srednje vrijednosti undulacija za područje Grada Zagreba, ali samo iz vrijednosti undulacija izabranih GPS-točaka. Srednje vrijednosti undulacija računanih iz zagrebačkoga (45.3653 m) i HRG2000 geoida (45.3626 m) razlikuju se za 2.7 mm. Usporedbom srednjih vrijednosti undulacija određenih iz mjerenja u starom visinskom sustavu (45.3717 m) sa srednjim vrijednostima undulacija računanim iz zagrebačkoga (45.3653 m) i HRG2000 geoida (45.3626 m) dobivaju se pozitivne razlike od 6.4 mm i 9.1 mm. Ta je razlika logična jer je manja u slučaju lokalnoga geoida koji bi trebao biti grublji na manjem lokalnom području.

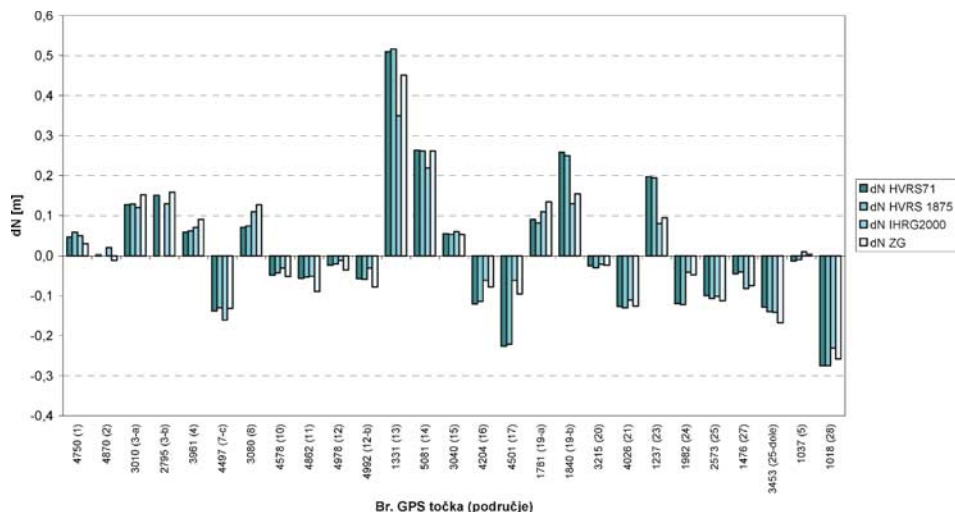
Najveća se razlika ipak dobiva usporedbom svih srednjih vrijednosti undulacija u starom sustavu ($N_{HVRS 1875}$, $N_{IHRG2000}$, N_{ZG}) sa srednjom vrijednosti undulacija dobivenom u novom sustavu (N_{HVRS71}), koja redosljedom iznosi 17.45 cm, 18.36 cm i 18.09 cm. To se očekivalo, jer ne samo zbog drugačije definicije novog datuma (na 5 mareografa), već i zbog same obrade mjerenja, razlike visina starog i novog sustava za područje grada Zagreba dosežu više oko 17 cm, što se također vidi i iz tablica 2 i 3. U tablici 6 ujedno se nalaze minimalne i maksimalne vrijednosti razlika undulacija od srednje vrijednosti, odnosno reduciranih vrijednosti undulacija. Najveće odstupanje undulacije GPS-točaka od srednje vrijednosti zabilježeno je za undulaciju u starom sustavu HVRS 1875 i iznosi 50.92 cm, a najmanje odstupanje od 34 cm, za undulacije računane iz geoida Republike Hrvatske. Također, za isti model HRG2000, razlike minimalne i maksimalne reducirane vrijednosti undulacija najmanjeg su iznosa od 58 cm. To je logično zato što je geoid HRG2000, kao matematički model, računan iz niza različitih podataka koji obuhvaćaju podatke vezane uz Zemljino polje sile teže.

Usporedbe reduciranih vrijednosti undulacija prikazane su u grafičkom obliku histogramima, prikazom njihovih pozitivnih i negativnih vrijednosti. U nastavku je prikazana samo prva usporedba reduciranih undulacija (dN) GPS-točaka (dN_{HVRS71} , $dN_{HVRS 1875}$, $dN_{IHRG2000}$, dN_{ZG}) (slika 4).

Tablica 6. Usporedba undulacija (N) i reduciranih undulacija (dN) GPS-točaka.

| GPS (područje) | N_{HVR571} [m] | dN_{HVR571} [m] | ABS_{HVR571} (dN_{HVR571}) [m] | $N_{\text{HVR5 1875}}$ [m] | $dN_{\text{HVR5 1875}}$ [m] | $ABS_{\text{HVR5 1875}}$ ($dN_{\text{HVR5 1875}}$) [m] | N_{IHRG2000} [m] | dN_{IHRG2000} [m] | ABS_{IHRG2000} (dN_{IHRG2000}) [m] | N_{ZG} [m] | dN_{ZG} [m] | ABS_{ZG} (dN_{ZG}) [m] |
|----------------|----------------------------|-----------------------------|--|-------------------------------|--------------------------------|--|------------------------------|-------------------------------|--|------------------------|-------------------------|--|
| 4750 (1) | 45.5800 | 0.0338 | 0.0338 | 45.42201 | 0.0503 | 0.05031 | 45.40 | 0.04 | 0.04 | 45.38 | 0.02 | 0.02 |
| 4870 (2) | 45.5360 | -0.0103 | 0.0103 | | | | 45.37 | 0.01 | 0.01 | 45.34 | -0.02 | 0.02 |
| 3010 (3-a) | 45.6611 | 0.1149 | 0.1149 | 45.4930 | 0.1213 | 0.1213 | 45.47 | 0.11 | 0.11 | 45.50 | 0.14 | 0.14 |
| 2795 (3-b) | 45.6841 | 0.1379 | 0.1379 | | | | 45.48 | 0.12 | 0.12 | 45.51 | 0.15 | 0.15 |
| 3961 (4) | 45.5923 | 0.0460 | 0.0460 | 45.4249 | 0.0532 | 0.0532 | 45.42 | 0.06 | 0.06 | 45.44 | 0.08 | 0.08 |
| 4497 (7-c) | 45.3962 | -0.1500 | 0.1500 | 45.2343 | -0.1374 | 0.1374 | 45.19 | -0.17 | 0.17 | 45.22 | -0.14 | 0.14 |
| 3080 (8) | 45.6044 | 0.0581 | 0.0581 | 45.4379 | 0.0662 | 0.0662 | 45.46 | 0.10 | 0.10 | 45.48 | 0.11 | 0.11 |
| 4578 (10) | 45.4859 | -0.0604 | 0.0604 | 45.3221 | -0.0496 | 0.0496 | 45.32 | -0.04 | 0.04 | 45.30 | -0.06 | 0.06 |
| 4862 (11) | 45.4782 | -0.0680 | 0.0680 | 45.3114 | -0.0603 | 0.0603 | 45.30 | -0.06 | 0.06 | 45.26 | -0.10 | 0.10 |
| 4978 (12) | 45.5116 | -0.0346 | 0.0346 | 45.3440 | -0.0277 | 0.0277 | 45.34 | -0.02 | 0.02 | 45.32 | -0.05 | 0.05 |
| 4992 (12-b) | 45.4777 | -0.0686 | 0.0686 | 45.3055 | -0.0663 | 0.0663 | 45.32 | -0.04 | 0.04 | 45.28 | -0.09 | 0.09 |
| 1331 (13) | 46.0434 | 0.4972 | 0.4972 | 45.8809 | 0.5092 | 0.5092 | 45.70 | 0.34 | 0.34 | 45.80 | 0.44 | 0.44 |
| 5081 (14) | 45.7973 | 0.2511 | 0.2511 | 45.6254 | 0.2537 | 0.2537 | 45.57 | 0.21 | 0.21 | 45.61 | 0.25 | 0.25 |
| 3040 (15) | 45.5882 | 0.0420 | 0.0420 | 45.4167 | 0.0450 | 0.0450 | 45.41 | 0.05 | 0.05 | 45.41 | 0.04 | 0.04 |
| 4204 (16) | 45.4141 | -0.1321 | 0.1321 | 45.2501 | -0.1216 | 0.1216 | 45.29 | -0.07 | 0.07 | 45.28 | -0.09 | 0.09 |

| GPS (područje) | N_{HVR571} [m] | dN_{HVR571} [m] | ABS_{HVR571} (dN_{HVR571}) [m] | $N_{\text{HVR5 1875}}$ [m] | $dN_{\text{HVR5 1875}}$ [m] | $ABS_{\text{HVR5 1875}}$ ($dN_{\text{HVR5 1875}}$) [m] | N_{IHRG2000} [m] | dN_{IHRG2000} [m] | ABS_{IHRG2000} (dN_{IHRG2000}) [m] | N_{ZG} [m] | dN_{ZG} [m] | ABS_{ZG} (dN_{ZG}) [m] |
|----------------------|----------------------------|-----------------------------|--|-------------------------------|--------------------------------|--|------------------------------|-------------------------------|--|------------------------|-------------------------|--|
| 4501 (17) | 45.3085 | -0.2377 | 0.2377 | 45.1431 | -0.2286 | 0.2286 | 45.29 | -0.07 | 0.07 | 45.26 | -0.11 | 0.11 |
| 1781 (19-a) | 45.6237 | 0.0775 | 0.0775 | 45.4451 | 0.0734 | 0.0734 | 45.46 | 0.10 | 0.10 | 45.49 | 0.12 | 0.12 |
| 1840 (19-b) | 45.7924 | 0.2462 | 0.2462 | 45.6138 | 0.2421 | 0.2421 | 45.48 | 0.12 | 0.12 | 45.51 | 0.14 | 0.14 |
| 3215 (20) | 45.5095 | -0.0367 | 0.0367 | 45.3347 | -0.0370 | 0.0370 | 45.33 | -0.03 | 0.03 | 45.33 | -0.04 | 0.04 |
| 4026 (21) | 45.4078 | -0.1384 | 0.1384 | 45.2345 | -0.1372 | 0.1372 | 45.24 | -0.12 | 0.12 | 45.23 | -0.14 | 0.14 |
| 1237 (23) | 45.7307 | 0.1845 | 0.1845 | 45.5587 | 0.1870 | 0.1870 | 45.43 | 0.07 | 0.07 | 45.45 | 0.08 | 0.08 |
| 1982 (24) | 45.4146 | -0.1317 | 0.1317 | 45.2428 | -0.1290 | 0.1290 | 45.31 | -0.05 | 0.05 | 45.31 | -0.06 | 0.06 |
| 2573 (25) | 45.4345 | -0.1117 | 0.1117 | 45.2574 | -0.1143 | 0.1143 | 45.25 | -0.11 | 0.11 | 45.24 | -0.12 | 0.12 |
| 1476 (27) | 45.4894 | -0.0568 | 0.0568 | 45.3247 | -0.0470 | 0.0470 | 45.27 | -0.09 | 0.09 | 45.28 | -0.09 | 0.09 |
| 3453 (25-dole) | 45.4060 | -0.1402 | 0.1402 | 45.2253 | -0.1464 | 0.1464 | 45.21 | -0.15 | 0.15 | 45.19 | -0.18 | 0.18 |
| 1037 (5) | 45.5211 | -0.0251 | 0.0251 | 45.3555 | -0.0162 | 0.0162 | 45.36 | 0.00 | 0.003 | 45.356 | -0.009 | 0.009 |
| 1018 (28) | 45.2595 | -0.2867 | 0.2867 | 45.0890 | -0.2827 | 0.2827 | 45.12 | -0.24 | 0.243 | 45.095 | -0.270 | 0.270 |
| Srednja vrjednost | 45.5462 | | | 45.3717 | | | 45.3626 | | | 45.3653 | | |
| Max | | 0.4972 | 0.4972 | | 0.5092 | 0.5092 | | 0.34 | 0.34 | | 0.44 | 0.44 |
| Min | | -0.2867 | 0.0103 | | -0.2827 | 0.0162 | | -0.24 | 0.00 | | -0.27 | 0.01 |
| Δ =Max -Min | | 0.7839 | | | 0.7919 | | | 0.58 | | | 0.71 | |



Slika 4. Usporedba reduciranih vrijednosti undulacija dN GPS-točaka ($dN = N_{sred} - N$).

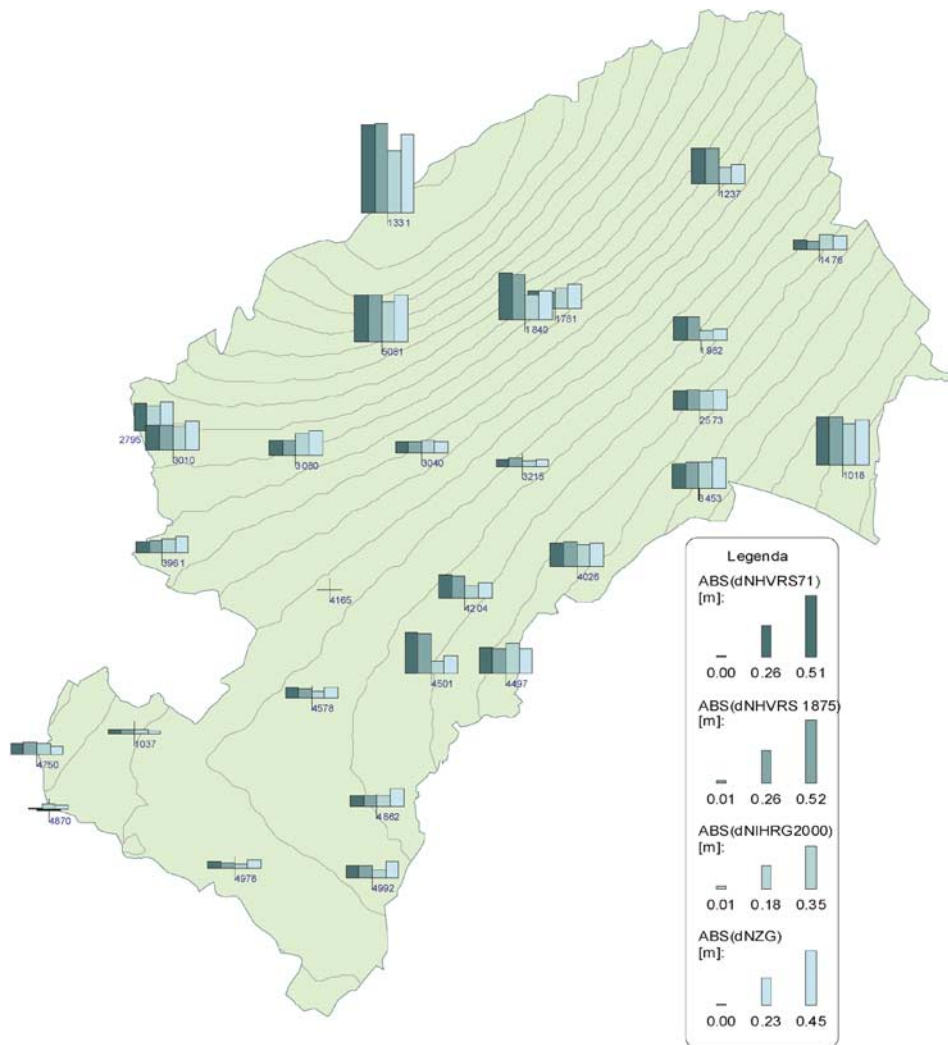
Ujedno su grafički prikazane reducirane vrijednosti undulacija za svaku pojedinu GPS-točku. Za takav je prikaz upotrijebljen program *MapVier4* koji omogućava samo prikaz pozitivnih veličina, pa su na rasterskoj podlozi područja Grada Zagreba prikazane apsolutne veličine reduciranih vrijednosti undulacija (slika 5).

Najveće apsolutne vrijednosti undulacija imaju GPS-točke koje se nalaze na najvišim nadmorskim visinama, što je i logično zbog utjecaja masa ispod planina (Torge 2001, Torge 1989). To je u ovom slučaju GPS-točka 1331-Sljeme, koja ima najveću vrijednost dN -a, a ona iznosi 51.66 cm. Sljeme je ujedno najviši vrh Medvednice koji se nalazi u sjevernom dijelu Grada Zagreba, tj. područja obuhvaćenog analizom. GPS-točka 1018-Sesvetki Kraljevec također ima velike iznose reducirane vrijednosti undulacije, iako se nalazi na nižoj nadmorskoj visini od oko 126 m, kao i većina odabranih GPS-točaka. Riječ je o temeljnoj točki GPS-mreže, pa je pod pretpostavkom dobro određene elipsoidne visine moguće zaključiti jedino o utjecaju lokalnih topografskih masa.

Slika 5 također daje prikaz usporedbe reduciranih vrijednosti undulacija pojedinih GPS-točaka. Podloga grafičkog prikaza slojnice su dobivene iz undulacija svih 4250 GPS-točaka homogene mreže Grada Zagreba. Prema tome prikazuju lokalni geoid Grada Zagreba. Razvidno je da su u jugozapadnom ravničarskom predjelu undulacije točaka mnogo manje od undulacija u jugoistočnom dijelu.

Slika 6 grafički prikazuje razlike undulacija. Uspoređuje se razlika reduciranih vrijednosti undulacija (dN) GPS-točaka dobivenih računanjem iz lokalnog zagrebačkoga geoida (ZG), referentnoga geoida Republike Hrvatske (HRG2000), starog visinskog sustava (HVRS 1875) i undulacija GPS-točaka novog visinskog sustava (HVRS 71).

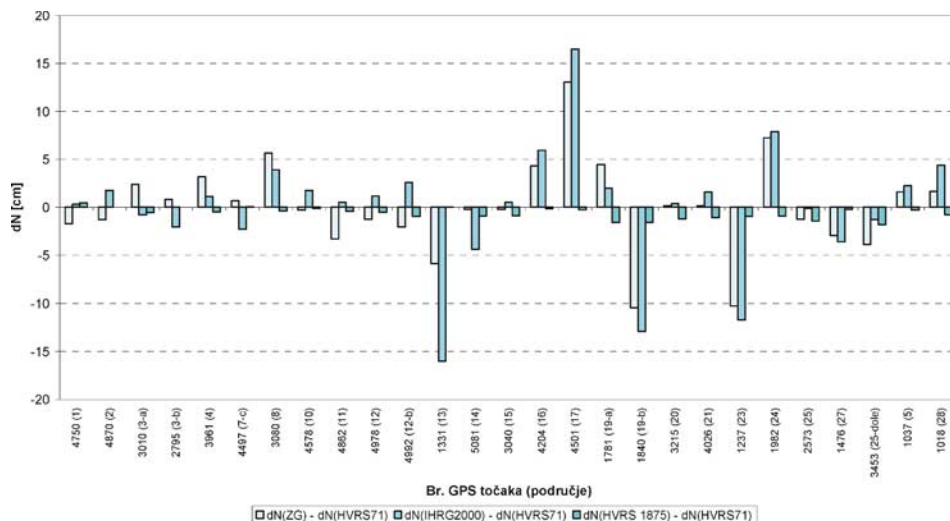
Prosječno su najmanja odstupanja reduciranih vrijednosti undulacija starog od novog visinskog sustava za podatke koji su dobiveni mjerenjem visinskih razlika,



Slika 5. Usporedba reduciranih apsolutnih vrijednosti undulacija, (dN_{HVR71} , $dN_{HVR 1875}$, $dN_{IHRG2000}$, dN_{ZG}).

odnosno razlike $dN_{HVR1875}$ i dN_{HVR71} . Ujedno su oscilacije tih razlika najmanje i kreću se u intervalu od 1.82 cm.

Isti je zaključak za usporedbu odstupanja undulacija GPS-točaka od starog sustava (HVR 1875). Ondje gdje se uspoređuju undulacije dobivene mjerenjem visinskih razlika s onim undulacijama dobivenim iz geoida, razlike i oscilacije mnogo su veće. Na GPS-točkama koje se nalaze na brdovitom području gdje je utjecaj masa mnogo veći, veće su i razlike, dok su na točkama u ravničarskim području razlike manje. Najveće vrijednosti odstupanja (više od 15 cm) poprimaju GPS-točke 1331-Sljeme i 4501-Vodovod_M. Mlaka.



Slika 6. Usporedba razlika reduciranih vrijednosti undulacija ($dNZG-dNHVRS71$, $dNIHRG2000-dNHVRS71$, $dNHVRS 1875-dNHVRS71$).

7. Zaključak

U radu je prikazana usporedba normalnih ortometrijskih visina 27 točaka GPS-mreže Grada Zagreba koje su određene primjenom geometrijskog nivelmana s obzirom na visine repera u starom (HVRS 1875) i novom (HVRS71) visinskom sustavu. Također su iste visine uspoređene s visinama koje su određene iz lokalnog zagrebačkoga geoida (ZG), službenoga geoida Republike Hrvatske (HRG2000). Ispitivanja i analize obavljene su na reduciranim undulacijama (dN).

Srednje vrijednosti undulacija računanih iz zagrebačkoga geoida (N_{ZG}), HRG2000 geoida ($N_{HRG2000}$) te undulacija određenih iz mjerenja u starom visinskom sustavu ($N_{HVRS 1875}$) redom su 45.3532 m, 45.3509 m i 45.3642 m. Usporedbom prethodnih undulacija koje su vezane uz stari visinski sustav i srednje vrijednosti undulacija u novom visinskom sustavu ($N_{HVRS71} = 45.5342$ m) dobivaju se razlike od 18.10 cm, 18.33 cm i 17.00 cm. Te razlike visina starog i novog visinskog sustava proizašle su zbog drugačije definicije novog datuma (5 mareografa) ali i zbog različite obrade tj. izjednačenja mjerenja.

Zbog utjecaja masa, najveće apsolutne vrijednosti undulacija imaju GPS-točke koje se nalaze na najvišim nadmorskim visinama, a najmanje vrijednosti imaju točke u jugozapadnom dijelu grada. Najveću vrijednost dN-a (reducirane vrijednosti undulacije) u iznosu 0.5166 m ima GPS-točka 1331-Sljeme.

U budućnosti je potrebno odrediti model transformacije iz elipsoidnog sustava u normalni ortometrijski sustav. Time bi se omogućilo da se na jednostavan i ekonomičan način s primjernom točnošću odrede normalne ortometrijske visine za sve postojeće i buduće uspostavljene GPS-točke poznatih elipsoidnih visina. U buduću model potrebno je uključiti određeni broj GPS/nivelmanskih točaka, a pritom

treba uzeti u obzir sljedeće napomene koje su prisutne na području Grada Zagreba.

Osim uništenosti i neadekvatne prekrivenosti testnog područja visinskom osnovom, važno je skrenuti pozornost na korištenje podataka normalnih ortometrijskih visina repera i elipsoidnih visina GPS-točaka, određenih u razmaku od gotovo 40 godina. Dakle, vrlo velike razlike u vremenskim epohama nivelmanske mreže i GPS-mreže Grada Zagreba smanjuju točnost i pouzdanost podataka.

Također, s obzirom na to da nije postojala evidentirana dokumentacija iz koje se može očitati određena točnost pojedinih nadmorskih visina repera i elipsoidnih visina GPS-točaka, nije se mogla izraziti točnost svakog ulaznog podatka, odnosno točnost normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka. Pritom se naglašava da je vrlo nejasna situacija postojala u vezi s ocjenom točnosti koordinata GPS-točaka, gdje nije moguće ni iz jednog dostupnog elaborata doznati o njihovoj pojedinačnoj ili pak ukupnoj točnosti.

U budućim projektima evidentno je da je za takva ispitivanja potrebno upotrebljavati GPS-točke mreže koje posjeduju kvalitetniju stabilizaciju s obzirom na GPS-točke homogenog polja, a koje bi se po mogućnosti trebale priključiti na minimalno dva repera nivelmana viših redova točnosti. U tom slučaju idealno bi bilo uključiti u ispitivanja sve točke Temeljne GPS-mreže Grada Zagreba te uz poznavanje pojedinačne točnosti elipsoidne visine GPS-točaka, normalne ortometrijske visine repera i točnosti mjerenja, računati točnost normalne ortometrijske visine GPS-točke koja je u korelaciji s prethodnim podacima točnosti.

Osim toga, pri određivanju normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka, odnosno u okviru terenskog rada, treba se pridržavati osnovnih pravila propisanih važećim pravilnicima. Kao metodu geometrijskog nivelmana, s obzirom na maksimalne točnosti koje se postižu GPS određivanjem elipsoidne visine, dovoljno je primjenjivati metodu preciznog nivelmana. GPS-točke potrebno je po mogućnosti priključiti na najmanje dva repera nivelmanske mreže u zatvoreni nivelmanski vlak.

Ako se kao metoda određivanja visina primjenjuje trigonometrijski nivelman, normalnu ortometrijsku visinu GPS-točke potrebno je odrediti s točnošću većom od elipsoidne. Tako određene visine imaju različite težine (red točnosti) od onih koje su određene za geometrijski nivelman.

Literatura

- Bašić, T., Brkić, M. (1999): Novi Hrvatski geoid i njegov značaj za GPS mjerenja. Zbornik radova simpozija "Državne geodetske osnove i zemljišni informacijski sustavi", Opatija 12.-14. svibnja 1999., 263–271.
- Bašić, T., Brkić, M., Sünkel, H. (1999): A New, More Accurate Geoid for Croatia. EGS XXIII General Assembly, Nice, 20–24 April 1998, Physics and Chemistry of the Earth (A), Vol. 24, No. 1.: Solid Earth and Geodesy, Special Issue: Recent Advances in Precise Geoid Determination Methodology, I. N. Tziavos and M. Vermeer (eds.), Elsevier Science Ltd. 67–72.

- Bašić, T. (2001): Detaljni model geoida Republike Hrvatske HRG2000, Zbornik Državne geodetske uprave Republike Hrvatske "Izvješća o znanstveno-stručnim projektima iz 2000. godine" (urednik I. Landek), 11–22.
- Bašić, T., Šljivarić, M. (2003): Uslužni programi za korištenje podataka službenog hrvatskog geoida i transformaciju koordinata između HDKS-a i ETRS-a, Zbornik Državne geodetske uprave Republike Hrvatske "Izvješća o znanstveno-stručnim projektima iz 2001. godine" (urednik I. Landek), 21–32.
- Bašić, T. (2005): Uklapanje GPS-mreže Grada Zagreba u Hrvatski državni koordinatni sustav, Sveučilište u Zagrebu – Geodetski fakultet i Gradski zavod za katastar i geodetske poslove, Zagreb.
- Bilajbegović, A., Feil, L., Klak, S., Sređić, S., Škeljo, Lj. (1986): II nivelman visoke točnosti SR: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i SAP Vojvodine, 1970–1973., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zbornik radova, niz D, Svezak broj: 6/4, 6/2, 6/3, 6/4, 6/5, 6/6, 6/7, Zagreb.
- Bilajbegović, A., Solarić, M., Bačić, Ž. (1992): Mogućnosti primjene GPS u gradskim geodetskim mrežama, Geodetski list, 2, 121–137.
- Čolić, K. (1998): GPS-mreža Grada Zagreba, knjiga 1–4, Zbirni elaborat o izvršenim radovima, Državna geodetska Uprava, Gradski zavod za katastar i geodetske poslove, Geodetski fakultet, Zagreb.
- Čolić, K., Pribičević, B., Švehla, D. (1998a): First cm-geoid in the Republic of Croatia – The Capital city Zagreb Pilot Project, Continental Workshop on the Geoid in Europe, u Budimpešti 10–14. svibnja 1998., Budimpešta, Mađarska.
- Čolić, K., Pribičević, B., Švehla, D. (1999): Prvi cm-geoid u Republici Hrvatskoj, Pilot project Zagreb, Simpozij državne geodetske osnove i zemljišni informacijski sustavi, Zbornik radova, Opatija 12. – 14. svibnja 1999., Opatija.
- Dinter, G., Illner M., Jäger, R. (1997): A synergetic approach for the transformation of ellipsoidal heights into a standard height reference system (HRS). Gubler, Hornik (eds.): Proceedings of the EUREF-Symposium at Ankara, 22–25 May 1996., Ankara, Turkey.
- Feil, L., Klak, S., Rožić, N. (1992a): II. nivelman visoke točnosti: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i Vojvodine, 1970–1973. – Ispravci, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zbornik radova, niz D, svezak broj 6/8, Zagreb.
- Feil, L., Klak, S., Rožić, N. (2001): Studija o obnovi i održavanju visinskog sustava Republike Hrvatske, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Feil, L., Rožić, N., Pavičić, S., Gucek, M. (2003): Izrada dokumentacije neophodne za usvajanje službenog visinskog datuma Republike Hrvatske, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Gucek, M. (2005): Definiranje normalnih ortometrijskih visina GPS-točaka homogenog polja metodom transformacije visina, magistarski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Kasser, M. (2002): New Modern Height Determination Techniques – Report about the WG 5.2 Activities in 1998–2002, FIG XXII International Congress, Washington, D.C.USA, April 19–26 2002.
- Klak, S., Bilajbegović, A. (1981): Mreža nivelmana visoke točnosti, stanje i prijedlog za dovršenje, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zbornik radova, niz D, svezak broj 1, Zagreb.

- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1992): Studija o sređivanju geometrijskog nivelmana na području Republike Hrvatske, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1993): Pravilnik o radovima geometrijskog nivelmana, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1994): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u II. nivelmanskom poligonu II. NVT, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1994a): Podaci o reperima – knjiga 1, Državna geodetske uprava Republike Hrvatske, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1995): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u I. nivelmanskom poligonu II. NVT, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1995a): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u III. nivelmanskom poligonu II. NVT, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1996a): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u IV. nivelmanskom poligonu II. NVT, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Narodne novine (1999): Zakon o državnoj izmjeri i katastru nekretnina, Službeni list Republike Hrvatske, br. 128, Zagreb.
- Narodne novine (2004): Odluka o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske, Službeni list Republike Hrvatske, 110/04, 117/04, Zagreb.
- Rožić, N., Klak, S., Feil, L. (1999): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u III. i VIII. nivelmanskom poligonu II. NVT (dopune), Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Rožić, N. (2003): Studija odnosa uporabnih visina repera geometrijskog nivelmana uvjetovanih razlikama službenog i prijedloga novog visinskog sustava Republike Hrvatske, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- Solarić, N. (1994): Digitalni niveliri Wild (Leica) s automatskim očitanjem letve (visine i duljine), Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Svečnikov, N. (1955): Viša geodezija, drugi dio, Savezna geodetska uprava, Beograd.
- Švehla, D. (1997): Preliminarno određivanje astro-geodetskog geoida Grada Zagreba, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, diplomski rad, Zagreb.
- Torge, W. (1989): Gravimetry, Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- Torge, W. (2001): Geodesy, Walter de Gruyter, Berlin, New York.

Analysis of the Height Differences of GPS-points in the Old and New Height System at the Test Territory of the City of Zagreb

ABSTRACT. In this work the analyzes of height differences of GPS points of homogenous fields in old (HVRs 1875) and new Croatian height referents system (HVRs71) is examined. The examination is carried out on the test field of the City of Zagreb. In the course of field work, normal orthometric heights of 27 GPS points in the new height system are determined by transacting the heights from the benchmarks having various order of accuracy with geometrical leveling method. In that way GPS/leveling points are defined with known ellipsoidal and normal orthometric height. The comparison and analyzes of reduced undulation calculated from local geoid of Zagreb and official geoid of Republic of Croatia (HRG2000) are cared out. In addition, analyzes of normal orthometric heights of the same GPS points in old (HVRs 1875) and new (HVRs71) height systems are tested and analyzed.

Key words: Croatian height referents system 1971 (HVRs71), GPS/leveling points, normal orthometric height, ellipsoidal height, undulation.

Prihvaćeno: 2007-03-05