

## O PROBLEMU SPOSOBNOSTI I NESPOSOBNOSTI ZA MATEMATIKU

*Dr. sc. Vladimir Kadum,  
Visoka učiteljska škola, Pula*

### *S a ž e t a k*

Autor u radu raspravlja o problemu sposobnosti i nesposobnosti za matematiku, ističući da psihologija (još) nije dala odgovor na pitanje koje su to posebne sposobnosti za uspješno bavljenje matematikom i učenje matematičkih sadržaja, i kako se te posebne sposobnosti razvijaju.

Posebno analizira razmišljanja i stavove nekih matematičara i metodičara nastave matematike, koji su se bavili i proučavali problem sposobnosti i nesposobnosti za matematiku.

Ukazuje, da se zbog niza razloga, ne bi smjelo govoriti o učenicima sposobnim i nesposobnim za matematiku, već da je prihvatljivije (i pravilnije) govoriti o učenicima koji zaostaju u nastavi matematike i o učenicima koji pokazuju poseban interes za matematiku.

**Ključne riječi:** *sposobnost, nesposobnost, matematika, nastava, zaostajanje, poseban interes*

Kada se govori o sposobnosti, osnovno pitanje koje se nameće je pitanje jesu li sposobnosti za određenu djelatnost naslijeđene, pa – prema tome – i nepromjenljive, odnosno jesu li sposobnosti "dar prirode" koje posjeduju neki ljudi, ili se sposobnosti tijekom života i rada stvaraju i razvijaju.

Prihvatimo li pretpostavku o urođenosti sposobnosti negirali bismo tada svu aktivnost društva u odgajanju i obrazovanju mladih. Tada bi, naime, rođeni talenti bez ikakvog rada, truda i učenja stvarali genijalna djela. Međutim, takovi slučajevi u povijesti znanosti i čovječanstva nisu poznati. Naprotiv, sva su poznata otkrića rezultat dugoga i mukotrpnoga rada pronalazača. Upravo stoga ne prihvaćamo pretpostavku o takovoj ulozi urođenih sposobnosti, ali je u potpunosti i ne odbacujemo.

*Sposobnost* opisujemo kao *skup individualnih osobina koje omogućuju uspjeh u određenoj aktivnosti.*

Sposobnosti kod ljudi nastaju i razvijaju se i pod djelovanjem društveno-povijesnih činitelja, što osobito vrijedi za čovjekove psihičke sposobnosti. Kod pojedinih individua niti jedna se sposobnost ne javlja odmah, kao izrazita sposobnost, već se razvija iz *dispozicija*, tj. onoga što individuu čini spremnom za neku određenu aktivnost ili prihvaćanje nekog djelovanja. A da bi pojedinac bio potican na relevantnu aktivnost, mora

za to dobivati odgovarajuća potkrijepljenja, koja su, u suvremenog čovjeka, velikim dijelom društvena i simbolička.

Sposobnosti imaju organske, naslijeđene i fiksirane pretpostavke za svoj razvoj u obliku dispozicija. Ljudi su od rođenja opskrbljeni različitim dispozicijama. Razlike među dispozicijama ljudi su, prije svega, u osobinama njihovog živčanog sustava, u njegovim anatomsko–fiziološkim i funkcionalnim osobinama. Prirodne razlike među ljudima nisu u gotovim, unaprijed danim sposobnostima, već baš u dispozicijama. Između dispozicija i sposobnosti je vrlo velika distanca – između njih se nalazi cijeli razvojni put ličnosti. Dispozicije su vrlo različite i one se mogu razvijati u različitim smjerovima. One su samo pretpostavke za razvoj sposobnosti (Rubinstein, 1940).

Sposobnosti se, razvijajući se na osnovu dispozicija, javljaju kao funkcija ne samo dispozicija već i razvoja u koji dispozicije ulaze kao pretpostavke. Uključujući se u razvoj individue, one se samo razvijaju, transformiraju i mijenjaju. Polazne pretpostavke za razvoj sposobnosti upravo su urođene dispozicije, skup organskih, fizioloških i instiktivnih uvjeta, s kojima se dijete rađa. U realnome dodiru sa svijetom koji ga okružuje, u procesu postupnog osvajanja i poniranja u dostignuća do kojih je čovječanstvo došlo tijekom povijesnog razvoja (*generacijsko iskustvo*), tijekom obrazovanja, usavršavaju se dispozicije općenito kod svih ljudi, kod svakog pojedinca različito, pretvarajući se u različite i sve savršenije sposobnosti.

Prihvaćajući takovo određenje opće sposobnosti, nameću se sljedeća pitanja:

- (1) *Koje su to posebne sposobnosti za matematiku?*
- (2) *Koje su sposobnosti potrebne individui za uspješno bavljenje matematikom?*
- (3) *Kako se te posebne sposobnosti za matematiku razvijaju?*

Pitanja su to na koja psihologija (još) nije dala odgovor. Zato ovdje navodimo nekoliko interesantnih razmišljanja – bez pretenzije na cjelovitost prikaza – vezanih uz *problem sposobnosti i nesposobnosti za matematiku*.

– 1 –

Problem sposobnosti i nesposobnosti za matematiku s naročitom je pažnjom proučavan u *Laboratoriju za sposobnosti pri Institutu za psihologiju Akademije pedagoških znanosti* u Moskvi. Proučavajući eksperimentalno na uzorku kojeg su činili veći broj učenika sposobnih i nesposobnih za matematiku, uspjelo se pokazati da ona intelektualna svojstva koja su naročito razvijena kod sposobnih učenika, u većoj mjeri ili u cijelosti nedostaju kod nesposobnih učenika. Ta svojstva su klasificirana u sljedeće tri skupine:

- (1) sposobnost bržeg i širokog uopćavanja matematičkih sadržaja;
- (2) sposobnost brzog reduciranja, skraćivanja procesa rasuđivanja i sustava odgovarajućih operacija pri rješavanju matematičkih (problemskih) zadataka;
- (3) sposobnost brzog i slobodnog prebacivanja s direktnog na indirektni tok misli u procesu usvajanja matematičkih sadržaja.

– 2 –

Zanimljivo je razmišljanje poznatog ruskog metodičara nastave matematike **Švarcburda**, koji ističe da je neophodno uzeti u obzir činjenicu da su pojedini sadržaji matematike, kao i njihova raznolika primjena, povezani sa sposobnostima različite prirode. Kod nekih sadržaja vrlo su korisne sposobnosti koje se sastoje u nalaženju najpogodnijih algoritama (postupaka) za rješavanje, kod drugih su važne kombinacijske sposobnosti, a kod trećih – znati logički misliti. U nekih se sadržaja više rabe geometrijske interpretacije, a u drugih sadržaja geometrijske se interpretacije malo ili uopće ne rabe.

Švarcburd, nadalje, smatra da se matematičke sposobnosti naročito izražavaju u sljedećem (Švarcburd, 1964):

- razvijanje prostornog predočavanja;
- sposobnost za odvajanje bitnog od nebitnoga;
- sposobnost apstrahiranja;
- sposobnost apstraktnog mišljenja;
- sposobnost prijelaza sa konkretne situacije na matematičku formulaciju pitanja, ka shemi koja sažeto karakterizira bit problemskog zadatka;
- ovladavanje navikama deduktivnog mišljenja i zaključivanja;
- primjena znanstvenih dostignuća, zaključaka na konkretne sadržaje;
- sposobnost kritičkog promišljanja i postavljanje novih problemskih pitanja (zadataka);
- posjedovanje dovoljno razvijenog, kako pismenog tako i usmenog, matematičkog izražavanja; i
- posjedovanje dovoljno strpljenja pri rješavanju matematičkih (problemskih) zadataka.

– 3 –

Vrlo značajni su stavovi o matematičkim sposobnostima (i nesposobnostima) istaknutog ruskog matematičara i metodičara **Kolmogorova**. On ističe da se vrlo često preuveličava neophodnost specijalnih sposobnosti za učenje i razumijevanje matematike. Slabo organizirano, loše, pretežno formalno izlaganje matematičkih sadržaja na nastavnom satu, dovodi do stvaranja utisaka o posebnim teškoćama nastave matematike. Obične, srednje sposobnosti učenike su u cijelosti dovoljne da se pod dobrim vođenjem učitelja ili po dobro osmišljenim i kvalitetno didaktičko–metodički oblikovanim udžbenicima usvoje matematički sadržaji koji su predmetom rada u nastavi matematike (Kadum, 1997).

Kada se radi o izboru matematike kao osnovne specijalnosti, kao budućeg zanimanja ili zanimanja gdje matematici pripada vrlo značajna uloga, potpuno je shvatljivo da se provjeravaju matematičke "sposobnosti", ili – kako se to često kaže – matematičke

"darovitosti". Jer, ljudi različito usvajaju matematička rasuđivanja, drugačije rješavaju matematičke problemske zadatke, ili – na višim razinama – dolaze do novih matematičkih spoznaja, otkrića. Pritom, do izražaja dolaze različitosti u brzini, lakoći, učinkovitosti.

Uspjeh u matematici je najmanje temeljen na matematičkom pamćenju velikoga broja informacija i činjenica, pojedinih formula i relacijskih veza i sličnog. Dobro pamćenje u matematici, kao i u svakom drugom poslu je korisno, ali ne i presudno.

Znanje izvođenja algebarskih operacija kao vještine transformiranja složenih općih (algebarskih) izraza, nalaženje uspješnijih i racionalnijih putova u rješavanju problemskih zadataka, koji se ne ubrajaju u standardna pravila, bliže su onim sposobnostima koja se često traže, zahtijevaju od matematičara u ozbiljnom znanstvenom radu. Takove operacijske sposobnosti, izuzetno razvijene, često se nazivaju "algoritamske", i karakteristične su za jedan od nekoliko oblika matematičke darovitosti.

Vještina dosljednog i pravilnog raščlanjivanja logičkog zaključivanja je *bitan doprinos* matematičkog zaključivanja.

Razumijevanje i znanje pravilne primjene matematičke indukcije je *dobar kriterij* logičke zrelosti, koja je od osobite važnosti matematičaru.

Matematičke sposobnosti javljaju se obično dovoljno rano, susreću se u različitim kombinacijama i zahtijevaju stalno vježbanje. Iako je pretjerana jednostranost opasna, naročita razvijenost jedne od sposobnosti može dovesti do neočekivanih i značajnih otkrića. Međutim, ako nema intenzivnog osjećaja volje, silne želje i oduševljenja, te sustavnoga rada, nikakve sposobnosti neće pomoći.

Kolmogorova razmišljanja i stavovi predstavljaju idejnu osnovu za rad s učenicima koji pokazuju poseban interes za matematiku, za rad s onima *koji mogu i žele* u matematici *više*.

– 4 –

Engleski matematičar **W. Sawyer** smatra, da se za uspješno bavljenje matematikom, moraju posjedovati sljedeće sposobnosti:

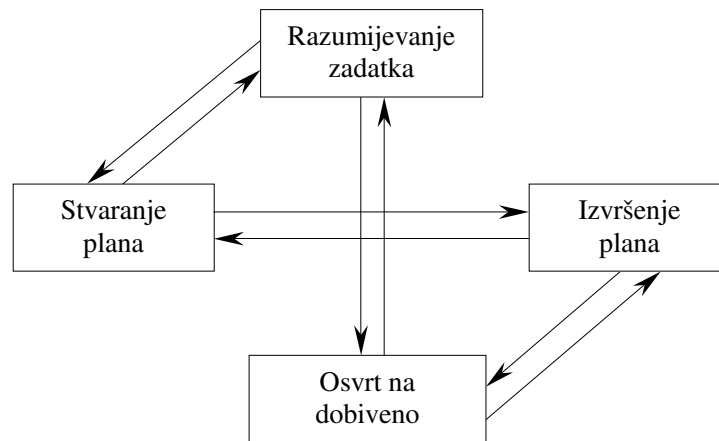
- smjelost uma;
- težnju za istraživanjem;
- težnju za jednostavnošću;
- interes za zakonitosti;
- težnju za poopćavanjem; i
- težnju za modeliranjem.

Sawyer ističe da je, za uspješno bavljenje matematikom, često korisnije riješiti isti zadatak na tri–četiri različita načina negoli tri–četiri različita zadatka na isti način. Jer, rješavajući jedna te isti zadatak na različite načine može se uspoređivanjem ustanoviti koji je od načina kraći i racionalniji, elegantniji i efektivniji (Kadum, 2005). Na taj

način do izražaja dolaze učenikove sposobnosti za rješavanje matematičkih problemskih zadataka

– 5 –

**G. Polya**, govoreći o rješavanju matematičkih zadataka, ističe da se sposobnosti za rješavanje matematičkih problema naročito iskazuju u sljedećem: (1) *razumijevanju zadatka*; (2) *izradi, stvaranju plana* rada za rješavanje problema; (3) *realizaciji, izvršenju toga plana*; i (4) *analizi rješenja problema, tj. osvrtom na dobiveno rješenje* problema. Odnos između tih sposobnosti moguće je shematski prikazati na načinu kako je to učinjeno na slici 1 (Kadum, 2005, 63).



Slika 1.

– o 0 o –

Podemo li od činjenice da se proces usvajanja matematičkih informacija i činjenica (dakle, znanja) sastoji od:

- primjena informacija i činjenica, tj. razumijevanja na razne načine saopćenih matematičkih pravila, stavova i pojmova;
- izvođenje novih informacija i činjenica, tj. izvođenja novih matematičkih stavova i pojmova;
- slaganje matematičkih pojmova i stavova u prirodnu, logičku i znanstvenu cjelinu; te
- interpretacije matematičkih sadržaja u praksi;

onda se može govoriti o posebnim matematičkim sposobnostima, koje dolaze do izražaja u svakoj od pojedinih navedenih etapa. Možemo govoriti o sposobnostima ili nespo-

sobnostima učenika da razumiju određene matematičke pojmove, o sposobnosti ili nesposobnosti da izvode nove stavove, o sposobnosti ili nesposobnosti da uspješno primjenjuju usvojene matematičke informacije i činjenice, itd. S tim u vezi možemo govoriti o razvijenosti ili nerazvijenosti sposobnosti učenika da izvede pojedine matematičke operacije (apstrahiranje, generaliziranje, kompariranje, analiziranje, ...), da korektno primjenjuju pojedine oblike zaključivanja, kao i zakone mišljenja. Možemo, nadalje, govoriti o sposobnostima učenika za prostorno prikazivanje, uočavanje funkcionalne zavisnosti, izražavanje matematičkim (simboliziranim) jezikom i korištenje njime, itd.

Za bavljenje matematikom, kao i za učenje matematike, nesumnjivo je da su potrebne određene sposobnosti. Međutim, koje su te sposobnosti – ne zna se pouzdano, niti se zna kako se one izražavaju. Veliki je to nedostatak u nastavi matematike. Međutim, i pored toga, u nastavi matematike možemo i *moramo* raditi na razvijanju određenih sposobnosti učenika, koje – na osnovi iskustva i rezultata do sada obavljenih istraživanja – smatramo neophodnim za uspjeh u matematici.

Upravo zato, iz navedenih razloga, *ne smijemo* govoriti o učenicima sposobnim i nesposobnim za matematiku, mada to u potpunosti i ne možemo negirati. Zato je, iz pedagoških razloga, prihvatljivije (i pravilnije) govoriti o *učenicima koji zaostaju u nastavi matematike* i o *učenicima koji pokazuju poseban interes za matematiku*.

## Literatura

- JOVANOVIĆ-ILIĆ, M. (1977), *Razvoj sposobnosti učenja*. Beograd: Posveta
- KADUM, V. (2004), *Neke paradigme za uspješniju nastavu i usmjeravanje učenja u matematici*. U: Metodički ogledi, časopis za filozofiju odgoja, Vol. 11 (2004) 2, Zagreb, str. 95 – 110
- KADUM, V. (2005), *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi (matematike)*. Pula: IGSA
- KADUM, V. (1997), *Zaostajanje učenika u matematici. Uzorci i mogućnosti otklanjanja*. Pula: Pedagoški fakultet u Puli
- КОЛМОГОРОВ, А. Н. (1964), *К типологии школьников малоспособных к математике*. Москва: Вопросы психологии способностей школьников
- KVAŠČEV, R. (1980), *Sposobnost za učenje i ličnost*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
- ОКОЊ, в. (1968), *Onovy problemnogo obučenija*. Moskva: Prosveščenie
- PEČJAK, V. (1981), *Psihologija saznanja*. Sarajevo: "Svjetlost" – OOUR Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
- POLYA, G. (1966), *Kako ću riješiti matematički zadatak (prijevod s engleskog)*. Zagreb: Školska knjiga
- ПОЛИНСКИЙ, И. С. (1940), *Основы общей психологии*. Москва: Prosveščenie
- RUBINSTEIN, S. L. (1964), *problem sposobnosti i pitanja psihološke teorije*. U: Pedagogija, Beograd, broj 4
- SMOLEC, I. (2002), *Praksa i filozofija učenja*. Zagreb: Školske novine
- STOJAKOVIĆ, P. (1981), *Razvijanje sposobnosti učenika*. Sarajevo: Svjetlost

ШВАРЦБУРД, С. И. (1964), *Математическая специализация*. U: Матемтика в школе, 6/64

VLAHOV-ŠESTIĆ, V. – VIZEK-VIDOVIĆ, V. (1998), *Kladim se da možeš*. Zagreb: Korak po korak

ZABOTNI, V. (1971), *Razvijanje sposobnosti učenika za uočavanje i rješavanje problema* (prijevod s ruskog). U: Nastava i vaspitanje, Beograd, broj 4

### ABOUT THE PROBLEM OF COMPETENCE AND INCOMPETENCE FOR MATHEMATICS

#### *Abstract*

The work deals with the problem of competence or incompetence for mathematics, emphasizing that psychology hasn't still answered the question which special skills are required for successfully studying mathematics and learning of mathematical contents and how this special abilities evolve.

Opinions and attitudes of certain mathematicians and mathematics teaching specialists who have studied this problem have been analysed.

The work indicates that due to many reasons there shouldn't be any talk about pupils who are competent or incompetent for mathematics and that it would be more appropriate (and legitimate) to talk about pupils lagging behind in the maths classes and about pupils showing special interest in maths.

**Key words:** *competence, incompetence, mathematics, lagging behind, special interest*

### SUL PROBLEMA DELL'ATTITUDINE O MANCANZA DI PREDISPOSIZIONE PER LA MATEMATICA

#### *Riassunto*

Nel saggio l'autore riflette sul problema dell'attitudine per la matematica o mancanza di predisposizione per la stessa, mettendo in evidenza che la psicologia non ha (ancora) fornito una risposta alla domanda quali sono le abilità speciali, necessarie per potersi occupare con successo della matematica e apprenderne i concetti, nonché come si sviluppano tali abilità speciali.

In particolare l'autore analizza le riflessioni e gli atteggiamenti di alcuni studiosi di Matematica e di Didattica della matematica che hanno studiato la questione della predisposizione per la matematica.

Egli fa presente che, per una serie di motivi, non si dovrebbe parlare di alunni che possiedono o sono privi dell'attitudine per la matematica, ma sarebbe più accettabile (e più corretto) parlare di alunni che hanno delle lacune nell'apprendimento della matematica e di altri che hanno uno spiccato interesse per questa disciplina.

**Parole chiave:** *attitudine, inabilità, matematica, insegnamento, preparazione lacunosa, interesse spiccato*