

## ZLATNI OMJER

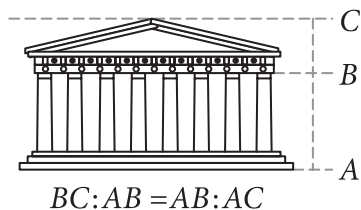
Marija Juričić Devčić, Zagreb

U prošlom broju *Matke* upoznali smo zlatni rez i zlatni pravokutnik. Podsjetimo, u zlatnom pravokutniku stranice se odnose u omjeru zlatnog reza koji je jednak broju

$$\varphi = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Zlatni ili božanski omjer pojavljuje se u mnogim djelima koje je stvorio čovjek, naročito u arhitekturi i slikarstvu.

Hram Partenon na atenskoj Akropoli sagrađen je u 5. stoljeću pr. K. Na pročelju Partenona uočavamo zlatni rez u odnosu *visine nosača tereta* (stupova i postolja) prema *visini tereta* (greda i trokutasti zabat). Taj odnos prikazuje slika 1.



Slika 1. Zlatni rez na pročelju Partenona

Za razliku od Partenona, gdje se zlatni rez pojavljuje samo u odnosu visina dvaju kompozicijskih dijelova građevine, na pročelju katedrale Notre Dame uočavamo više većih i manjih **zlatnih pravokutnika**, dok su na zgradi Ujedinjenih naroda jasno istaknuta tri **horizontalna** zlatna pravokutnika.



Slika 2. Partenon





Slika 3. Notre Dame



Slika 4. Sjedište Ujedinjenih naroda

U srednjem vijeku tiskale su se knjige na formatu koji je odgovarao zlatnom pravokutniku, a i danas se zlatni pravokutnik nalazi svuda oko nas, samo ga treba prepoznati. Na primjer, uzmite bilo koju kreditnu karticu ili člansku iskaznicu i izmjerite njezine dimenzije (duljinu i širinu). U kojem su one odnosu? Naravno, približno u zlatnom omjeru.

Čovjek se, više ili manje uspješno, poigrao zlatnim omjerom da bi stvorio čudesna umjetnička djela. U srednjem vijeku bio je toliko njime opsjednut da ga je tražio u svemu, pa i u proporcijama ljudskoga tijela. Ipak, savršenstvo prirode pobrinulo se da broj  $\varphi$  zaista nađe svoje mjesto u svijetu koji nas okružuje. Tako ga, primjerice, možemo naći u cvijetu suncokreta, češeru ili plodu ananasa, gdje sjemenke formiraju **dva niza** spirala, jedan u smjeru kazaljke na satu i jedan u obrnutom smjeru. Kut među spiralama iznosi približno  $137.5^\circ$ , a za taj kut vrijedi

$$\frac{137.5^\circ}{360^\circ} = 0.3819444\dots \approx \frac{1}{1+\varphi}.$$



Slika 5. Cvijet suncokreta



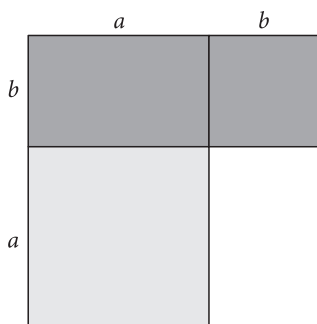
Evo još nekoliko zanimljivosti vezanih uz zlatni omjer. Prisjetimo se, broj  $\varphi$  zadovoljava jednadžbu

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}, \quad (1)$$

a ako pomnožimo tu jednadžbu s  $\varphi$ , dobit ćemo kvadratnu jednadžbu

$$\varphi^2 = \varphi + 1. \quad (2)$$

1. Iz jednadžbe (2) proizlazi da ako nad stranicama zlatnog pravokutnika konstruiramo kvadrate, onda je površina većeg kvadrata jednaka zbroju površina pravokutnika i manjeg kvadrata.



**Dokaz:** Iz jednadžbe (2) i činjenice da je  $\varphi = \frac{a}{b}$ , slijedi  $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b} + 1$ . Množenjem s  $b^2$  dobit ćemo da je  $a^2 = ab + b^2$ , što je trebalo dokazati.

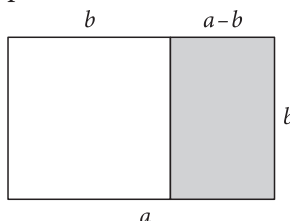
2. Recipročna vrijednost zlatnog reza  $\frac{1}{\varphi}$ , prema formuli (1), jednaka je

$$\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.618\ 033\ 988\dots \approx 0.618.$$

Ponekad se za recipročnu vrijednost zlatnog reza uzima oznaka  $\Phi$  (veliko grčko slovo  $\varphi$ ). Dakle,  $\Phi = \frac{1}{\varphi} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ .

3. Ako od zlatnog pravokutnika odrežemo kvadrat, preostali pravokutnik ponovo je zlatni.

**Dokaz:** Neka je zadan pravokutnik sa stranicama duljina  $a$  i  $b$ , tako da je  $\frac{a}{b} = \varphi$ . „Odrežimo” od tog pravokutnika kvadrat sa stranicom duljine  $b$ .



U osjenčanom se pravokutniku duljine stranica odnose kao

$$b : (a - b) = \frac{b}{a - b} = \frac{1}{\frac{a - b}{b}} = \frac{1}{\varphi - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\varphi}} = \varphi .$$

Prema tome, i on je zlatni pravokutnik.

4. Oznaka za broj  $\varphi$  (fi) potječe od američkog matematičara **Marka Barra** koji je oko 1909. godine zlatni omjer tako nazvao prema grčkom kiparu **Fidiji**. Fidija, koji je živio oko 450. godine pr. K., bio je zadužen za nadzor nad izgradnjom Partenona, a izradio je i ukrasne reljefe na samom hramu. Osim oznake  $\varphi$ , matematičari za zlatni omjer upotrebljavaju još i grčko slovo  $\tau$  (tau) kao prvo slovo grčke riječi *tome*, što znači *rezati*.
5. Naziv „božanski omjer” nastao je u renesansi. Njega je prvi uveo talijanski matematičar **Luca Pacioli** 1509. godine objavivši knjigu pod naslovom *De Divina Proportione* („O božanskom omjeru”). Knjigu je bogato ukrasio ilustracijama svog prijatelja **Leonarda da Vincija**.

### Literatura:

1. J. Damjanov, *Vizualni jezik i likovna umjetnost*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.
2. J. Damjanov, *Likovna umjetnost*, I dio, Školska knjiga, Zagreb, 1983.
3. Z. Šikić, *Istine i laži o zlatnom rezu*, Poučak br. 15 (50.-69.str.), HMD, Zagreb, 2003.
4. D.Wells, *Rječnik zanimljivih i neobičnih brojeva*, Sveučilišna knjižara, Zagreb, 2005.

### Internetske adrese:

1. [http://en.wikipedia.org/wiki/Golden\\_ratio](http://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio)
2. <http://www.goldennumber.net>

