GEOMETRIJA U GLAZBI

Elizabeta Adžaga, Zagreb

„Glazba je aritmetika zvuka, kao što je optika geometrija svjetlosti."
Claude Debussy (1862.-1918.)

Jedna od najzanimljivijih poveznica glazbe i matematike svakako je geometrija u glazbi, vizualno vidljiva u notnom zapisu, matematički precizna i slušno prepoznatljiva. Dimenzija vremena i visine čine glazbu dvodimenzijskom. Pa opet, kako onda pronalazimo geometriju u glazbi? Odnosi li se to samo na metaforu koju si predočavamo kada ne možemo objasniti riječima neki zvuk ili melodiju?

Stvarnost je da se glazba od davnina itekako može dobro prikazati i geometrijski. Nedavno su tri profesora – **Clifton Callender** s Državnog sveučilišta u Floridi - **Ian Quinn** sa Sveučilišta Yale te **Dimitrij Timočko** sa Sveučilišta Princeton – predložila novi način analiziranja i katalogiziranja glazbe uz pomoć kompleksnih matematičkih metoda. U svojem najnovijem članku objavljenom u časopisu *Science*, ta tri znanstvenika prikazala su metodu nazvanu „geometrijska glazbena teorija", koja prevodi jezik glazbene teorije u onaj moderne geometrije. Uzeli su niz nota, poput akorda, ritmova i skala, i kategorizirali ih tako da su ih mogli grupirati u „familije". Pronašli su način pridruživanja matematičkih struktura tim familijama, tako da su mogle biti predstavljene točkama kompleksnih geometrijskih prostora, slično kao u algebri gdje u dvodimenzijskoj ravnini svaka točka ima koordinate x i y. Na taj način, mogli bi uz audio snimku imati i vizualni prikaz glazbe. Tako bi, uzmimo jednostavan primjer, akord od tri note prikazivao trokut, a ostali nešto slično stošcu.

Međutim, nisu ti profesori „izmislili" taj način prikazivanja, jer je geometrija duboko usađena u glazbi mnogih poznatih kompozitora svih stilskih razdoblja.

Johann Sebastian Bach (1685.-1750.) bio je majstor fuge, a napisao je brojne sveske fuga u kojima je dokazao nevjerojatan opseg mogućnosti promatranja glazbe na taj način.

Béla Bartók (1881.-1945.) pokazao se dostojnim **Ludwiga van Beethovna** (1770.-1827.) u svojoj sposobnosti da napiše cijele kompozicije na temelju nekoliko nota i varijacija geometrijskih transformacija.

Alban Berg (1885.-1935.) bio je, kao i Anton Webern, student Arnolda Schoenberga. Ta tri kompozitora razvila su Schoenbergov sustav „dvanaesttonske tehnike", gdje su izgradili niz kompozicija pomoću izometričnih transformacija na temelju slijeda koji čini dvanaest tonova kromatske ljestvice u nekom određenom redoslijedu.

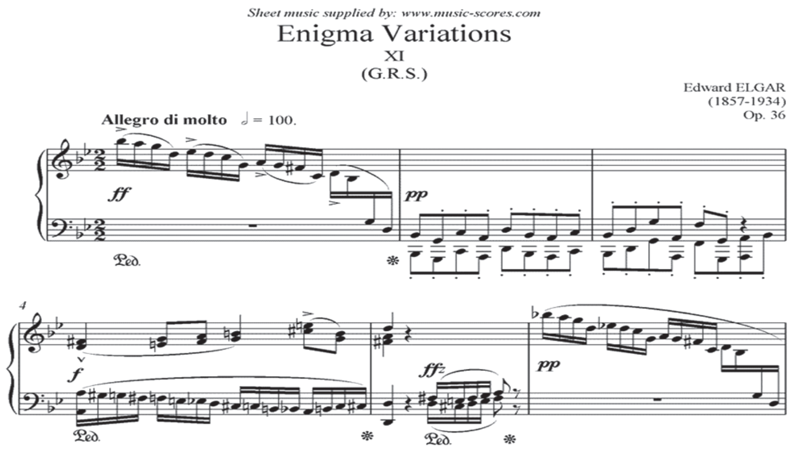
Oliver Messiaen (1908.-1992.) bio je gotovo opsjednut zanimanjem za strukture tog tipa, npr. za ljestvice odredeđenih simetričnosti ili ritmičkih obrazaca iz indijske glazbe.

Ovo su tek neki od brojnih kompozitora kod kojih možemo na taj način proučavati glazbu.

Kako, dakle, geometrija u glazbi načelno funkcionira, odnosno na koji način možemo vidjeti te silne pravilnosti u komponiranju velikih skladatelja? Malo tko, tko se ne bavi klasičnom glazbom, primijetit će da postoji niz simetrija i transformacija u samom notnom prikazu, a onda i slušno.

Postoji anegdota o engleskom skladatelju **Edwardu Elgaru** (1857.-1934.) koji je u vrijeme dok je pisao svoje poznate „Enigma varijacije” otišao u šetnju uzduž rijeke Wye sa svojim prijateljem G. R. Sinclairom. Prijateljev buldog Dan u jednom je trenu upao u rijeku i, penjući se da izađe, preplašeno lajao. Sinclair je rekao Edwardu: „Pretvori to u glazbu!”

Ovako izgleda taj dio u notama:

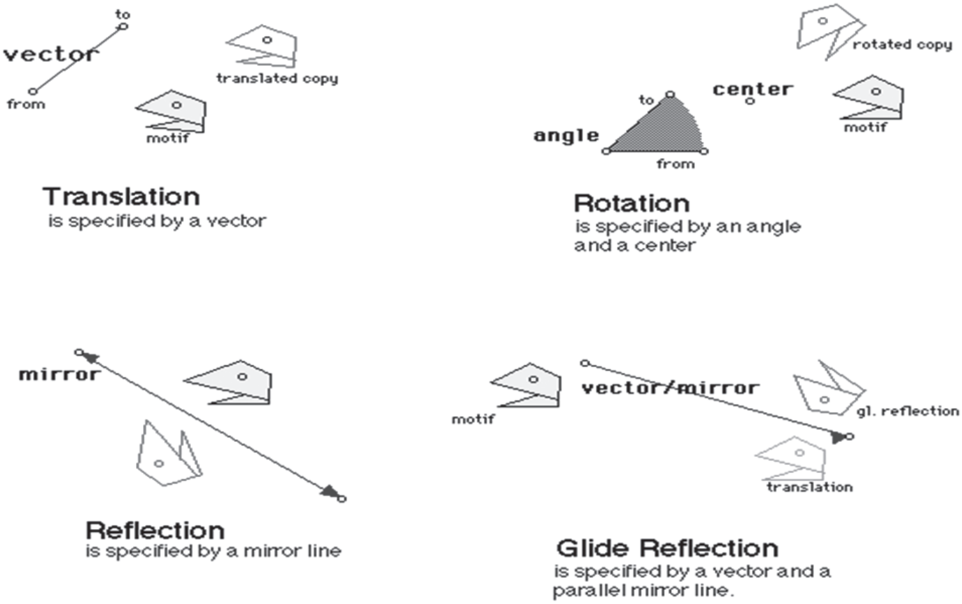


Kao što možemo vidjeti, budući da glazbu čitamo s lijeva na desno, glazba „pada”, što se jasno čuje i u izvedbi. Elgar je načinio glazbu koja „pada” baš zato što je buldog pao.

Ovo je jedan zanimljiv primjer direktne metafore. Na sličan će način, primjerice, kompozitor prikazati riječi određenih djela. Kako bi istaknuo značenje riječi „vječnost” u svojoj operi *Parsifal*, **Richard Wagner** (1813.-1883.) na tome mjestu stavlja notu dugog trajanja, puno duljeg naspram ostalih.

Također, sreća se često prikazuje uzlaznim tonovima, a tuga silaznim. To su, takoreći, sve primjeri izvađeni iz konteksta pa nemaju generalno značenje. Međutim, prava geometrija leži u dubljem proučavanju. Tako imamo konkretna proučavanja u drugoj polovici 19. st., najviše u djelima **Felixa Kleina** (1849.-1925.). On je pružio sasvim novi pogled na odgovor što „prostor" uopće jest. Umjesto pitanja *od čega* je prostor, postavlja se pitanje značajnih transformacija prostora. Grubo rečeno, transformacija prostora je preuređivanje prostora i stvari u tome prostoru, a može biti prikazano jednostavnom matematičkom formulom.

Kao što sam već spomenula, naš glazbeni prostor ima dvije dimenzije - vrijeme i visinu, dakle dvodimenzijski je, štoviše on je - ravnina. To možemo prikazati kao sliku i presliku:



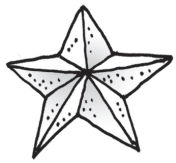
Na slici su prikazane:

1. translacija - transformacija koja miče sve točke ravnine u istome smjeru i kroz istu udaljenost
2. rotacija - rotira cijelu ravninu kroz neki kut izmedu 0° i 360° oko fiksirane točke
3. refleksija - princip zrcala
4. obrnuta refleksija - sastoji se od translacije i refleksije na istoj liniji transformacije

Transformacije ovih svojstava zovu se *izometrične* jer ne mijenjaju razmjer udaljenosti. Postoji teorem geometrije koji kaže da je svaka izometrija ravnine zapravo jedan od ta četiri tipa. Te ideje možemo prenijeti i na muzički prostor. Ne postoji zakon matematike ili glazbe koji sprječava kompozitora da koristi refleksiju ili rotaciju kao simetriju svojih motiva na način na koji oni to žele, međutim, u principu se svode na (ako ne uzimamo pretrivijalne primjere ili primjere koji su destruktivni u tom pokušaju prikaza) dvije vrste refleksije i jednu vrstu rotacije:

- refleksija u vertikalnoj liniji (R_v)
- refleksija u horizontalnoj liniji (R_h)
- rotacija za 180° (R_2)

Te tri vrste simetrije nisu neovisne i ovise o glazbenom *motivu* (M). Dakle, motive možemo razvrstati prema simetriji koju imaju. Na taj način dobijemo pet mogućnosti ili **pet tipova simetrije** glazbenih motiva (nazivi p1, ph itd. dolaze iz *kristalografije*).



P1: simetrija je samo transformacija identiteta (neutralnog elementa);

ph: osim identiteta, samo R_h je simetrija;

pv: osim identiteta, samo R_v je simetrija;

p2: osim identiteta, samo R_2 je simetrija;

phv: R_h, R_v i R_2 sve su simetrije.

Sada kada znamo matematičku pozadinu, možemo je prikazati i u glazbi:

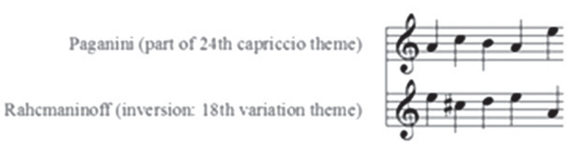
Za **p1** ćemo uzeti poznati primjer **Nicolòa Paganinija** (1782.-1840.), caprice br. 24, koji je **Sergej Rahmanjinov** (1873.-1943.) obradio u svojoj Rapsodiji za klavir i orkestar, primjer koji je praktički poznatiji u toj verziji.

Što kad kompozitor uzme nečiju melodiju, transformira je i prezentira kao potpuno svoju? To je upravo ono što je Rahmnanjinov napravio u 18. varijaciji. Međutim, na prvi pogled ne vidimo tu simetriju i ne čujemo je zbog promjene ritma i variranosti same teme.

Paganinijeva tema 24. capricea

Tema 18. varijacije Rapsodije na temu Paganinija

Ili isti primjer na jednostavnijem djeliću:



Jasno vidimo obrnutu verziju iste melodije Paganinija kod Rahmanjinova.

Kod **ph** tipa imamo promijenjenu visinu tona. Ako imamo jednostavnu melodiju (bez pratnje) tog tipa, tada taj tip prikazuje jedan ton koji se stalno ponavlja. Začudo, ima bezbroj takvih primjera. Anton Reicha, prijatelj **Josepha Haydna** (1732.-1809.), objavio je fugu čija je osnova jedan ton koji se ponavlja 34 puta (prema kraju lijeva ruka ima izazov ponoviti taj ton 86 puta, za ljubitelje Fibonaccijevih brojeva - tih 86 nota grupirano je u skupine od 5 i 13 otkucaja). Reichina fuga više je zabavna nego muzikalna. Međutim, postoji veća vrijednost i takvih „melodija” kod npr. udaraljkaša, iako i oni često imaju više od tri različite visine tona.

Ako motiv tipa ph svira u isto vrijeme više instrumenata (tj. jednu melodiju različitih tonova sviranu u više dionica) ili pjeva više glasova, tada se gornji tonovi mogu odraziti na visinu nižih i nema nikakvog ograničenja za stalnu visinu.

Isto tako, vrlo je poznato kretanje melodije u „protupomaku”, što je često korišteni izraz u glazbi, a predstavlja kretanje gornje/ih i donje/ih dionica u suprotnom smjeru. To možemo vrlo dobro povezati sa zrcalnom projekcijom. Zanimljivo je kako često sam naziv ukazuje na ono što bismo mogli čuti i vidjeti u notama:

Boulez, *Constellation-Miroir (u trećoj klavirskoj sonati)* ili Sazviježđe zrcala

Debussy, *Reflet dans l'eau* ili Odraz u vodi

Ravel, *Miroirs* ili Ogledala

itd.

pv tip ostaje isti u svom melodijskom obliku, ali često mijenja ritam te melodije, odnosno vremensko trajanje pojedinih tonova u kojima prepoznajemo istu melodiju. Tako na primjer postoje brojne slične poznate melodije, bilo da se radi o velikim djelima ili narodnim popijevkama, koje razlikuje „samo” ritam.

p2 nije čest način simetrije. Tu imamo samo doslovnu rotaciju kao simetriju i ona se kao takva ne koristi često i ne ispada slučajno već gotovo uvijek s nekom namjerom. Tako **Igor Stravinski** (1882.-1971.) u svojoj operi *Žar ptica* prikazuje kako ptica pjeva dvije pjesme - kad je opasnosti i kad vlada mir. Jedna je doslovna rotacija melodije druge (kao što je bila prikazana u malom djeliću Rahmanjinov-Paganini notnog prikaza, dok je taj cijeli prikaz bio odraz p1 tipa).

p3 je u svakom slučaju najrjeđi i najviše ga koriste kompozitori 20. stoljeća. To su primjeri u kojima mi sami ne možemo čuti ili vidjeti taj silan sklop osmišljenih simetrija dok nas netko u njih ne uputi. Međutim, njima je to praktički osnova skladanja i komponiranja. (vidi prošli članak – Komponiranje uz pomoć brojeva)

Tema poput ove u matematici ima bezbroj, a ako je spojimo s glazbom, onda i glazba dobiva novu dimenziju, te u svojoj dvodimenzijskoj raskoši nudi još pregršt naizgled nevidljivih poruka, zanimljivosti i pravilnosti.