

NASTAVNI SADRŽAJI, JEZIK I VJEŠTINE, TE KOGNITIVNI RAZVOJ UČENIKA KAO ČINITELJI MATEMATIČKOG ODGAJANJA I OBRAZOVANJA

*Dr. sc. Vladimir Kadum, prof. visoke škole;
Kristina Vranković i Suzana Vidović, diplomantice
Sveučilište Jurja Dobrile u Puli,
Odjel za obrazovanje učitelja i odgojitelja*

*Zamjeriti matematičari što je apstraktna – nije opravdano.
To je u prirodi matematike.
Opravdano je zamjeriti učitelju
koji ne povede učenike apstraktnim putem.
A. Revuz (prema: Prvanović, 1970.)*

S a ž e t a k

U radu se iznose rezultati istraživanja do kojih se došlo ispitivanjem stavova učitelja razredne nastave u pogledu učenikova poznavanja matematičkih sadržaja, razvijenosti matematičkog jezika i matematičkih vještina, stupnju kognitivnog razvoja, kao i razvijenosti matematičkih osobnosti kod učenika.

Istraživanje je provedeno na uzorku od 156 ispitanika, učitelja razredne nastave u osnovnim školama. Provedeno je tijekom mjeseca veljače 2007. godine.

Dobiveni su sljedeći rezultati:

Ispitanici ističu: **1.** da je stupanj poznavanja matematičkih sadržaja njihovih učenika dobre razine (prosječna aritmetička sredina iznosi: $\bar{X}_p = 3.10$); **2.** da je matematički jezik učenika dobro razvijen ($\bar{X}_p = 3.01$); **3.** da su matematičke vještine učenika dobro razvijene ($\bar{X}_p = 3.02$); **4.** da je stupanj kognitivnog razvoja učenika dobre razine ($\bar{X}_p = 3.03$); **5.** da je kvalitativna osobina (geometrijski tip) gotovo dvaput prisutnija od kvantitativne osobine (algebarski tip).

Ključne riječi: učenici, matematički sadržaji, jezik, matematičke vještine, kognitivni razvoj, kvalitativna osobnost, kvantitativna osobnost

1. Uvod

Razvoj suvremenog društva usko je povezan s razvitkom prirodnih znanosti, tehnike i tehnologije, kao i ekonomije. U tom razvoju matematičari pripada posebno mjesto. Naime, sve znanosti su, u svom razvoju, u većoj ili manjoj mjeri, prožete matematičkim načinom mišljenja i uopće matematikom, koja ih može povezati u jedinstvenu cjelinu, formirati njihova načela i utjecati na njihov napredak.

Matematika razvija navike pravilnog mišljenja, samostalnosti, logičke analize i sinteze, te rasuđivanja. Prodrla je u sve, ili gotovo sve pore ljudske djelatnosti, tako da ni individua ni društvena zajednica neće moći opstati ako nisu matematički obrazovani.

Matematičko odgajanje i obrazovanje je nužno i značajno, i od neospornog je i posebnog utjecaja na razvoj ljudskog bića. Zato matematiku već danas uči sva populacija od šeste/sedme do petnaeste godine, obuhvaćena osmogodišnjim školovanjem, kao i velika većina mladih od petnaeste do osamnaeste/devetnaeste godine, koja pohađa srednje škole.

Vrijednost učenja matematike očituje se kako u shvaćanju njene funkcije i njenih načela, usvajanju metoda i rezultata, tako i u razvijanju logičkog i racionalnog načina mišljenja i zaključivanja. "Obrazovni značaj nastave matematike je u razvijanju svih psihičkih procesa, polazeći od pažnje do apstrakcije i generalizacije, pravilnog razmišljanja i zaključivanja, a posebno u razvijanju intelektualnih sposobnosti učenika. Odgojni značaj očituje se pak u navikavanju učenika na napor i teškoće" (Kadum, 1997, 12). Napor i teškoće na koje učenik nailazi pri rješavanju problemskih matematičkih zadataka, razvijaju kod njega odlučnost i upornost, ustrajnost i hrabar prilaz svim teškoćama.

Zadatak nastave matematike nije gomilanje znanja, već razvijanje sposobnosti mišljenja i rasuđivanja, osposobljavanje učenika ne da rješava ovaj ili onaj problem, već da se može hvatati u koštac sa svakim problemom sa kojim se bude susretao tijekom svog življenja.

Usvajajući matematičke sadržaje, učenik se osposobljava za uporabu i razumijevanje matematičke terminologije i matematičkih simbola, izražavajući njima misli o kvalitativnim i prostornim aspektima objektivne stvarnosti.

Predstavljajući učenicima svijet matematike, uvodeći ih u svijet njezinih zakona, teorema i aksioma, doprinosi se ostvarivanju općeg odgojno–obrazovnog cilja. U ostvarivanju toga cilja jest smisao i razlog postojanja nastave matematike u školi.

2. Polazišta: sadržaj nastave matematike, matematički jezik, vještine i kognitivni razvoj učenika

Nastavni sadržaji, odnosno sadržaji nastave matematike, matematički jezik i vještine, te kognitivni razvoj učenika važni su činitelji u ostvarivanju matematičkog odgajanja i obrazovanja.

2.1. Sadržaj nastave matematike

Sadržaj nastave u najširem smislu riječi predstavlja cjelokupno ljudsko generacijsko iskustvo što ga valja prenijeti na dolazeće generacije i tijekom toga procesa osposobiti ih za dalje bogaćenje te zalihe iskustava. Mnogost toga nagomilanog iskustva čini nemogućim njegovo kompletno prenošenje na svakog pripadnika dolazećih generacija, pa se stoga svaki konkretni odgojno–obrazovni proces organizira i zasniva na osnovi izbora iz te sume iskustava, na temelju određenog *nastavnog plana i programa*.

Uopćena generacijska iskustva sistematizirana su na najekonomičniji i najfunkcionalniji način u pojedinim znanostima, koja se *didaktičkom transformacijom* oblikuju u *nastavni predmet*.

Matematika kao nastavni predmet je područje u kojem se odgoj i obrazovanje ostvaruju na odgovarajućim matematičkim sadržajima. Iz ukupnosti matematičke znanosti – prema određenim, posebnim kriterijima (dob učenika, vrsta škole) – biraju se *sadržaji* koji se konstituiraju u nastavni predmet matematika. Na taj način matematički sadržaji postaju materijalnom osnovom nastavnog procesa, a matematika supstratom znanosti nastave matematike.

Sadržaj nastave matematike utvrđen je nastavnim planom i nastavnim programom, koji se donose shodno vrsti škole: osnovna škola i srednje škole – gimnazija (opća, jezična, klasična, prirodoslovno–matematička) i stručne škole (ekonomska, medicinska, tehnička, trgovačka, ...).

Sadržaj nastave matematike za osnovnu školu objavljen je u: **Nastavni plan i program za osnovnu školu** (2006); Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta Republike Hrvatske, str. 238 – 252, a izrađen je na sljedećim načelima:

- (1) da se učenicima osnovne škole dadu znanja koja su nužna svim učenicima neovisno o izboru njihova budućeg zanimanja;
- (2) da su opseg, sadržaj i metode rada u nastavi usklađeni s dobi učenika;
- (3) da se razvija i produbljuje matematičko mišljenje učenika i osposobljava za osmišljavanje i rješavanje raznih svakodnevnih praktičnih problema.

"Matematika je jedan od temeljnih nastavnih predmeta u osnovnoj školi i to zbog znanja koja su bitna za uspješno uključivanje" (Nastavni plan ..., 2006, 238) u sve tokove društva i života.

Sadržaji nastave matematike su apstraktni objekti, učenicima teško razumljivi. Upravo zato, prilikom utvrđivanja sadržaja nastave matematike, potrebno je "voditi računa da učenik ne shvaća matematiku samo kao formalno–logički sustav, već da je shvati i kao sredstvo spoznavanja prirode i svijeta, i metodu rješavanja cijelog niza problema drugih znanosti u kojih se matematika javlja kao temeljna disciplina" (Kadum, 1998, 443). Pritom se istovremeno mora učiti i *matematički jezik* koji je danas u mnogome opći jezik znanosti i moderne tehnologije.

Da bi se sadržaji nastave matematike lakše i djelotvornije izučavali, da bi se polučila visoka razina kvalitete u matematičkom odgajanju i obrazovanju, potrebno je poznavati sljedeći sustav mjera i postupaka (Kadum, 1998, 443):

a) **Perceptivno–reproduktivne radnje (sinteza).** *Poznavati, koristiti:* terminologiju, simbole, tehniku rada, matematičke propozicije, elementarne probleme, algoritme.

b) **Perceptivno–reproduktivne radnje (analiza).** *Razlikovati, shvatiti:* poznavati likove i tijela, shvatiti pripadnost, uočavati relacijske veze, shvatiti zakonitosti i propozicije; ponavljati, prevoditi.

c) **Produktivne radnje (sinteza):** *Konstruirati, tražiti, pronalaziti:* formulirati problem, iskazati pretpostavku i tvrdnju, obrazložiti situaciju, odrediti i obrazložiti soluciju, definirati objekte koji zadovoljavaju danim zahtjevima, razvijati zahtjeve zornosti, generaliziranje, zaključivanje po sličnosti.

d) **Produktivne radnje (analiza).** *Formirati mišljenje, rasuđivati:* ima li propozicija smisla i je li istinita; je li pojam jasno i nedvosmisleno definiran; je li izvođenje zaključaka korektno i cjelovito; da li pojam, relacija i iskazani problem zadovoljavaju postavljene zahtjeve; je li solucija prihvatljiva i da li zadovoljava praktične zahtjeve, definirane standarde i dr.

Ovdje predstavljen sustav mjera i postupaka može se prikazati shematski kako je to učinjeno na grafičkom prikazu 1.

	SINTEZA	ANALIZA	
Perceptivno–produktivne radnje	P oznavati, K oristiti	R azlikovati, S hvatiti	... ono što je dano, pokazano ili rečeno
Produktivne radnje	K onstruirati, T ražiti, P ronalaziti	F ormirati M išljenje, R asuđivati	... dajući vlastiti doprinos

Grafički prikaz 1. *Sustav mjera i postupaka za lakše i učinkovitije izučavanje sadržaja nastave matematike*

2.2. Matematički jezik

Mnogi učenici teško prate izlaganje matematičkih sadržaja. Razloga je tome više, no jedan od osnovnih razloga je nevladanje matematičkim pojmovima, simbolima, pravilima, operacijama i algoritmima, što mnogi učenici nisu svjesni važnosti usvajanja matematičkih termina i njihove redovite i svrhovite uporabe.

Matematika je način sporazumijevanja među ljudima (Smolec, 1964, 40). Ona je vrsta jezika, i to internacionalnog jezika, u kojem se komuniciranje odvija putem simbola, a za mnoge je učenike savladavanje jezika u kontekstu specifičnih predmeta težak proces. Naučiti taj jezik nije moguće ako se ne nauče njegove riječi – matematički termini. Jednostavne, učenicima poznate riječi u matematičkom kontekstu poprimaju, više ili manje neočekivana značenja.

Da bi se moglo uspješno razumjeti i rješavati matematički problemski zadatak, posebno tekstualni, potrebno je razumjeti *matematički jezik*, te biti u stanju prevoditi simboliku i izraze s matematičkog na svoj materinski jezik. Naravno, vrijedi i obratno.

Matematički jezik je koncizan, zbijen, jezgrovit. Matematika ne trpi suvišnost niti epske dužine, ali ni enigmatsku kratkoću. To znači da u matematici ne treba previše govoriti ni pisati, ali se mora dovoljno reći odnosno napisati. Dakle, *u matematici valja reći ono što je nužno i dovoljno*.

Postoje tri komponente svakog matematičkog koncepta. To su:

(1) *lingvistička komponenta* – matematički vokabular, sintaksa i pravila prevodenja matematičkog jezika u materinski i obratno;

(2) *konceptualna komponenta* – matematička ideja i mentalna vizija pojma;

(3) *proceduralna komponenta* – računski postupci (algoritmi) koji se primjenjuju u odnosu na koncept.

U početnoj etapi učenja matematičkog koncepta naglasak mora biti na konceptualnom razvoju i matematičkom jeziku. Međutim, uobičajeno je – što ne znači da je i ispravno – da se u procesu podučavanja matematike u školi, najveći dio vremena posvećuje proceduralnoj komponenti s vrlo malo razumijevanja terminologije, prevodenju matematičkog jezika i slično, pa se i zbog toga često javljaju problemi u nastavi matematike.

2.3. Vještine

Vještina je vježbom (učenjem) stečena sposobnost koju karakterizira naučen niz sustavnih organiziranih operacija ili sklopova operacija koje pojedinac umije dovoljno dobro i dovoljno brzo izvesti s ciljem da ostvari neki zadatak.

Vještina je, dakle, *brzo i precizno izvođenje nekog složenog slijeda radnji* (Petz, 1992). Iz ove definicije slijedi da vještina uvijek predstavlja

(1) organizirani slijed aktivnosti

(2) koje su prilagođene ostvarivanju nekog određenog cilja.

Vještine se izgrađuju postepeno tijekom vježbanja, odnosno sustavnog obavljanja određene aktivnosti.

Osnova funkcionalnog učenja su načini i strategije koje valja koristiti da bi se riješili određeni problemi koje nazivamo *vještine učenja*. Djeca u predškolskoj fazi ovladaju svim vještinama za učenje i spremna su za nadolazeću školsku fazu koja započinje kada djeca počinju ono što rade ili što su ovladali spontano verbalizirati i simbolizirati.

Vještine učenja se preklapaju, što znači da nema oštrih granica među njima.

Vježbanje je dio obrade novih sadržaja, putem kojeg se opredmećuje znanje i produbljuju spoznaje, i pritom omogućuju vještinu koju karakterizira *fleksibilnost* i *prilagodljivost* ponašanja situaciji. Učenik ovdje uči niz radnji i kriterijskih postupaka za autoevaluaciju osobnog postupanja.

Istraživanjima se spoznalo da razvoj vještine za učenje ne ovisi o obitelji, kulturi, iskustvu već se vještine učenja razvijaju neovisno i spontano.

Za nastavu matematike od osobite su važnosti *verbalno–simboličke* vještine.

2.4. Kognitivni razvoj učenika

Kognicija je psihološko–pedagoški pojam koji označava moć *spoznaje* ili samo-spoznaje, razumijevanja, upoznavanja, znanja (Potkonjak – Šimleša, 1989,395).

Kognicija (spoznaja) se može promatrati u subjektivnom i objektivnom smislu. Na subjektivnom planu, spoznaja je "odraz kakvih objektivno postojećih odnosa ili zakonitosti pa zato i omogućuje subjektu adekvatnije reagiranje" (Petz, 1992, 371). Ona je prvenstveno rezultat intelektualne aktivnosti, ali u tome određena uloga pripada i emocionalnim i voljnim (konativnim) procesima subjekta koji dolazi do spoznaje.

U objektivnom smislu spoznaja je temeljna sastavnica znanja, tj. *znanje je sustav spoznaja*¹.

Razvoj (evolucija) je slijed promjena koje dovode do mijenjanja kakovih pojava ili struktura, a to mijenjanje obično je *progresivnog karaktera*², što znači da pojave ili strukture postaju veće, složenije, primjerenije danim uvjetima i okolnostima (Petz, 1992, 370).

Razina kognitivnog razvoja učenika određuje mogućnosti, potencijale i dubinu razumijevanja, te ukazuje na poteškoće koje može učenik imati pri učenju pojedinih (matematičkih) sadržaja. Zato valja dobro poznavati *stupanj* kognitivnog razvoja svakog pojedinog učenika, jer su kognitivne sposobnosti učenika različite.

Pri stjecanju znanja učenik bira određene *kognitivne strategije* (strategije niskog ili visokog kognitivnog stupnja), a koje su odraz njegovih kognitivnih sposobnosti i stupnja kognitivnog razvoja.

Analiziranjem kognitivnih strategija koje učenik bira pri stjecanju znanja dolazi se do informacija o: (1) općem stupnju kognitivnog razvoja učenika; (2) individualnom stilu učenja i (3) spremnosti za usvajanje novih koncepata (Sharma, 2001, 47).

Strategiju, tj. *stil učenja* i prilaz matematičkim (nastavnim) sadržajima nazivamo *matematička osobnost učenika*. Promatranja su pokazala da postoji kontinuum matematičkih sposobnosti čija je krajnja točka tzv. *algebarski tip* (pristup problemu sustavno i metodički, korak po korak), a druga *geometrijski tip* (obrađuje informacije vizualno).

¹ Problemima dolaženja do spoznaje bavi se *kognitivna psihologija* kojoj je osnovna postavka da čovjek nije pasivni objekt i puki primatelj okolinskih utjecaja, već je sudionik, subjekt koji se aktivno odnosi prema okruženju i samome sebi, koji prima, traži i odabire informacije, obrađuje ih i transformira u značenjske cjeline, zadržava ih i rabi kao osnovu u izboru i oblikovanju vlastitih postupaka.

² Kod promjena *regresivnog karaktera*, složenije pojave i strukture se razlažu u jednostavnije, elementarnije, pa govorimo o *regresiji* (involuciji), tj. o nazadovanju.

Za razlike koje se reflektiraju iz ovih dviju matematičkih osobnosti M. Sharma je uveo posebne nazive: jedne osobitosti naziva *kvantitativne*, a druge *kvalitativne*³.

Karakteristike tih dviju osobina prikazane su u tablici 1.

Tablica 1. Kvantitativne i kvalitativne osobine

<i>O s o b i n a</i>	
kvantitativna (algebarski tip)	kvalitativna (geometrijski tip)
<ul style="list-style-type: none"> – obrađuje informaciju postupno, metodički, korak po korak, dio po dio – u zadatku najprije obrađuje verbalnu, lingvističku informaciju – lakše uči primjenom kvantitativnog didaktičkog materijala (na primjer, brojevni pravac) – pri učenju aritmetičkih sadržaja preferira strategiju dodavanja i brojanja – preferira deduktivnu i sustavno organiziranu metodologiju podučavanja – pri rješavanju verbalnog problemskog zadatka, subjekt traži poznate strategije i formule, i svrstava zadatak u određenu kategoriju 	<ul style="list-style-type: none"> – obrađuje informacije holistički, vizualno, od cjeline prema dijelovima – u zadatku najprije obrađuje neverbalnu, nejezičnu informaciju – lakše uči primjerom vizualno–prostornog, kvalitativnog didaktičkog materijala (na primjer, konstruktivne igre) – pri učenju aritmetičkih sadržaja preferira svrstavanje radnji u skupine i modele brojeva – preferira takvu metodiku poučavanja u kojoj se koncepti međusobno povezuju, a poučavatelj rabi induktivan način nastave – pri rješavanju verbalnog problemskog zadatka, subjekt formulira paralelni sponredni problem s malim brojevima što mu pomaže da otkrije algoritam rješavanja; nakon otkrivanja toga postupka vraća se osnovnom zadatku

3. Metodologija istraživanja

3.1. Cilj i zadaci istraživanja

Cilj ovoga *istraživanja* bio je ispitati stavove učitelja razredne nastave u pogledu učenikova poznavanja matematičkih sadržaja, razvijenosti njegovog matematičkog jezika i matematičkih vještina, stupnju učenikova kognitivnog razvoja kao i razvijenost matematičkih osobnosti kod učenika.

Iz tako postavljenog cilja proizašli su konkretni *zadaci istraživanja*:

³ Većina ljudi se nalazi negdje između tih dviju krajnosti i pripadaju tzv. *kombiniranom* tipu matematičke osobnosti. Oni rabe oba pristupa, uz dominaciju jednog od njih.

- utvrditi stupanj učenikova poznavanja matematičkih nastavnih sadržaja;
- utvrditi razvijenost matematičkog jezika kod učenika;
- utvrditi jesu li i u kojoj mjeri računске priče motivirajuće u nastavi matematike;
- utvrditi koliko su kod učenika razvijene matematičke vještine;
- utvrditi stupanj kognitivnog razvoja učenika;
- utvrditi koja je matematička osobnost kod učenika dominirajuća.

3.2. Hipoteze istraživanja

Iz postavljenog cilja i zadataka istraživanja proistekle su sljedeće *hipoteze istraživanja*:

H₁: *S obzirom na niska postignuća učenika u matematici, prirodno je pretpostaviti da je stupanj učenikova poznavanja matematičkih sadržaja nizak.*

Iz hipoteze **H₁** proizlaze sljedeće pretpostavke:

H₂: *S obzirom na dosadašnja iskustva i spoznaje može se pretpostaviti da je razvijenost matematičkog jezika kod učenika slaba.*

H₃: *Matematičke vještine su kod učenika slabo razvijene.*

H₄: *Stupanj kognitivnog razvoja učenika je nizak.*

3.3. Uzorak istraživanja

Uzorak istraživanja činili su učitelji razredne nastave u osnovnim školama. Sudjelovanje u ispitivanju bilo je dragovoljno i anonimno.

Istraživanje je provedeno tijekom mjeseca veljače 2007. godine na uzorku od 156 ispitanika.

U ispitivanju je sudjelovalo 8 muških i 148 ženskih osoba.

3.4. Mjerni instrument

Za prikupljanje podataka o stupnju poznavanja matematičkih nastavnih sadržaja, razvijenosti matematičkog jezika, motivacijskoj ulozi računске priče u nastavi matematike, razvijenosti matematičkih vještina, te stupnju kognitivnog razvoja i razvijenosti matematičkih osobina učenika primijenjen je *anketni list*, sačinjen upravo za potrebe ovoga istraživanja.

Anketni list sadrži devet tvrdnji, od kojih se prve tri odnose na spol, godine radnog staža u djelatnosti osnovnoškolskog odgoja i obrazovanja te u kojem razredu ove godine ispitanik izvodi nastavu. Na kraju anketnog lista, u obliku otvorenog pitanja,

dana je mogućnost da ispitanici navedu problem/e koji ih, vezano uz činitelje matematičkog odgajanja i obrazovanja, najviše opterećuje, čime su najviše a čime najmanje zadovoljni i sl.

Upotrijebljena je skala Likertovog tipa, koja je prilagođena potrebama ovoga istraživanja. Uz svako je pitanje ponuđena skala odgovora vrednovanih sa 1 ili 2, te od 1 do 3, odnosno od 1 do 5, a ispitanik se odlučivao za jedan od ponuđenih odgovora.

Podaci su obrađeni primjenom statističkog paketa SPSS. Njime su obavljene sljedeće analize i postupci: izračunavanje deskriptivne statistike kojom smo utvrdili *mjere centralne tendencije* (frekvencije, postotak i aritmetičku sredinu) i *mjere varijabilnosti* (standardna devijacija).

4. Rezultati i rasprava

U ispitivanju koje je bilo dragovoljno i anonimno sudjelovalo je 156 ispitanika, učitelja razredne nastave u osnovnim školama.

Iz tablice 2 lijepo se uočava feminiziranost⁴ naše osnovne škole. Naime, od 156 ispitanika samo je 5.13% muških u odnosu na 94.87% ženskih osoba. Nadalje, može se vidjeti da distribucija frekvencija s obzirom na godine radnog staža u djelatnosti osnovnoškolskog odgoja i obrazovanja nije ujednačena – najviše je učitelja razredne nastave u intervalu "od 16 do 25 godina" njih 57 ili preko 36%, a najmanje u intervalu "manje od 5 godina" dvanaestero njih, odnosno manje od 8%.

Tablica 2. *Spol i godine radnog staža u djelatnosti odgoja i obrazovanja*

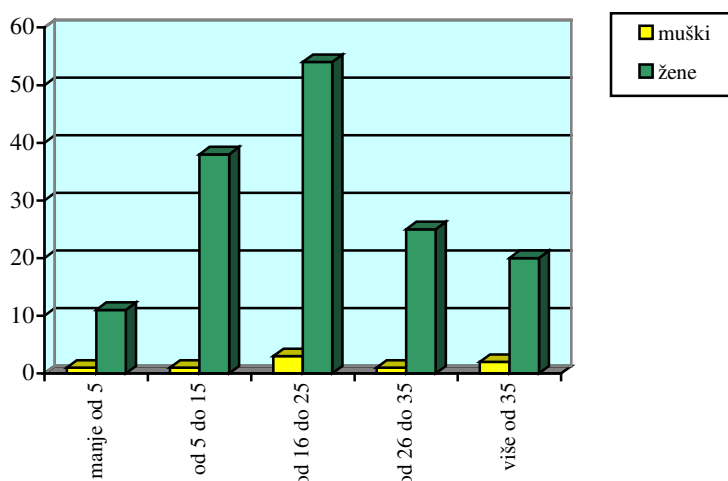
Godine radnog staža	muški		žene		Ukupno	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
manje od 5 godina	1	12.5	11	7.4	12	7.7
od 5 do 15 godina	1	12.5	38	25.7	39	25.0
od 16 do 25 godina	3	37.5	54	36.5	57	36.5
od 26 do 35 godina	1	12.5	25	16.9	26	16.7
više od 35 godina	2	25.0	20	13.5	22	14.1
Ukupno:	8	5.13	148	94.87	156	100.0

Feminiziranost razredne nastave u osnovnoj školi lijepo se može vidjeti iz grafičkog prikaza danog na slici 2.

⁴ *Feminiziranost učiteljskog poziva* označava pojavu prevage žena nad muškarcima u učiteljskom pozivu.

U odgajanju djece predškolske dobi ženski je spol apsolutno dominirajući, ali to već postaje praksa i u razrednoj nastavi.

Feminizacija u djelatnosti odgoja i obrazovanja je danas opća pojava u cijelome svijetu.

Grafički prikaz 2. *Feminizacija učiteljskoga poziva*

Analizom tablice 3 može se vidjeti da je zapravo distribucija frekvencija s obzirom "na razred u kojem ovo godine izvodite nastavu" gotovo ujednačena; nešto veći broj ispitanika nastavu izvodi u prvom razredu. Može se, nadalje, uočiti da 6 učitelja (ili 3.8%) izvodi nastavu u kombiniranom razrednom odjelu i da su dvije trećine njih u intervalu "manje od 5 godina", dakle početnici, što, naravno, nije dobro.

Tablica 3. *U kojem razredu izvodite ove godine nastavu?*

Godine radnog staža	Razred								Kombinacija		Ukupno
	I.		II.		III.		IV.		f	%	
	f	%	f	%	f	%	f	%			
manje od 5 godina	1	2.3	2	5.7	2	5.6	3	8.3	4	66.6	12
od 5 do 15 godina	12	27.9	11	31.4	9	25.0	6	16.7	1	16.7	39
od 16 do 25 godina	17	39.5	9	25.7	16	44.4	14	38.9	1	16.7	57
od 26 do 35 godina	6	14.0	8	22.9	6	16.7	6	16.7	–	–	26
više od 35 godina	7	16.3	5	14.3	3	8.3	7	19.4	–	–	22
Ukupno:	43	27.6	35	22.4	36	23.1	36	23.1	6	3.8	156

Iz tablice 4 može se zapravo vidjeti da učitelji smatraju da je stupanj poznavanja matematičkih sadržaja kod učenika dobar; naime, prosječna aritmetička sredina iznosi 3.10. Samo 23 ispitanika smatra da je stupanj učenikova poznavanja matematičkih sadržaja nizak (9.6%), odnosno vrlo nizak (5.2%). Međutim, čak 40 ispitanika smatra da je stupanj poznavanja matematičkih sadržaja visok (21.2%), odnosno vrlo visok (4.5%).

Tablica 4. *Stupanj poznavanja matematičkih sadržaja kod učenika*

Godine radnog staža	vrlo slab	slab	dobar	visok	vrlo visok	\bar{X}	σ
manje od 5 godina	1	2	8	1	–	2.75	2.84
od 5 do 15 godina	–	5	23	7	4	3.26	3.36
od 16 do 25 godina	3	3	38	11	2	3.11	3.20
od 26 do 35 godina	1	4	13	7	1	3.12	2.18
više od 35 godina	3	1	11	7	–	3.00	2.90
Ukupno:	8	15	93	33	7	3.10	

Našom H_1 hipotezom pretpostavili smo da je, s obzirom na niska postignuća učenika u matematici, stupanj učenikova poznavanja matematičkih sadržaja nizak. Budući da je dobivena prosječna aritmetička sredina 3.10, slijedi da je stupanj učenikova poznavanja matematičkih sadržaja dobar, pa *postavljenu hipotezu odbacujemo*.

Iz tablice 5 je vidljivo da je razvijenost matematičkog jezika kod učenika dobra (prosječna aritmetička sredina iznosi 3.01). Dvadeset i dva ispitanika je izjavilo da je razvijenost matematičkog jezika kod učenika slaba (nešto manje od 9%), odnosno vrlo slaba (5.1%). Približno jednak broj ispitanika, njih 25, smatra da je matematički jezik kod učenika u velikoj mjeri razvijen (11.5%), odnosno razvijen u vrlo velikoj mjeri (4.5%).

Tablica 5. *Razvijenost matematičkog jezika kod učenika*

Godine radnog staža	vrlo slaba	slaba	dobra	u velikoj mjeri	u vrlo velikoj mjeri	\bar{X}	σ
manje od 5 godina	2	4	5	–	1	2.50	2.11
od 5 do 15 godina	3	5	27	3	1	2.85	2.95
od 16 do 25 godina	–	2	44	8	3	3.21	3.26
od 26 do 35 godina	2	2	18	3	1	2.96	3.07
više od 35 godina	1	1	15	4	1	3.14	3.23
Ukupno:	8	14	109	18	7	3.01	

Našom H_2 hipotezom pretpostavili smo da je, s obzirom na dosadašnja iskustva i spoznaje, razvijenost matematičkog jezika kod učenika slaba. Kako dobivena prosječna aritmetička sredina iznosi 3.01, slijedi da je kod učenika matematički jezik dobro razvijen. Zato *postavljenu hipotezu odbacujemo*.

Dosadašnja iskustva i spoznaje, ali i neka istraživanja kazuju da je računski priča dobar motivirajući činitelj u nastavi općenito, pa i u nastavi matematike posebno. Međutim, iz tablice 6 dade se uočiti da deset (6.4%) ispitanika smatra da računski priča nije motiv u nastavi matematike, a čak šezdeset i dvoje (39.7%) ispitanika izjavljuje da računski priča samo ponekad djeluje motivirajuće u nastavi matematike. Ipak, najveći broj ispitanika (84 njih ili 53.9%) smatra da je računski priča motivirajući činitelj u nastavi matematike.

Tablica 6. *Računska priča kao motiv u nastavi matematike*

Godine radnog staža	ne	ponekad	da	\bar{X}	σ
manje od 5 godina	1	4	7	2.50	2.58
od 5 do 15 godina	5	16	18	2.33	2.43
od 16 do 25 godina	3	25	29	2.46	2.53
od 26 do 35 godina	–	9	17	2.65	2.70
više od 35 godina	1	8	13	2.55	2.64
Ukupno:	10	62	84	2.47	

Sumarni odnos podataka predstavljenih u tablici 6 vrlo lijepo se uočava iz grafičkog prikaza 3.



Grafički prikaz 3. *Računska priča kao motiv u nastavi – sumarni odnos*

Analizom tablice 7 može se uočiti da čak 111 (71.2%) ispitanika ističe da je razvijenost matematičkih vještina kod učenika dobra, što potvrđuje i prosječno dobivena aritmetička sredina koja iznosi 3.02. Dvadeset ispitanika je mišljenja da su te matematičke vještine slabo razvijene (8.3%), odnosno vrlo slabo razvijene (4.5%). Nasuprot njima su dvadeset petorica ispitanika koji ističu da su matematičke vještine kod učenika jako razvijene (12.8%), odnosno vrlo jako razvijene (3.2%).

Našom H_3 hipotezom pretpostavili smo da su matematičke vještine kod učenika slabo razvijene. Budući da prosječna aritmetička sredina iznosi 3.02, slijedi da su matematičke vještine kod učenika dobro razvijene, pa stoga našu *pretpostavku odbacujemo*.

Tablica 7. *Razvijenost matematičkih vještina kod učenika*

Godine radnog staža	vrlo su slabo razvijene	slabo su razvijene	dobro su razvijene	jako su razvijene	vrlo su jako razvijene	\bar{X}	σ
manje od 5 godina	1	2	8	–	1	2.83	2.97
od 5 do 15 godina	–	4	26	9	–	3.13	3.18
od 16 do 25 godina	5	4	40	6	2	2.93	3.04
od 26 do 35 godina	1	–	20	4	1	3.15	3.22
više od 35 godina	–	3	17	1	1	3.00	3.06
Ukupno:	7	13	111	20	5	3.02	

Iz tablice 8 vidljivo je zapravo da je 96 (ili: 61.5%) ispitanika izjavilo da je stupanj kognitivnog razvoja učenika solidne (dobre) razine. To, naravno, potvrđuje i izračunata prosječna aritmetička sredina koja iznosi 3.03. Nadalje, može se uočiti da 26 (16.7%) ispitanika smatra da je stupanj kognitivnog razvoja učenika nizak (11.5%) ili pak vrlo nizak (5.1%), odnosno 34 (21.8%) ispitanika smatra da je taj stupanja razvoja visok (19.2%) ili pak vrlo visok (2.6%).

Tablica 8. *Stupanj kognitivnog razvoja učenika*

Godine radnog staža	vrlo nizak	nizak	dobar	visok	vrlo visok	\bar{X}	σ
manje od 5 godina	–	1	9	1	1	3.17	3.24
od 5 do 15 godina	2	3	24	10	–	3.08	3.16
od 16 do 25 godina	3	7	36	9	2	3.00	3.10
od 26 do 35 godina	1	1	17	6	1	3.19	3.28
više od 35 godina	2	6	10	4	–	2.73	2.86
Ukupno:	8	18	96	30	4	3.03	

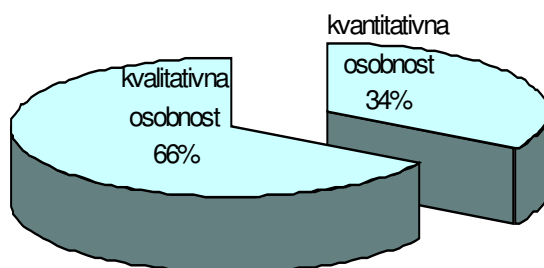
Hipotezom H_4 pretpostavili smo da je stupanj kognitivnog razvoja učenika nizak. Kako podaci dobiveni ovim istraživanjem kazuju da prosječna aritmetička sredina iznosi 3.03, slijedi da je kognitivna razvijenost učenika dobra. Stoga se postavljena pretpostavka odbacuje.

Ovim istraživanjem željeli smo saznati i koja je od matematičkih osobnosti kod učenika razvijenija. Analizom tablice 9 može se uočiti da je kvalitativna osobina kod učenika gotovo dvaput prisutnija od kvalitativne osobine. To zapravo znači da ispitanici procjenjuju da oko 66% učenika pripada geometrijskom tipu; dobivena prosječna aritmetička sredina iznosi 1.34.

Tablica 9. *Koja je od matematičkih osobnosti razvijenija kod učenika?*

Godine radnog staža	kvalitativna osobina	kvantitativna osobina	\bar{X}	σ
manje od 5 godina	5	7	1.58	1.66
od 5 do 15 godina	21	18	1.46	1.54
od 16 do 25 godina	41	16	1.28	1.36
od 26 do 35 godina	16	10	1.38	1.47
više od 35 godina	20	2	1.09	1.13
Ukupno:	103	53	1.34	

Ovaj se omjer dade lijepo vidjeti iz grafičkog prikaza 4.

Grafički prikaz 4. *Matematičke osobnosti – sumarni odnos*

– o 0 o –

Na kraju ankete ispitanicima je ostavljeno na volju hoće li odgovoriti na posljednje pitanje, navodeći probleme, vezano uz predmet istraživanja, koji ih najviše opterećuju, čime su najviše a čime najmanje zadovoljni i sl. Ovu je mogućnost iskoristilo 38 (24.4%) ispitanika. Prispjelih odgovora je podosta i nije moguće sve navesti. Odgovori su uglavnom negativno konotirani. Izdvojili smo one koji su češće navođeni ili bi – po našoj procjeni – mogli biti zanimljivi kao prijedlog za neka buduća istraživanja i raspravu, ili putokaz nadležnima.

Ti odgovori – grupirani i sređeni – jesu:

Matematika ne oprašta površnost, lijenost ni kampanjski rad, ali voli sustavnost i logički način razmišljanja.

Smanjenjem broja sati u nastavi matematike nije ostvaren cilj – rasterećenje učenika: smanjen je program ali je smanjen i fond sati, pa opet nema dovoljno vremena da se bez žurbe vježbaju nastavni sadržaji.

- Tjednu satnicu nastave matematike nije trebalo smanjiti, s obzirom na gradivo koje treba kvalitetno obraditi kako bi ga učenici usvojili kao trajno znanje.
- Prebrz tempo rada. Premalo vremena za ponavljanje i uvježbavanje.
- Udžbenici nisu dobri; previše šarenila u njima.
- U udžbenicima bi trebalo više zadataka koji potiču vježbanje i automatizaciju temeljnih znanja.
- Malo dodatnih različitih zanimljivih zadataka prilagođenih jeziku i sposobnostima djece od 7 – 10 godina.
- Opremljenost učionice, kako namještajem tako i nastavnom opremom je loša.
- Dobro je što je učitelju još uvijek dana mogućnost individualne procjene i kreiranja nastave prema sastavu razreda kao cjeline i intelektualnim mogućnostima pojedinca u razredu.
- Matematika se u našem nastavnom sustavu svodi na puko računanje.
- Matematika je nastavni predmet koji je najbolje uređen.
- Problema je puno, previše. Pokušavam ih, u granicama mojih mogućnosti, riješiti sama. Nemam kome obratiti se za pomoć!

Na kraju navodimo još sljedeće razmišljanje, za koje držimo da je posebno interesantno:

- Znaju li kreatori naše odgojno–obrazovne politike da se rasterećenje, ali i bolji uspjeh može postići i povećanjem fonda sati?

5. Zaključak

Cilj ovoga rada bio je ispitati stavove o učenikovom poznavanju matematičkih sadržaja, razvijenosti njegova matematičkog jezika i matematičkih vještina, stupnju njegova kognitivna razvoja kao i razvijenost matematičkih osobnosti kod učenika na uzorku učitelja razredne nastave.

Rezultati istraživanja kazuju da možemo biti zadovoljni stanjem u nastavi matematike u mlađim razredima osnovne škole. Budući da učenici iskazuju određene, ne male poteškoće u matematici, dobiveni rezultati upućuju da te teškoće u mlađim razredima osnovne škole nisu prisutne, već se javljaju u višim razredima osnovne škole, ali i kasnije u srednjim školama.

Literatura

DAVIS, P. J. – HERSH, R. – MARCHISOTTO, E. A. (2004), *Doživljaj matematike*. Zagreb: Tehnička knjiga

KADUM, V. (1998), *O matematici i matematičkom odgajanju i obrazovanju danas*. (U: *Kvaliteta u odgoju i obrazovanju*, Zbornik radova. Rijeka: Pedagoški fakultet; str. 439 – 445)

- KADUM, V. (1997), *Zaostajanje učenika u matematici – uzroci i mogućnosti otklanjanja*. Pula: Pedagoški fakultet
- LEKIĆ, Đ. (1979), *Metodologija pedagoškog istraživanja i stvaralaštva*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
- LJUBKOVIĆ, J. (2002), *Metodika početne nastave matematike*. Pula: IGSA
- MARKOVAC, J. (1990), *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga
- MUŽIĆ, V. (1979), *Metodologija pedagoškog istraživanja*. Sarajevo: Zavod za izdavanje udžbenika
- × × × (2006), *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, prosvjete i sporta
- PAVLEKOVIĆ, M. (1999), *Metodika nastave matematike s informatikom*. Zagreb: Element
- PETZ, B. (1992), *Psiholojski rječnik*. Zagreb: Prosvjeta
- POTKONJAK, N. – ŠIMLEŠA, P. /ur./, (1989), *Pedagoška enciklopedija*. Zagreb: Školska knjiga
- PRVANOVIĆ, S. (1970), *Metodika savremenog matematičkog obrazovanja u osnovnoj školi*. Beograd: Zavod za izdavanje udžbenika
- SHARMA, M. C. (2001), *Matematika bez suza*. Zagreb: Hermes izdavaštvo
- SMOLEC, I. (1964), *Kako da učim matematiku*. Zagreb: Školska knjiga
- SMOLEC, I. (1971), *Suvremeni pristup matematici*. Zagreb: Školska knjiga
- <http://www.math.hr/varosans/ciljevi>
- <http://www.udrugapuz.hr/funkcionalnoucenje.htm>
- http://www.stubica.com/skola/nasa_skola/ppo_didaktika.htm

TEACHING CONTENTS, LANGUAGE AND SKILLS, COGNITIVE DEVELOPMENT OF PUPILS AS THE FACTORS OF MATHEMATICAL EDUCATION

Abstract

The paper deals with research results obtained by the survey on the primary school teachers' attitudes about pupils' acquaintance with mathematical contents, the level of development of the mathematical language and mathematical skills, the level of the cognitive development as well as the degree of development of mathematical features in pupils.

The research included the sample of 156 examinees, primary school teachers. It was conducted during the month of February, 2007.

The following results have been attained:

The examinees point out that: **1.** the level of their pupils' acquaintance with mathematical contents is of the satisfactory level (the average arithmetic mean is $\bar{X}_p = 3.10$); **2.** the pupils' mathematical language is well developed ($\bar{X}_p = 3.01$); **3.** the mathematical skills of their pupils are well developed ($\bar{X}_p = 3.02$); **4.** the level of their cognitive development is satisfactory ($\bar{X}_p = 3.03$); **5.** the qualitative feature (geometric type) is almost twice as much present as the quantitative one (algebraic type).

Key words: *pupils, mathematical contents, language, mathematical skills, cognitive development, qualitative features, quantitative feature*

**CONTENUTI D'INSEGNAMENTO, LINGUA E ABILITÀ, NONCHÉ
SVILUPPO COGNITIVO DELL'ALUNNO COME FATTORI
DELL'EDUCAZIONE E ISTRUZIONE MATEMATICA**

R i a s s u n t o

Nel saggio sono riportati i risultati della ricerca ottenuti nell'inchiesta sugli atteggiamenti degli insegnanti di classe nei confronti delle conoscenze matematiche degli alunni, dello sviluppo del loro linguaggio matematico, delle loro abilità matematiche, del loro grado di sviluppo cognitivo, nonché l'atteggiamento verso lo sviluppo delle caratteristiche matematiche dei bambini.

La ricerca è stata effettuata su un campione di 156 insegnanti di classe della scuola elementare nel mese di febbraio del 2007.

Sono stati ottenuti i seguenti risultati: Gli intervistati affermano: **1.** che il grado di conoscenza dei contenuti matematici degli alunni è di buon livello (la media della media aritmetica è di $\bar{X}_p = 3.10$); **2.** che il linguaggio matematico degli alunni è ben sviluppato ($\bar{X}_p = 3.01$); **3.** che le abilità matematiche degli alunni sono ben sviluppate ($\bar{X}_p = 3.02$); **4.** che il grado di sviluppo cognitivo degli alunni è di buon livello ($\bar{X}_p = 3.03$); **5.** che la caratteristica qualitativa (tipo geometrico) è quasi del doppio più frequente fra gli alunni rispetto alla caratteristica quantitativa (tipo algebrico).

Parole chiave: *alunni, contenuti matematici, abilità matematiche, sviluppo cognitivo, caratteristica qualitativa, caratteristica quantitativa*