

## FLEKSAGONI

Linda Sorić, Zagreb

Fleksagoni su matematičke igračke oblika pravilnih mnogokuta, koje svatko od vas može jednostavno izraditi od papira. Osim prednje i stražnje strane, presavijanjem fleksagona na određeni način vidljive postaju i njegove nove, dotad skrivene strane. Upravo su zbog te mogućnosti presavijanja ove matematičke igračke dobile ime – fleksagoni (engl. *flex* = saviti).



Slika 1.

Prvi fleksagon je 1939. godine, igrajući se trakicama papira, otkrio 23-godišnji britanski student, **Arthur H. Stone**. On je u svoju mapu, koju je ponio iz Londona na studij u Sjedinjene Američke Države, umetnuo papire, no oni su iz nje izvirili zbog različitih formata britanskih i američkih papira. Da bi mu papiri uredno stali u mapu, odrezao je višak koji je virio pa se tako dobivenim trakicama počeo igrati presavijajući ih na različite načine. Presavijanjem trake dijagonalno na tri dijela i spajanjem njenih rubova, dobio je oblik pravilnog šesterokuta. Nastavio se igrati tim komadićem papira oblika šesterokuta sve dok nije otkrio da spajanjem dvaju susjednih trokuta, a zatim pritiskanjem kuta među njima nasuprotnim trokutima prema središtu, on otkriva svoju novu, dotad skrivenu stranu. Tako je otkriven triheksafleksagon – fleksagon oblika pravilnog šesterokuta koji ima tri strane.

### Kako izraditi triheksafleksagon?

1. Na A4 papiru konstruirajte deset jednakostraničnih trokuta sa stranicama duljine 4 cm spojenih u „traku” i označite ih kao na Slici 2.



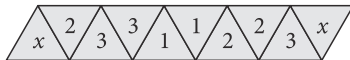
Slika 2.

2. Izrežite „traku” pa je presavijte duž stranica trokuta. Tako izrezana „traka” naziva se mreža triheksafleksagona.



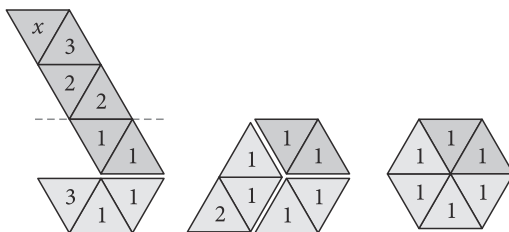


3. Okrenite „traku” na drugu stranu pa trokute označite kao na Slici 3.



Slika 3.

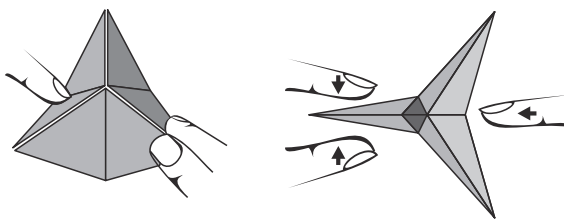
4. Presavijte i presložite „traku” kao na Slici 4. pa zalijepite međusobno trokute označene s  $x$ .



Slika 4.

### Kako presavijati triheksafleksagon?

Presavijanje bi na početku moglo biti pomalo nespretno, no nemojte se obeshrabriti, s vremenom će postati lako i vrlo spretno. Prvi korak pri savijanju triheksafleksagona je spajanje dvaju susjednih trokuta prstima, a drugi je korak pritiskanje kuta između nasuprotnih trokuta prema središtu, kao na Slici 5. Triheksafleksagon bi se sada trebao otvoriti poput cvijeta i pokazati svoju skrivenu stranu.



Slika 5.

Kako bi izrada triheksafleksagona bila još zabavnija, trokute označene brojevima 1, 2 i 3 možete obojiti trima različitim bojama ili ih možete ukrasiti trima različitim uzorcima tako da prvi odabrani uzorak nacrtate na trokute označene brojem 1, drugi na trokute označene brojem 2, a treći na trokute označene brojem 3.

Sada kada ste naučili izrađivati i presavijati triheksafleksagone, sigurno se pitate postoji li još fleksagona i kako ih izraditi. Isto se to pitao i Stone pa je nastavio eksperimentirati presavijanjem novih traka papira i otkrio heksahek-

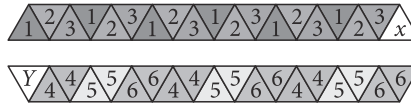


safleksagon. Ako je triheksafleksagon dobio ime po tome što ima tri strane i oblik šesterokuta, možeš li zaključiti koliko strana ima i kojeg je oblika heksaheksafleksagon?

Hexaheksafleksagon je fleksagon oblika šesterokuta koji ima šest strana, od kojih su četiri strane skrivene.

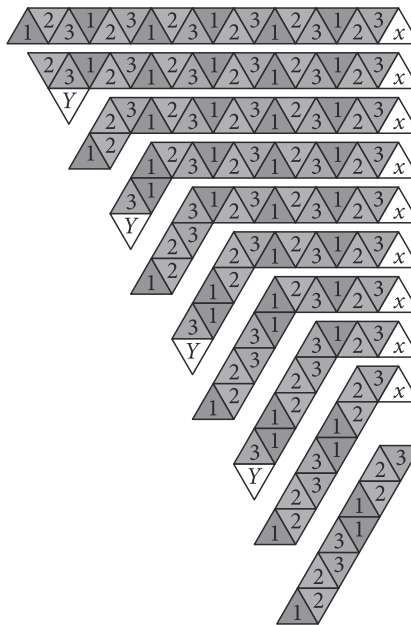
### Kako izraditi i presavijati heksaheksafleksagon?

1. Izradite dvije mreže triheksafleksagona pa ih spojite u jednu „traku”.
2. Označite trokute na objema stranama kao na Slici 6.



Slika 6.

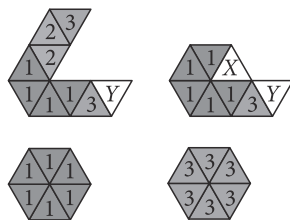
3. Presavijajte mrežu heksaheksafleksagona tako da prvo preklopite trokute označene brojem 4, zatim one označene brojem 5 i tako dalje „spiralno” preklapajte trokute označene istim brojevima sve dok u devetom presavijanju ne dobijete „traku” kao na Slici 7.



Slika 7.

4. Dobivena „traka” je mreža triheksafleksagona koju sada već znate presložiti u heksafleksagon.





Slika 8.

Sve strane heksaheksafleksagona otkrit ćete tako da ga presavijate isto kao triheksafleksagon, spajajući ista dva susjedna trokuta i pritišćući u istom kutu među nasuprotnim trokutima dokle god otvaranje bude bilo moguće. Kada otvaranje nove strane više ne bude moguće, rotirajte heksaheksafleksagon za  $60^\circ$  i ponovite isti postupak.

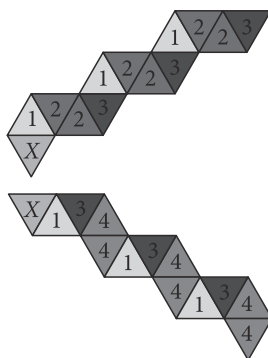
Osim triheksafleksagona i heksaheksafleksagona, postoje još neki fleksagoni koji imaju oblik šesterokuta.

### Tetraheksafleksagon i pentaheksafleksagon

Tetraheksafleksagon je, kao što mu ime govori, fleksagon oblika šesterokuta s četiri strane, a pentaheksafleksagon fleksagon oblika šesterokuta s pet strana.

### Kako izraditi tetraheksafleksagon?

1. Konstruirajte i označite „traku” od 13 jednakostraničnih trokuta, kao na Slici 9.

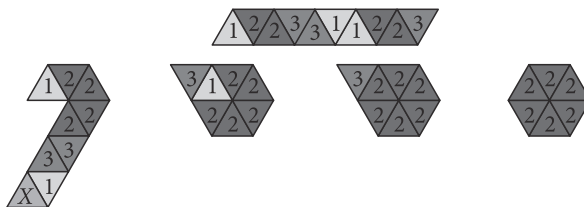


Slika 9.

2. Presložite „traku” tako da preklopite trokute označene brojem 4.

Time ste dobili mrežu triheksafleksagona koju već znate presložiti u heksafleksagon.





Slika 10.

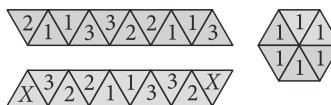
## Kako izraditi pentaheksafleksagon?

1. Konstruirajte i označite „traku” od 16 jednakokraničnih trokuta, kao na Slici 11.



Slika 11.

2. Presložite mrežu pentaheksafleksagona tako da preklopite trokute označene brojem 5. Time ste dobili mrežu tetraheksafleksagona koju prvo treba te presložiti u mrežu triheksafleksagona (preklapanjem trokuta označenih brojem 4), a zatim u heksafleksagon.



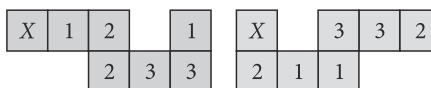
Slika 12.

Osim fleksagona koji imaju oblik pravilnog šesterokuta, heksafleksagona, postoje i fleksagoni koji imaju oblik pravilnog četverokuta – kvadrata. Ti fleksagoni nazivaju se tetrafleksagonima.

Kao što postoje različite vrste heksafleksagona, postoje i različite vrste tetrafleksagona. Najjednostavnijim tetrafleksagonom smatra se tritetrafleksagon koji ima tri strane.

## Kako izraditi tritetrafleksagon?

1. Konstruirajte 7 kvadrata sa stranicama duljine 3 cm i označite ih kao na Slici 13.



Slika 13.





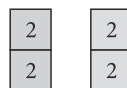
2. Presložite mrežu tritetrafleksagona tako da preklopite kvadrate označene brojem 3. Zalijepite međusobno kvadrate označene s  $x$ . Strane 1 i 2 će biti vidljive, dok će treća strana tritetrafleksagona biti skrivena.



Slika 14.

### Kako presavijati tritetrafleksagon?

1. Okrenite tritetrafleksagon tako da mu strana označena brojem 2 bude okrenuta prema gore, kao na Slici 14.
2. Presavijte tritetrafleksagon vertikalno tako da preklopite kvadrate označene brojem 1. Prednja i stražnja tritetrafleksagona sada izgledaju ovako:
3. Otvaranjem tritetrafleksagona kao knjige, otkriva se njegova skrivena strana.



Slika 15.



Slika 16.

### Literatura:

1. C. O. Oakley, R. J. Wisner, *Flexagons*, The American Mathematical Monthly 64(3) (1957.). <http://www.jstor.org/discover/10.2307/2310544?uid=3738200&uid=2&uid=4&sid=21102796805037> (17.10.2013.)
2. Flexagon. <http://loki3.com/flex/all-samples.jpg> (17.10.2013.)
3. Flexagons. <http://www.mathematische-basteleien.de/flexagons.htm> (17.10.2013.)
4. Geometric toys to make. <http://www.auntannie.com/Geometric/> (18.10.2013.)
5. Hexahexaflexagon. <http://home.gci.net/~rob/flexagons/> (17.10.2013.)
6. Hexahexaflexagon. <http://www.docstoc.com/docs/140828560/Hexahexaflexagon> (18.10.2013.)
7. M. Gardner, Hexaflexagons, The College Mathematics Journal 43(1) (2012.), 2-5 <http://maa.publisher.ingentaconnect.com/content/maa/cmj/2012/00000043/00000001/art00002?jsessionid=yhdlpjo6p45s.alice> (17.10.2013.)
8. Tetraflexagon. <http://www.mathematische-basteleien.de/tetraflexagons.htm> (18.10.2013.)
9. The Hexa-Flexagon. <http://www.mathnstuff.com/papers/tetra/hexa.htm> (17.10.2013.)

