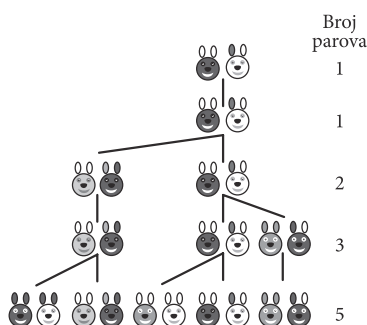


Elizabeta Adžaga, Zagreb

FIBONACCIJEV NIZ U GLAZBI

Leonardo od Pise (oko 1170. – oko 1250.), također poznat kao Leonardo Bonacci, Leonardo Fibonacci, ili samo Fibonacci, bio je talijanski matematičar kojega su mnogi smatrali najtalentiranijim matematičarom srednjega vijeka. Poznat je po tome što je raširio uporabu arapskih brojaka u Europi, te, naravno, po Fibonaccijevom broju ili nizu.



U svome radu „Liber abaci” 1202. godine Leonardo od Pise postavio je „Problem zečeva”. Zečevi se razmnožavaju po sljedećoj shemi: Svaki par zec-zečica (star barem dva mjeseca) dobiju tijekom svakog sljedećeg mjeseca par mladih, zeca i zečicu. Ako smo na početku godine počeli s jednim novorođenim parom, koliko će ukupno parova zečeva biti početkom sljedeće godine, odnosno nakon n mjeseci?

Fibonaccijev niz je niz brojeva koji počinje brojevima 0 i 1, a svaki sljedeći broj u nizu dobije se zbrajanjem prethodnih dvaju:

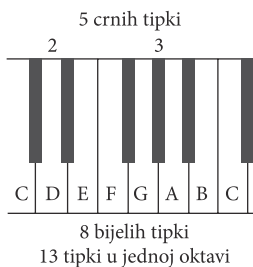
$$F_0 = 0, F_1 = 1; F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

Tako nastaje niz: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...

Fibonaccijev niz često se povezuje i s brojem zlatnog reza ϕ (phi, φ), ili brojem koji mnogi zovu i „božanskim omjerom”. Uzmemo li jedan dio Fibonaccijevog niza, 2, 3, 5, 8, te podijelimo li svaki sljedeći broj s njemu prethodnim, uvijek ćemo dobiti broj približan broju 1.618 ($3/2 = 1.5$; $5/3 = 1.66$; $8/5 = 1.6$). Broj 1.618 jest broj ϕ . Odnosi mjera, kako u prirodi - kod ljudi i životinja, tako i u umjetnosti, te u glazbi, zapanjujućom preciznošću približavaju se broju ϕ .

Najjasnija demonstracija Fibonaccijevog niza vidljiva je u skalama (ljestvicama). 13. oktava ima 12 kromatskih tonova plus 1 = oktava. Ljestvica je sustav od 8 tonova. 5. i 3. ton čine osnovu akorda baziranu na cijelim tonovima, što je 2 koraka od temeljnog tona, a što je pak prvi ton ljestvice.

Vjeruje se da je Mozart koristio Fibonaccijev niz za skladanje u mnogim svojim djelima, što čujemo po savršenosti i skladu same glazbe, bez znanja o točnim brojkama i omjerima u obliku i formi. Također, mnogi su se ostali kompozitori na to pozivali i odobravali takav način skladanja. Fibonaccijeva veza s brojem ϕ vrlo je često povezana i s proračunom vremena u glazbi. Na primjer, vrhunac kompozicije često je upravo oko „ ϕ točke” – (61.8%) kompozicije. U kompoziciji s 32 takta takvo bi se što dogodilo na dvadesetom taktu.



Nije, prema tome, ništa neobično da su i sami instrumenti građeni po principu Fibonaccijevog niza, odnosno „zlatnog reza” Izračun i omjeri mjera jedne majstorske violine ukazuju upravo na to:



Ritam, tempo i mjera u glazbi uvelike su povezani s matematikom, ali i sa samim Fibonaccijevim nizom. U glazbenoj terminologiji, tempo (tal. „vrijeme”) je brzina izvođenja kakva glazbenog djela. Ritam je obrazac, tj. glazbena fraza – dakle niz od dva ili više tonova koji se ponavljaju. Ako se takve ritamske ćelije javljaju trajnije, onda se po njima može odrediti mjera ili takt, npr. 2/4 (dvočetvrtinski), 6/8 (šestosminski), 3/2 (tropolovinski) ili neki drugi. Također postoji i slobodni ritam.

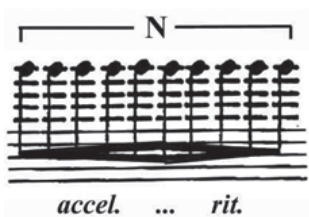
U tom slučaju Fibonaccijeve mjere teže opstaju, isto kao i u slobodnijem tempu. Na kraju, ne možemo pobjeći od matematike u glazbi; koliko god glazba bila slobodna i spontana umjetnost, toliko su upravo pravila ta koja je čine divnom i veličanstvenom kakva jest!

Duration of the <i>i</i> th Gubaidulina Fibonacci <i>N</i> -tuple Note (milliseconds)												
N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	816	409	816									
4	682	341	341	682								
5	614	307	205	307	614							
6	555	279	186	186	279	555						
7	529	264	176	106	176	264	529					
8	503	251	168	101	101	168	251	503				
9	488	244	163	98	61	98	163	244	488			
10	474	237	158	95	59	59	95	158	237	474		
11	465	233	155	93	58	36	58	93	155	233	465	
12	457	229	152	91	57	35	35	57	91	152	229	457

Tempo mm. = 88
 Tuplet span beats = 3 2045 msec

$$F_n = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2 & n = 2 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & n > 2 \end{cases}$$

Fibonacci series	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	F ₈	F ₉	F ₁₀	F ₁₁
	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144



Fibonacci numbers 1,1,2,3,5,8,13 Let ♩ = 1

1. Video *Fibonacci Sequence in Music*.
<https://www.youtube.com/watch?v=pOwMDO0-zBw>
2. Multimedijalna stranica Fibonaccijev niz kroz zabavu i učenje.
<http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fib.html>
3. Multimedijalna stranica za komponiranje uz pomoć Fibonaccijevog niza.
<http://musescore.org/>

