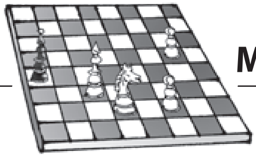
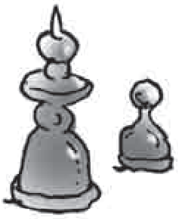


MATEMATIČKO - ŠAHOVSKA IGRA I RAZONODA

Siniša Režek, Zagreb

Iako se prva znanstvena promišljanja o igri pojavljuju krajem 19. i početkom 20. stoljeća, poznato je da je igra praktički jednako stara kao i čovječanstvo. Igru je teško doslovno opisati jednom rečenicom i obuhvatiti svu širinu toga pojma. Za igru se kaže da je intelektualna ili fizička aktivnost jedne ili više osoba, koja služi za razonodu i zabavu. Sam smisao igre je postići neki cilj poštujući njezina unaprijed definirana pravila. Za što bolji uspjeh u igri ključna je motivacija, interakcija među sudionicima, a u mnogim igrama prisutan je i element sreće. Stoga su igre korisne i važan su dio našeg intelektualnog i socijalnog razvoja, osobito u djetinjstvu. Posebno se mogu izdvojiti edukacijske igre koje sudionike potiču na usvajanje novih vještina i znanja.



S jedne strane, smatra se kako je matematika najstarija kompleksna znanost koja proučava aksiomatski definirane strukture koristeći matematičku logiku. Međutim, mnogi bi matematičari matematiku opisali potpuno drugačije. Univerzalna definicija matematike ne postoji nego se mijenjala kroz vrijeme. Matematika je svakako instrument u istraživanju svijeta, određeni model razmišljanja, ona je često izazov i u službi umjetnosti, no, matematika je i igra. U povijesti matematike često su zanimljiva pitanja razmatrana kroz igru prerasla u prave matematičke probleme koji su doveli do novih modela razmišljanja, npr. Kakeya i pitanje *Koja je minimalna ploha u ravnini takva da se igla duljine 1 može neprekidno okretati unutar te površine?*, zatim Fermat i njegov magični kvadrat, itd. Veza između igre i matematike je i obrnuta; puno je matematičkih modela koji su primijenjeni u raznim igrama, bilo za njihovo kreiranje ili rješavanje, npr. Teorem četiri boje, Raveyjev teorem, Helleyjev teorem, itd. S napretkom tehnologije postavlja se pitanje jesu li i koliko šahovske aktivnosti korisne u nastavi matematike.

Pred vama se nalaze zadatci vezani uz šahovsku ploču. Pomoću njih možete izvježbati i izoštriti svoje geometrijske sposobnosti. Pet prvih zadataka činit će vam se laganima, no zato smo pripremili i zadnja dva koja bi trebala malo više zaokupiti vašu pozornost.

Prisjetimo se da se šahovnica sastoji od mreže 8×8 polja sa 64 jednaka kvadrata, naizmjence svijetla („bijela” polja) i tamna („crna” polja). Zanimljivo, većina brojeva koji se mogu naći na šahovskoj ploči u broju 64 djelitelji su ili višekratnici od 8. Osam okomitih nizova polja nazivaju se „linije”. Osam vodoravnih nizova polja nazivaju se „redovi”. Ravan niz polja iste boje, koji idu od jednog ruba ploče do susjednog ruba, naziva se „dijagonala”. Osam linija (s lijeva na desno za bijelog, odnosno s desna na lijevo za crnog) označavaju se malim slovima, redom a, b, c, d, e, f, g i h, dok se osam redova (od dna do vrha za bijelog, odnosno od vrha do dna za crnog) numeriraju redom kao 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8.

Druge vrijednosti na šahovskoj ploči uglavnom su djeljive šahovskim čarobnim brojem: 16 je bijelih figura, 16 je crnih, 32 je ukupan broj šahovskih figura, u sredini šahovske ploče su četiri središnja polja – centar.

Prema gore navedenom opisu šahovnicu možemo vizualizirati kao koordinatnu mrežu, gdje su umjesto točke kvadrati (polja). Kao posljedica prethodnih opisa svako od 64 polja je nepromjenljivo, označeno jedinstvenom kombinacijom slova i broja.

1. *Romeo i Julija* – Zamislimo da su polja šahovske ploče, od 8 × 8 polja, kuće. U kući **c6** je Romeo, a u kući **f3** Julija. Julija je pozvala Romea na ručak. Romeo je prihvatio poziv ali je, zbog istih izgleda kuća, zaboravio u kojoj je kući Julija. Zato je, da bi došao do Julije, morao ući u svaku kuću po jedanput da je potraži. Nije imao sreće da je nađe u prvoj u koju je ušao nego u posljednjoj. Nacrtajte putanju kojom se treba kretati Romeo da bi što prije stigao Juliji na ručak.

2. *Pravci i pješaci* – Na poljima **d4** i **e5** šahovnice nalaze se pješaci. Ako pješaka promatramo kao geometrijsku točku koja se poklapa s centrom polja na kojemu se pješak nalazi, razmjesti preostalih 14 pješaka (ukupno je 16 pješaka) tako da ne pripadaju jednome pravcu (nisu kolinearni u geometrijskom smislu).

3. *Pravac i šahovnica* – Koliko najviše polja može presjeći pravac na šahovnici?

4. *Tko će manje?* – Na šahovnicu treba postaviti 8 jednobojnih figura: kralja, damu, dva topa, dva lovca i dva skakača tako da se pod udarom nalazi najmanji broj polja. Smatrat ćemo da figura ne napada polje na kojemu se nalazi. No, razumije se, ona se može nalaziti pod udarom bilo koje druge figure shodno pravilima šahovske igre.

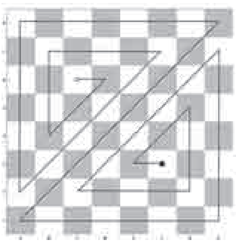
5. *Tko će više?* – Na šahovnicu treba postaviti 8 jednobojnih figura: kralja, damu, dva topa, dva lovca i dva skakača tako da se pod udarom nalazi najveći broj polja. Smatrat ćemo da figura ne napada polje na kojemu se nalazi. No, razumije se, ona se može nalaziti pod udarom bilo koje druge figure shodno pravilima šahovske igre.

6. *Topovski par* – Iz pravila šahovske igre poznato je da top jedne boje može uzeti topa druge boje samo ako se oba nalaze u istoj liniji ili istome redu. Na koliko je različitih načina moguće bijelog i crnog topa staviti na šahovnicu da bi se nalazili u položaju da jedan drugoga napadaju.

7. *Puno kvadrata* - Koliko je kvadrata, različitih po veličini ili po položaju, moguće nacrtati na šahovskoj ploči od 8 × 8 polja tako da svaki od njih sadrži cijeli broj polja?

Nakon što zadatak riješite, provjerite ga u donjem odlomku. Ako ste točno odgovorili, prijeđite na sljedeći zadatak. Ukoliko zadatak ne znate riješite, razmislite ili potražite pomoć prvo prijatelja, a tek onda učitelja. Ova rješenja sadrže i kratku uputu, što bi vam trebalo biti dovoljno da zadatak riješite. Nemojte prerano koristiti Rješenja! Tek ako i nakon nekoliko uzastopnih pokušaja niste uspjeli riješiti zadatak, pročitajte potpuno rješenje. Rješenja su zapisana riječima ali i slikovno, tako da ih zorno možete otkriti.

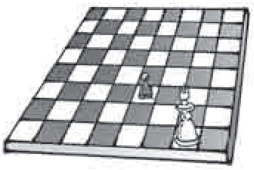
Rješenja:

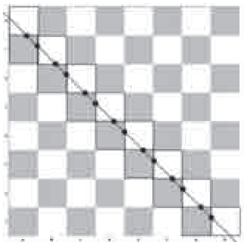


1. Putanja kojom bi trebao krenuti Romeo da bi došao do Julije. (slika lijevo)

2. Pješake treba staviti na polja: a2, a6, b4, b6, c7, c8, d2, d4, e5, e7, f1, f3, g5, g8, h1 i h3. (slika desno)

3. Označimo sve točke presjeka pravca s granicama polja šahovnice. Označene točke dijele pravac na određeni broj dužina i polupravaca. Polupravce s početkom u pravcu i posljednjoj označenoj točki nećemo promatrati. Promatrajmo samo nadovezane dužine. Svaka od tih dužina pripada samo po jednom polju šahovnice. Znači, prebrojivši nadovezane dužine znat ćemo koliko polja siječe pravac. Šahovnica je podijeljena s 18 pravolinijskih odsječaka: 9 okomitih i 9 vodoravnih. Sa svakim od njih pravac se može presjeći samo u jednoj točki, ali od 4 pravolinijska odsječka koji su granice šahovnice ona će sjeći samo dva. Znači, na „povučenom" pravcu može biti najviše 16 označenih točaka koje ga dijele na najviše 15 nadovezanih dužina. Na taj način bilo koji pravac „povučen" šahovnicom može presjeći najviše 15 polja. „Povučemo" li pravac (kao na slici) usporedno bilo kojoj dijagonali na šahovnici tako da sadrži središta stranica dvaju kvadratičnih polja, dobit ćemo pravac koji siječe 15 polja. Znači, bilo koji pravac „povučen" šahovnicom može presjeći najviše 15 polja.





Matka 88.indd 282 12.5.2014. 10:23:14

4. Najmanji broj polja pod udarom danih figura je 16. Figure treba staviti na polja: ♗a7, ♗a8, ♘b6, ♖b7, ♕b8, ♔c7, ♖c8 i ♘d8. Ako dama i lovac u kutu zamijene mjesta, ponovno se dobiva raspored s najmanjim brojem napadnutih polja. Smatra se da su to jedina dva rasporeda s minimalnim brojem napadnutih polja.

5. Ako su lovci na poljima iste boje, pod udarom su sva 64 polja pri rasporedu: ♖a8, ♕c3, ♗c6 ♘d5, ♘e4, ♗f3, ♔f6 i ♖h1. Kada su lovci na poljima različite boje, pod udarom su 63 polja pri rasporedu: ♖a7, ♖b8, ♗d4, ♘e3, ♗e4, ♘f3, ♔f5 i ♕h2. Nije napadnuto samo polje e1. (slika desno)

6. Nalazi li se bijeli top na bilo kojem od 64 polja šahovnice, za crnog topa uvijek je opasno ukupno 14 polja (7 u istom redu i 7 u istoj liniji). Znači, topovi se mogu postaviti na šahovnicu tako da jedan drugog napadaju na 64 · 14 = 896 različitih načina.

7. Ovaj zadatak možemo, primjerice, riješiti na dva načina.

I. Svako polje predstavlja po jedan kvadrat. Imamo, dakle, 64 kvadrata koji sadrže po jedno polje šahovske ploče. Uzimajući u obzir po 4 susjedna polja, možemo u prva dva reda nacrtati 7 kvadrata, zatim isto toliko u drugom i trećem redu, zatim u trećem i četvrtom redu, itd. Tako dobivamo 7 · 7 = 49 kvadrata koji sadrže po 4 polja. Uzimajući u obzir po 3 susjedna reda, dobivamo kvadrate s po 9 polja. Tako u prvom, drugom i trećem redu imamo 6 takvih kvadrata, a isto toliko u drugom, trećem i četvrtom redu, itd. Na taj način imamo ukupno 6 · 6 = 36 kvadrata s po 9 polja. Tako redom dobivamo: 25 kvadrata s po 16 polja, 16 kvadrata s po 25 polja, 9 kvadrata s po 36 polja, 4 kvadrata s po 49 polja i, konačno, sama šahovska ploča predstavlja 1 kvadrat sa 64 polja. Prema tome, na šahovskoj ploči možemo ukupno nacrtati 204 kvadrata. 64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 204.

II. Označimo li stranice svakog pojedinog polja sa a, dobivamo da: kvadrata stanice 1 · a ima 8 · 8 = 64 = 82, kvadrata stanice 2 · a ima 7 · 7 = 49 = 72, kvadrata stanice 3 · a ima 6 · 6 = 36 = 62, kvadrata stanice 7 · a ima 2 · 2 = 4 = 42 i, konačno, kvadrata stanice 8 · a ima 1 · 1 = 1 = 12. Prema tome, na šahovskoj ploči možemo ukupno nacrtati 204 kvadrata. 82 + 72 + 62 + 52 + 42 + 32 + 22 + 12 = 204.