



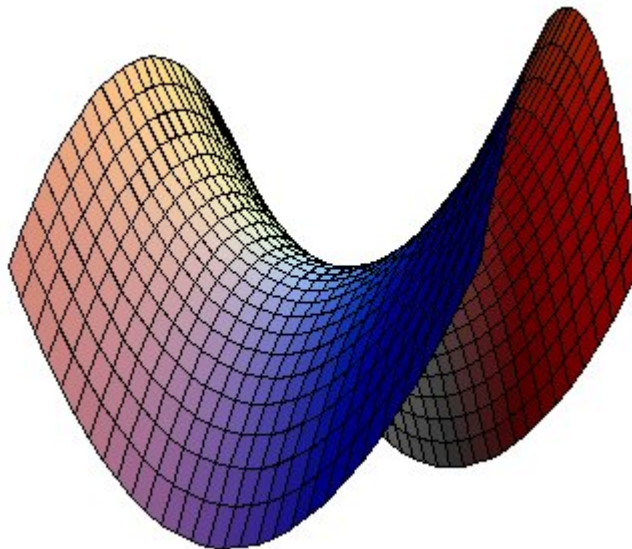
LiveGraphics3D

Ines Šimičić, Vedran Šego i Vedran Krčadinac

Sadržaj:

- [1. Primjer interaktivne 3D grafike](#)
 - [2. Programski sustav Mathematica](#)
 - [3. Java applet za prikaz Graphics3D objekata](#)
 - [4. LiveGraphics3D na forumu](#)
- [Literatura](#)
-

1. Primjer interaktivne 3D grafike



Na slici iznad prikazan je takozvani *hiperbolički paraboloid*, jedna od ploha drugog reda. Više o plohama drugog reda možete pročitati u on-line udžbeniku [IS], a o nastajanju hiperboličkog paraboloida na web stranici [SG]. Prikazana ploha je graf funkcije $f(x, y) = x^2 - y^2$ koja se obično navodi kao primjer preslikavanja koje ima "sedlastu točku" (stacionarnu točku koja nije točka lokalnog ekstrema).

Ako čitate ispis ovog članka na papiru ili njegovu PDF verziju, nažalost ne možete vidjeti o čemu će u članku biti riječ. U on-line verziji članka ploha se počinje polagano rotirati kada pokazivač miša postavite iznad slike. Možete je sami zavrtjeti i u nekom drugom smjeru, brže ili sporije: kliknite mišem na sliku i pomaknite ga. Ako tipku miša otpustite dok je u pokretu, ploha će se nastaviti rotirati sve dok je pokazivač iznad slike. Osim toga, možete mijenjati uvećanje slike pritiskom na tipku SHIFT, klikom na sliku i pomicanjem miša gore ili dolje.

U ovom članku opisat ćemo postupak kojim je napravljena interaktivna slika hiperboličkog paraboloida. Objasniti ćemo kako sami možete praviti slične prikaze trodimenzionalnih objekata i uključivati ih u vlastite web stranice. Objekti se generiraju u programskom sustavu Mathematica, a za prikaz se koristi Java applet LiveGraphics3D Martina Krausa [MK]. No, ne trebate biti stručnjak za računalnu algebru niti Java programer - pokušat ćemo vas uvjeriti da je generiranje takvih slika vrlo jednostavno!

2. Programski sustav Mathematica

Mathematica spada u sustave za računalnu algebru. Sličan komercijalni program "opće namjene" je *Maple*, a postoji i niz programa specijaliziranih za određene svrhe, npr. *Matlab* za matrične i druge numeričke proračune te slobodno dostupni sustav *GAP* za rad s konačnim grupama. Mathematica je u Hrvatskoj široko rasprostranjena jer [Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa](#) već niz godina plaća licenciju po kojoj se program može koristiti na hrvatskim sveučilištima. Ustrojen je [Referalni centar](#) za Mathematicu koji pruža podršku korisnicima, a nedavno je na Fakultetu elektrotehnike i računarstva održana [konferencija](#) o Mathematici.

Programi ove vrste, osim računanja s približnim realnim brojevima, pružaju mogućnost egzaktnog i simboličkog računanja. Tako, naprimjer, u Mathematici postoji naredba *Simplify* s pomoću koje možemo pojednostavljivati algebarske izraze. Ako želimo skratiti algebarski razlomak

$$\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1},$$

napisat ćemo:

$$\text{In[1]:= Simplify}\left[\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1}\right]$$

$$\text{Out[1]= } 1 + x$$

Mathematica u izlaznoj liniji vraća ekvivalentan pojednostavljeni izraz. Pogledajmo kako se "nesređeni" razlomak interno prikazuje u Mathematici:

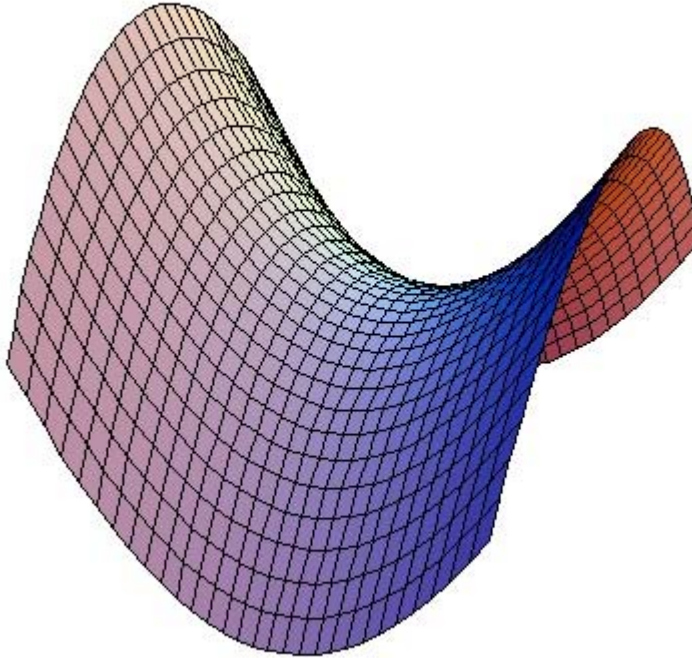
$$\text{In[2]:= FullForm}\left[\frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1}\right]$$

$$\text{Out[2]/FullForm= Times[Power[Plus[-1, Power[x, -1], x], -1], Plus[Power[x, -1], Power[x, 2]]]$$

Ovaj algebarski razlomak, kao i bilo koji drugi objekt u Mathematici, reprezentiran je *izrazom*. Izraz se sastoji od glave (npr. *Times*, *Power* i *Plus*) i niza argumenata u uglatim zagradama odvojenih zarezima. Argumenti su i sami izrazi, ili su primitivni objekti poput brojeva ili varijable x . Ovo je jedina struktura podataka kojom se Mathematica koristi, a sva složenost leži u pravilima prema kojima se izrazi evaluiraju. Izraz s glavom *Simplify* zamijenit će se izrazom koji je ekvivalentan zadanom argumentu, ali je jednostavniji (izvrše se "skraćivanja razlomaka" i slične transformacije). Među najsloženijim pravilima su ona za evaluiranje izraza oblika *Integrate*[...]. Ta pravila izračunavaju neodređeni integral funkcije zadane argumentom. "Integrator" možete koristiti [na webu](#) čak i ako nemate instaliranu Mathematicu.

Mathematica ima vrlo napredne mogućnosti vizualizacije funkcija i drugih matematičkih objekata. Naprimjer, hiperbolički paraboloid s početka članka dobiven je sljedećom naredbom:

```
In[3]:= hipar = ParametricPlot3D[{x, y, x2 - y2}, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, Boxed -> False, Axes -> False]
```



```
Out[3]= -Graphics3D-
```

Slika koju je nacrtala Mathematica nije interaktivna poput prikaza na početku članka. Slika se lako prenosi iz Mathematice na web: desni klik, izbor `Cell` → `Save Selection As` i zatim odabir željenog formata. Alternativno, sliku možete "uhvatiti" svojim omiljenim grafičkim programom (tzv. *screen capture*). Snimljena slika može se uključiti na web stranicu kao što smo mi učinili u ovom članku.

Međutim, interna reprezentacija nacrtanog hiperboličkog paraboloida bogatija je od same slike. U izlaznoj liniji dobili smo *Graphics3D* objekt koji se ne ispisuje. Možemo ga ispisati naredbama `FullForm` ili `InputForm`:

```
In[4]:= InputForm[hipar]
```

```
Out[4]/InputForm= Graphics3D[{ Polygon[{{-1., -1., 0.}, {-0.9310344827586207, -1., -0.13317479191438764}, {-0.9310344827586207, -0.9310344827586207, 0.}, {-1., -0.9310344827586207, 0.13317479191438764}}], Polygon[{{-0.9310344827586207, -1., -0.13317479191438764}, {-0.8620689655172413, -1., -0.2568370986920334}, {-0.8620689655172413, -0.9310344827586207, -0.12366230677764578}, {-0.9310344827586207, -0.9310344827586207, 0.}}],...
```

Prikazali smo samo prvi dio ovog izraza (Mathematica ispisuje 841 poligon). Izraz opisuje "kvadratiće" od kojih je sastavljena ploha. Vidimo da njihovi vrhovi imaju po tri koordinate, dakle riječ je zaista o opisu trodimenzionalnog objekta. Svođenje trodimenzionalnih objekata na obične slike usporedivo je s fotografiranjem kipova. Ugodnije je razgledavati kip sa svih strana nego gledati fotografije!

3. Java applet za prikaz *Graphics3D* objekata

Web je danas interaktivan medij. Interaktivnost se postiže programima koji se izvode na strani poslužitelja (*servera*), tj. računala na kojem je pohranjen sadržaj web stranice, ili programima koji se izvode na strani klijenta, tj. računala koje pristupa sadržaju web stranice preko preglednika (*web browsera*). Među najraširenijim rješenjima na strani klijenta su takozvani Java appleti, programi pisani u jeziku *Java*.

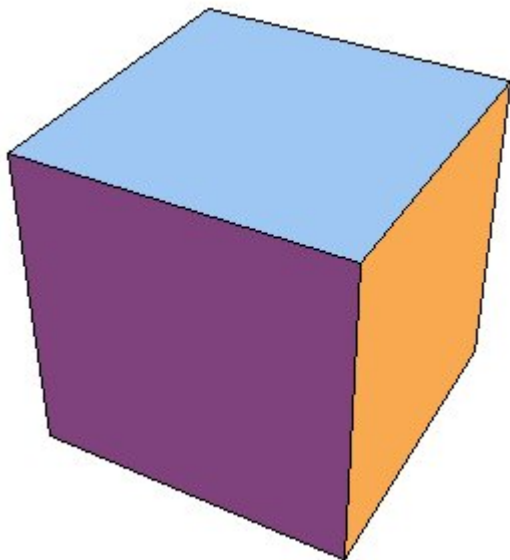
Već u prvom broju *math.e* objavljen je članak *Matrične transformacije ravnine* [BZ] koji sadrži Java applete. Članci [SS], [ZC] i [HK] sadrže applete izrađene s pomoću programa *GeoGebra* i *The Geometer's Sketchpad*. Vjerujemo da većina čitatelja *math.e* na svojem računalu ima instaliran softver potreban za izvođenje Java appleta. Ako ne vidite sliku na vrhu ovog članka i interaktivne sadržaje u citiranim člancima, potrebno je instalirati besplatan *Java plug-in*.

Martin Kraus s Tehničkog sveučilišta u Münchenu napravio je Java applet *LiveGraphics3D* [MK] za interaktivni prikaz *Graphics3D* objekata generiranih s pomoću Mathematice. Applet je slobodno dostupan na adresi <http://www.vis.uni-stuttgart.de/~kraus/LiveGraphics3D> i upotrijebili smo ga na početku ovog članka za prikaz hiperboličkog paraboloida. Ukratko ćemo opisati što treba napraviti da biste uključili prikaz trodimenzionalnog objekta na vlastitu web stranicu.

Prvo treba generirati *Graphics3D* objekt. To je najjednostavnije napraviti u programu Mathematica, no moguće je konvertirati neke druge formate u *Graphics3D* objekte. Više o tome može pročitati u zadnjoj cjelini članka [RK] (naprimjer, moguće je prikazati objekte izrađene u programu Maple). Za ilustraciju poslužiti će nam obična kocka:

```
In[5]:= << Graphics`Polyhedra`
```

```
In[6]:= kocka = Show[Graphics3D[Cube[]], Boxed -> False]
```



```
Out[6]= -Graphics3D-
```

Ispišimo zatim sakriveni *Graphics3D* objekt. Koordinate ćemo zaokružiti na prvu decimalu da bi ispis bio kraći.

```
In[7]:= Apply[live, SetPrecision[kocka, 1]]
```

```
Out[7]= live[{{Polygon[{{0.7, 0.7, 0.7}, {-0.7, 0.7, 0.7}, {-0.7, -0.7, 0.7}, {0.7, -0.7, 0.7}}],
Polygon[{{0.7, 0.7, 0.7}, {0.7, -0.7, 0.7}, {0.7, -0.7, -0.7}, {0.7, 0.7, -0.7}}],
Polygon[{{0.7, 0.7, 0.7}, {0.7, 0.7, -0.7}, {-0.7, 0.7, -0.7}, {-0.7, 0.7, 0.7}}],
Polygon[{{-0.7, 0.7, 0.7}, {-0.7, 0.7, -0.7}, {-0.7, -0.7, -0.7}, {-0.7, -0.7, 0.7}}],
Polygon[{{-0.7, -0.7, -0.7}, {-0.7, 0.7, -0.7}, {0.7, 0.7, -0.7}, {0.7, -0.7, -0.7}}],
Polygon[{{-0.7, -0.7, 0.7}, {-0.7, -0.7, -0.7}, {0.7, -0.7, -0.7}, {0.7, -0.7, 0.7}}]},
{Boxed -> False}]
```

S pomoću funkcije *Apply* zamijenili smo glavu *Graphics3D* objekta s "live" da bi ga Mathematica ispisala. Umjesto toga možete ispisati vaš objekt s pomoću *InputForm*, ali onda koordinate neće biti kratke. U direktorij u kojem se nalazi vaša web stranica snimite datoteku [live.jar](#) i dodajte stranici sljedeći HTML kod:

```
<applet archive="live.jar" code="Live.class" width="150" height="150">
<param name="INPUT" VALUE="Graphics3D[ ]">
</applet>
```



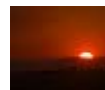
Argumenti od *Graphics3D* ostavljeni su praznima. Na to mjesto potrebno je prenijeti sadržaj iz *live[]* koji smo dobili u Mathematici ("copy - paste" tehnikom).

```
<applet archive="live.jar" code="Live.class" width="150" height="150">
<param name="INPUT" VALUE="Graphics3D[
{Polygon[{{0.7, 0.7, 0.7}, {-0.7, 0.7, 0.7}, {-0.7, -0.7, 0.7}, {0.7, -0.7, 0.7}}],
Polygon[{{0.7, 0.7, 0.7}, {0.7, -0.7, 0.7}, {0.7, -0.7, -0.7}, {0.7, 0.7, -0.7}}],
Polygon[{{0.7, 0.7, 0.7}, {0.7, 0.7, -0.7}, {-0.7, 0.7, -0.7}, {-0.7, 0.7, 0.7}}],
Polygon[{{-0.7, 0.7, 0.7}, {-0.7, 0.7, -0.7}, {-0.7, -0.7, -0.7}, {-0.7, -0.7, 0.7}}],
Polygon[{{-0.7, -0.7, -0.7}, {-0.7, 0.7, -0.7}, {0.7, 0.7, -0.7}, {0.7, -0.7, -0.7}}],
Polygon[{{-0.7, -0.7, 0.7}, {-0.7, -0.7, -0.7}, {0.7, -0.7, -0.7}, {0.7, -0.7, 0.7}}],
{Boxed -> False} ]">
</applet>
```

Minimalnu web stranicu s uključenim interaktivnim prikazom kocke pogledajte [ovdje](#). LiveGraphics3D applet omogućuje zadavanje raznih parametara za inicijalni prikaz. Može se postići veća interaktivnost, prikaz objekata koji se izgrađuju "korak po korak", animacije u kojima korisnik zadaje parametre i još mnogo toga. Na web stranici [\[MK\]](#) dostupna je opsežna [dokumentacija](#) i daljnji [primjeri](#). Ovdje možete testirati nekoliko osnovnih parametara. Pokušajte pritisnuti srednji ili desni gumb miša (ili tipku ALT i lijevi gumb) i pomicati ga vertikalno. To će brisati dijelove prikazanog objekta pa ćete, naprimjer, moći vidjeti unutrašnjost puža!

Postavke:

Pozadina: #ffffff

Početni kut rotacije (X):

Početni kut rotacije (Y):

Rotacija (X):

Rotacija (Y):

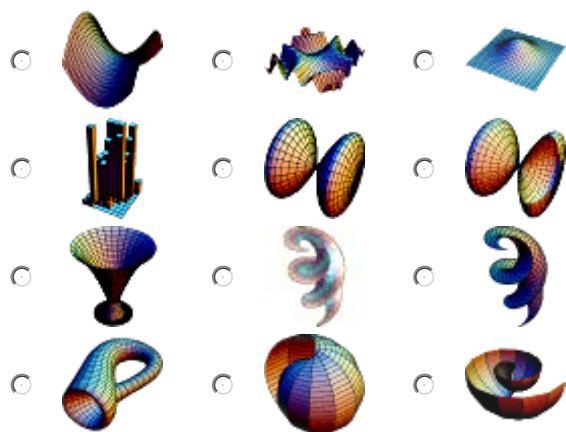
Povećanje:

HTML kod:

```
<applet archive="live.jar"
code="Live.class" width="350"
height="300">
  <param name="BACKGROUND"
value="sky1.jpg" />
  <param name="MAGNIFICATION"
value="1.6" />
  <param name="INITIAL_ROTATION"
value="0,0" />
```

BB kod (za [math.e forum](#)):

```
[live=BGCOLOR:#ffffff;MAGNIFICATION:1.6;
INITIAL_ROTATION:0,0;SPIN_X:0;SPIN_Y:0]
```

Logotip Mathematice:

Oprez: Drugi i treći objekt su procesorski iznimno zahtjevni; preporučuje se pokretanje samo na brzim računalima!



Prikaži

Applet:



Appletom LiveGraphics3D koristi se i [webMathematica](#), on-line inačica Mathematice. To je tipičan primjer interaktivnog sadržaja postignutog programima na strani poslužitelja. Korisnik u predviđena mjesta na web stranici upisuje svoj unos. Poslužitelj prosljeđuje te podatke programu Mathematica koji ih evaluira. Na temelju rezultata generira se posebna web stranica i isporučuje korisniku. Već spomenuti [Integrator](#) zasnovan je na webMathematici, a "vizualne" primjere koji se koriste LiveGraphics3D-om možete pogledati na [stranicama](#) Građevinskog fakulteta u Zagrebu. Na istom webMathematica poslužitelju nalaze se [interaktivni primjeri](#) iz sferne astronomije opisani u članku [HS].

Inače, LiveGraphics3D nije jedini slobodno dostupan Java applet za prikaz trodimenzionalnih objekata. Spomenut ćemo [JavaView](#) s još naprednijim mogućnostima prikaza, koji se također može koristiti uz Mathematicu ili uz Maple. Detaljan pregled appleta te namjene dan je na web stranici [GB].

4. LiveGraphics3D na forumu

[Internetski forum](#) (ili, kraće, samo forum) je mjesto na webu gdje posjetitelji mogu postavljati pitanja, davati odgovore, pisati komentare i slično. Ti tekstovi, takozvani *postovi*, povezani su u teme (eng. *topics*). Na mnogim forumima svatko može pisati i čitati što želi, no osoblje foruma to može više ili manje ograničiti. Trenutačno najraširenija vrsta foruma su [phpBB](#) forumi, među koje spada i [forum](#) časopisa *math.e*. Zasnovani su na programskom jeziku [PHP](#) i relacijskoj bazi podataka [MySQL](#) te predstavljaju još jedan primjer interaktivnosti postignute programima na strani poslužitelja. Više o spomenutim tehnologijama pročitajte u članku [NU] iz 6. broja *math.e*.

Za razliku od obične tekstualne komunikacije (npr. [korisničke grupe](#)), u tekstove na forumu moguće je dodavati slike, liste, osnovna formatiranja teksta, "smajlije" 😊 i slično. Nabrojani elementi su uobičajeni, a neki forumi korisnicima pružaju i znatno šire mogućnosti. Naprimjer, na forumu [Degiorgi](#) za podršku nastavi na PMF-Matematičkom odjelu mogu se pisati matematičke formule u LaTeX stilu.

Na forumima se za označavanje dodatnih elemenata upotrebljavaju takozvani BB-tagovi. Naprimjer, **masno otisnuti tekst** zapisuje se ovako: `[b]masno otisnuti tekst[/b]`. [Forum](#) časopisa *math.e* proširili smo BB-tagom `[live]...[/live]` koji poziva applet LiveGraphics3D. Tako i čitatelji koji nemaju iskustva s izradom web stranica i jezikom HTML mogu svoje *Graphics3D* objekte stavljati on-

line. Osnovna sintaksa je:

- `[live]ime.m[/live]` - prikaz unaprijed pripremljena objekta. Na raspolaganju su svi objekti iz gornjeg primjera: `dbell.m`, `dbell2.m`, `hipar.m`, `histogram3d.m`, `peak.m`, `waves.m`.
- `[live]Graphics3D[...][/live]` - prikaz vlastitog objekta. Argumente od *Graphics3D* navodimo u istom obliku kao što ih Mathematica ispisuje s *InputForm*. Pritom treba paziti jer postoji ograničenje na veličinu posta od 64 kB. Zato je poželjno smanjiti preciznost koordinata, kao što smo učinili u primjeru s kockom.
- `[live]http://...[/live]` - prikaz vlastita objekta snimljenog u datoteku koja je dostupna negdje na webu. Tako možemo prikazati i objekte veće od 64 kB.

Osim toga, BB-tag može appletu proslijediti parametre: `[live=parametri]...[/live]`. Parametre zadajemo u formatu `ime:vrijednost` i odvajamo ih znakom točka-zarez. Na forumu je omogućeno korištenje sljedećih parametara: `WIDTH`, `HEIGHT`, `BGCOLOR`, `BACKGROUND`, `CYLINDRICAL_BACKGROUND`, `INITIAL_ROTATION`, `MAGNIFICATION`, `MOUSE_DRAG_ACTION`, `POINT_EDGE_COLOR`, `PRELOAD_BACKGROUND`, `RIGHT_BACKGROUND`, `SPHERICAL_BACKGROUND`, `SPIN_X`, `SPIN_Y`, `STEREO_DISTANCE`, `STRIPPED_PRIMITIVES`, `VISIBLE_FACES`. Njihovi opisi dostupni su u [dokumentaciji](#) appleta. Ako nisu zadane dimenzije (parametri `WIDTH` i `HEIGHT`), veličina appleta bit će 150×150 piksela.

Primjere korištenja BB-taga `[live]` pogledajte [na forumu](#). Pozivamo vas da tamo postavite svoje trodimenzionalne objekte! Ako administrirate vlastiti phpBB forum i željeli biste ga proširiti BB-tagom `[live]`, pripremili smo za vas [instalacijsku skriptu](#) (applet treba posebno preuzeti s [autorove stranice](#)).

Literatura

- [BZ] T. Bedeković, B. Jandras i D. Žubrinić, *Matrične transformacije ravnine*, Math.e **1** (2004). <http://e.math.hr/linal>
- [GB] G. Beene, *3D on the web - pure Java applets*. <http://www.garybeene.com/3d/3d-pure.htm>
- [ZC] Z. Čerin, *Problemi s ortocentrom*, Math.e **9** (2006). <http://e.math.hr/ortocentar>
- [NU] A. Nakić i I. Ugrina, *Internet baza matematičkih pojmova e-Ghetaldus*, Math.e **6** (2005). <http://e.math.hr/baza>
- [SG] S. Gorjanc, *Hiperbolički paraboloid*. http://www.grad.hr/itproject_math/Links/sonja/pravcaste/2.red/hipar/hipar.html
- [HK] A. Halavuk, I. Kontrec i A. Paradi, *Koordinatni sustav*, Math.e **10** (2007). <http://e.math.hr/koordinatni>
- [HS] M. Herceg i D. Špoljarić, *Primjena webMathematice i LiveGraphics3D u sfernoj astronomiji*, KoG **10** (2006). <http://www.hdgg.hr/kog/kogk10.htm>
- [MK] M. Kraus, *LiveGraphics3D homepage*. <http://www.vis.uni-stuttgart.de/~kraus/LiveGraphics3D/>
- [RK] J. Rogness i M. Kraus, *Constructing Mathlets Quickly using LiveGraphics3D*, Journal of Online Mathematics and its Applications **6** (svibanj 2006.). <http://mathdl.maa.org/mathDL/4/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=1143>
- [IS] I. Slapničar, *Matematika 2*. <http://lavica.fesb.hr/mat2/predavanja/node55.html>
- [SS] Š. Šuljić, *Mandelbrotov skup*, Math.e **5** (2005). <http://e.math.hr/mandelbrot>
-