Razumijevanje koncepata u fizičkim jednadžbama

UDK: 53:371.388
372.853
Izvorni znanstveni članak
Primljeno: 17. 10. 2012.

Dr. sc. Nataša Erceg[1]
Odjel za fiziku Sveučilišta u Rijeci
nerceg@phy.uniri.hr

Prof. dr. sc. Ivica Aviani[2]
Institut za fiziku, Zagreb
Prirodoslovno-matematički fakultet
Sveučilišta u Splitu, Split
aviani@ifs.hr

Sažetak

U cilju pronalaženja učinkovitih metoda za nastavu fizike istraživali smo kakve su učeničke i studentske sposobnosti rješavanja netradicionalnog problema iz kinematike. U istraživanju je sudjelovalo ukupno 276 srednjoškolskih učenika i studenata fizike. Radi stjecanja uvida u okružje u kojem učenici stječu svoja znanja, analizirali smo 16 nastavnih materijala iz fizike s ciljem utvrđivanja zastupljenosti netradicionalnih problema u njima, a 48 srednjoškolskih

[1] Nataša Erceg zaposlena je kao asistent iz znanstvenog područja prirodnih znanosti, polja fizike. U svome znanstvenom djelovanju bavi se edukacijskom fizikom. Koautorica je ukupno dvanaest znanstvenih i stručnih radova u domaćim i inozemnim publikacijama.

[2] Ivica Aviani je izvanredni profesor na Sveučilištu u Splitu i viši znanstveni suradnik Instituta za fiziku u Zagrebu, eksperimentalni fizičar koji se bavi fizikom čvrstog stanja i edukacijskom fizikom. Objavio je 27 znanstvenih radova u časopisima s međunarodnom recenzijom te sudjelovao na preko 30 međunarodnih znanstvenih skupova. Uz znanstveni rad sudjeluje u sveučilišnoj nastavi, radi na edukacijskim projektima te na popularizaciji fizike.

nastavnika smo pitali kako očekuju da bi na postavljena pitanja u zadatku odgovorila većina njihovih učenika. Pred učenike i studente postavili smo problem s pitanjima otvorenog tipa, a nastavnicima smo dali upitnik zatvorenog tipa sastavljen iz odgovora učenika i studenata. Rezultati pokazuju postojanje povezanosti kurikuluma i stupnja obrazovanja s rješivosti zadatka. Međutim, pojedini ispitanici daju netočne odgovore na jednostavna konceptualna pitanja iako točno odgovaraju na pitanje koje zahtijeva matematičke vještine. Nastavnici značajno precjenjuju točnost učeničkih odgovora. Analiza udžbenika i ostalih nastavnih sredstava iz fizike pokazuje da su tradicionalni problemi većinski zastupljeni s tim da nismo našli probleme tipa kojeg smo koristili u istraživanju. To dijelom objašnjava rezultate ispitivanja. Pretpostavljamo da bi se uvođenjem netradicionalnih problema u nastavu fizike sposobnosti matematičkog korištenja i konceptualnog razumijevanja fizičkih jednadžbi mogle razvijati usporedno. U tom smislu planiramo buduća istraživanja koja će se temeljiti na provedenoj studiji.

Ključne riječi: fizičke jednadžbe, konceptualno razumijevanje, kurikulum, učeničko /studentsko rješavanje problema, udžbenici fizike.

Uvod

Rješavanje tradicionalnih problema (Kariž Merhar, 2001; Blickensderfer, 1998.) predstavlja jednu od glavnih komponenata većine nastavnih sati iz fizike, i u srednjim školama i na fakultetima (Kim i Pak, 2002.). Riječ je o problemima u kojima se od učenika/studenata zahtijeva algoritamski pristup rješavanju problema te se na taj način zapostavlja razvoj sposobnosti analiziranja i planiranja problemskih situacija te konceptualnog razumijevanja. Rješavajući tradicionalne probleme, učenici i studenti uspiju razviti potrebne matematičke vještine, međutim imaju poteškoća prilikom povezivanja algebarskog formalizma s fizikalnim konceptima i realnim svijetom (McDermott, 1993; Tuminaro, 2004.). Primjerice, Lawson i McDermott (1987.) su u svom istraživanju postavili pred studente jednostavnu fizikalnu situaciju iz dinamike, a samo nekolicina studenata je mogla povezati matematičku reprezentaciju odgovarajućih teorema s gibanjem.

Učenici i studenti puno bolje rješavaju numeričke probleme u usporedbi s ekvivalentnim simboličkim, odnosno algebarskim problemima (Torigoe i Gladding, 2007; Torigoe, 2008.; Torigoe i Gladding, 2011.; Torigoe 2011.). Suprotno očekivanju, oni nemaju poteškoća s pojednostavljivanjem algebarskih jednadžbi, već sa značenjem simbola. Jedan od uzroka takve situacije je to što fizičari koriste sadržajno ovisan vokabular za interpretaciju simboličkih jednadžbi (Sherin, 2001.). Primjerice, jednadžbe koje imaju istu matematičku strukturu mogu se interpretirati na različite načine. Tako se jednadžba $\boldsymbol{F}_\mathrm{R} = m\boldsymbol{a}$, koja ima simbolički oblik ■=■, najčešće razumijeva kao uzročna veza između rezultantne sile $\boldsymbol{F}_\mathrm{R}$ na tijelo mase m i ubrzanja $\boldsymbol{a}$ toga tijela, dok se jednadžba istog oblika $\boldsymbol{F}_\mathrm{N} = m\boldsymbol{g}$ najčešće razumijeva kao izjednačavanje normalne sile podloge $\boldsymbol{F}_\mathrm{N}$ i sile teže $m\boldsymbol{g}$. Takav specifičan i složen način povezivanja fizičke realnosti sa simboličkom algebrom, predstavlja poteškoće ne samo za učenike/studente, već i za matematičare (Redish, 2005; Redish i Gupta, 2010.). Uključivanjem brojeva u okviru numeričkih problema, informacije sadržane u jednadžbama postaju transparentnije i kao takve pojednostavljuju procese rješavanja (Torigoe, 2011.).

Sposobnost rješavanja kvantitativnih problema ne znači nužno i konceptualno razumijevanje. Mazur (1997.) je pokazao da su visoki studentski rezultati u odgovorima na složena kvantitativna pitanja često povezani s niskim rezultatima u odgovorima na analogna konceptualna pitanja. Nadalje, istraživanja pokazuju da fundamentalne konceptualne poteškoće ostaju i nakon nastave (Champagne i sur., 1980.; Twigger i sur., 1994.) te nakon velikog broja riješenih tradicionalnih problema (Kim i Pak, 2002.). Jedan od uzroka ovakve situacije je uvođenje koncepata pomoću tekstualnih ili matematičkih definicija koje većina učenika i studenata ne razumije, odnosno ne uspijeva uspostaviti vezu između znanstvenih koncepata i algebarskih izraza. Primjerice, mnogi studenti na prvoj godini učenja fizike mogu se prisjetiti definicije akceleracije, ali ne mogu iskoristiti tu definiciju za uspoređivanje akceleracije dvaju gibajućih objekata (Trowbridge i McDermott, 1981.; Labudde i sur., 1988.).

Spomenute poteškoće nastoje se prevladati razvojem konceptualnih pristupa u nastavi fizike, kojima istraživači posvećuju sve više pažnje, nižući uspjehe (npr. White, 1993; Clement, 1987.) i dajući zanimljive prijedloge (Haertel, 1987.), ali pritom umanjuju važnost korištenja fizikalnih jednadžbi (npr. Hewitt, 1971.; Larkin i sur., 1980.a; Larkin i sur., 1980.b). Za razliku od njih, Sherin (2001.) gleda puno kreativnije i fleksibilnije na mogućnost korištenja fizičkih jednadžbi. On ne misli da se fizika ne bi mogla naučiti izostavljanjem jednadžbi, već da bi se priroda takvog razumijevanja bitno razlikovala od one koju imaju fizičari i stručnjaci. Oni koriste matematičke izraze kao dio svog jezika, pozivaju se na jednadžbe radi lakšeg razumijevanja fizikalnih sadržaja (Tuminaro, 2004.), te izražavaju fizikalne pojmove i koncepte putem jednadžbi. Stoga je, prema Sherin-u (2001.), učenje o kvalitativnim značajkama svijeta jednako vrijedno kao i učenje matematiziranja svijeta. Primjena matematičkih izraza u fizici ne podrazumijeva samo rigorozno i rutinirano korištenje fizikalnih principa, popraćeno matematičkom manipulacijom izraza za dobivanje odgovora, na nivou prisjećanja. Stoga studente treba poučavati korištenju jednadžbi s razumijevanjem, tj. učiti ih kako izraziti konceptualno razumijevanje fizikalne situacije pomoću jednadžbe i kako razumjeti fizičku jednadžbu na način da iz nje mogu iščitavati fizikalne koncepte i svojstva fizikalnog sustava koji se opisuje tom jednadžbom. Drugim riječima, konceptualno razumijevanje je usko povezano s korištenjem fizikalnih jednadžbi, prilikom rješavanja problema iz fizike. Tome u prilog govore rezultati istraživanja prema kojima jednadžbe mogu biti od pomoći prilikom usvajanja fizikalnih koncepata. Primjerice, Schwartz i sur. (2005.) su otkrili da jednadžbe pomažu učenicima razumjeti probleme s ravnotežom, jer struktura jednadžbi podržava preciznost konceptualnih ideja, omogućava organizaciju višestrukih parametara i smanjuje potrebu za memoriranjem. Sloutsky i sur. (2005.) također smatraju da učenje i poučavanje može biti olakšano kada je znanje izraženo u apstraktnom, općenitom obliku, stoga ističu važnost razvoja sposobnosti sastavljanja i interpretacije simboličkih jednadžbi na nastavi fizike.

Prema Sherinu (2001.), konceptualni sadržaji i jednadžbe se povezuju na temelju stečenih elemenata znanja koje je nazvao simboličkim formama. Forme su elementi znanja koji podrazumijevaju sposobnost povezivanja matematičkih izraza s odgovarajućim simboličkim obrascima. Primjerice, obrazac tipa ■ = ■ odgovara jednadžbi u kojoj su izjednačena dva izraza bilo koje vrste. Osim simboličkog obrasca, svaka simbolička forma uključuje i konceptualnu shemu. Njome se određuju fizikalni entiteti i veze između tih entiteta, za razliku od postupka problemskog rješavanja koji je povezan s fundamentalnim fizikalnim principima (Larkin, 1983.; Chi i sur., 1981.). Dakle, konceptualna shema podrazumijeva izražavanje konceptualnih ideja pomoću jednadžbe, a simboličkim obrascem se određuje način zapisa te jednadžbe pomoću odgovarajućeg rasporeda simbola.

Primjerice, rješavajući problem s kuglicom koja jednoliko pada pod utjecajem dviju suprotnih sila, sile teže i sile otpora zraka, studenti su pokazali razumijevanje te fizikalne situacije, koristeći odgovarajuću simboličku formu (Sherin, 2001.). Pojam izjednačavanja iznosa sila upotrijebili su kao konceptualnu shemu za opis jednolikog gibanja, koju su nastojali povezati s odgovarajućim rasporedom simbola. Pritom su pisali jednadžbu $F_{ot} = F_g$, gdje je F_{ot} oznaka za iznos sile otpora zraka koja djeluje na kuglicu prema gore, a F_g je oznaka za iznos sile teže koja djeluje na kuglicu prema dolje. Iako su djelomično mogli, do ovog izraza nisu došli na temelju rutinirane primjene fizikalnih principa (Newtonovih zakona), odnosno na temelju prisjećanja formule koja vrijedi u zadanim uvjetima. Umjesto toga, konstruirali su jednadžbu kako bi izrazili razumijevanje fizikalne situacije u kojoj su izjednačeni iznosi dvaju suprotnih utjecaja na tijelo.

Iako je interpretacija fizikalnih jednadžbi nužna tijekom rješavanja problema i izvođenja zaključaka, većina učenika/studenata nailaze na poteškoće. Čak i kad razumiju jednadžbe, to razumijevanje nije potpuno nego seže do određene razine (Sherin, 2001.). Potaknuti ovom činjenicom, bili smo motivirani provesti istraživanje u kojemu smo ispitivali učeničku/studentsku sposobnost otkrivanja fizikalnih koncepata u fizičkim jednadžbama. Za razliku od tradicionalnih problema, netradicionalni problemi promiču kritičko mišljenje i diskusiju te smanjuju vjerojatnost dobivanja točnog rješenja bez razumijevanja (Kariž Merhar, 2001; Erceg i sur., 2011; Marušić i sur., 2011; Erceg i Aviani, 2013.). Odlikuju se, primjerice, nedosljednim, nebitnim ili nepotpunim podacima te nerealnim ili višestrukim rješenjima. Za razliku od kontekstualno bogatih problema (Yerushalmi i Magen, 2006; Schultz i Lockhead, 1991; Heller i sur., 1992; Heller i Hollabaugh, 1992.) sadrže neeksplicitan savjet, primjerice, o tome što treba izračunati i na koji način suditi jesu li rezultat ili zadana situacija mogući, čime se učenicima omogućava samostalan dolazak do rješenja. S obzirom na navedeno, i mi smo ispitanicima zadali originalni netradicionalni zadatak s pitanjima otvorenog tipa kako bi im na taj način omogućili slobodu u davanju odgovora. Postavili smo problem koji obuhvaća kinematičke koncepte dajući prednost toj temi kao temelju za nadogradnju ostalih fizikalnih koncepata (Beichner, 1994.). Svjesni činjenice da su te sposobnosti velikim dijelom rezultat nastavnog procesa diskutirali smo i okruženje u kojemu učenici/studenti stječu znanje. Poznata je činjenica da nastavnici nedovoljno poznaju učeničke/studentske strategije rješavanja problema te da nisu prilagođeni njihovom načinu razmišljanja (McDermott, 1993; Mayon i Knutton, 1997.). Zbog toga nas je zanimalo u kojoj mjeri nastavnici mogu predvidjeti učeničke odgovore na pitanja u istraživačkom zadatku, u smislu otkrivanja novih, učinkovitijih pristupa u nastavnom procesu. Uz to, analizirali smo nastavne materijale iz fizike s ciljem određivanja zastupljenosti zadanog tipa problema, u odnosu na tradicionalne probleme, kako bi diskutirali moguću povezanost zastupljenosti pojedinih problema s rezultatima ispitivanja učenika, studenata i nastavnika.

Metoda

Sudionici[3]

Učenici i studenti. U istraživanju je sudjelovalo ukupno 276 ispitanika koji su odabrani tehnikom ne-nasumičnog praktičnog uzorkovanja (Johnson i Christensen,

---

[3] Zahvaljujemo svim ispitanicima koji su odgovorili na naša pitanja i onima koji su nam omogućili provođenje ispitivanja: Đuditi Franko i njenom nastavničkom timu u Školi, Vesku Nikolausu, Dariju Mičiću, Branki Milotić, Maji Planinić i Mladenu Buljubašiću.

2004.). Obuhvaćeni su učenici i studenti koji su izrazili želju za sudjelovanjem u istraživa koj studiji i koji su dobili suglasnost od svojih ravnatelja i nastavnika, ukoliko nisu imali neodgodivih nastavnih obveza u vrijeme provođenja ispitivanja. Među njima je bilo 72 učenika iz Gimnazija prirodoslovno-matematičkog i informatičkog smjera u Rijeci i Zagrebu (PMI), 139 učenika iz Gimnazija općeg smjera u Rijeci i Zagrebu (OG), 24 učenika iz Strukovne škole u Rijeci (SŠ) s četverogodišnjim programom nastave fizike te 41 student nastavničkog smjera sveučilišnih studija fizike na fakultetima u Rijeci i Zagrebu (SF). Uzorak smo podijelili tako da predstavlja „hipotetičke populacije" (Johnson i Christensen, 2004.) učenika pojedinih škola, odnosno studenata fakulteta u cjelini. S obzirom na stupanj obrazovanja, uspoređivali smo učenike na srednjoškolskom stupnju obrazovanja i studente na visokoškolskom stupnju obrazovanja. Svi učenici na srednjoškolskom stupnju obrazovanja su neovisno o razredu u kojem se nalaze, samo jednom proučavali gradivo iz kinematike koje je potrebno za rješavanje istraživačkog problema. Za razliku od njih, studenti su opetovano i na višem stupnju obrazovanja obrađivali gradivo iz kinematike. Srednjoškolske učenike smo međusobno uspoređivali i s obzirom na kurikulum jer se pristupi pojedinim nastavnim sadržajima razlikuju s obzirom na smjer. Svaka od srednjoškolskih skupina ispitanika sadrži učenike od 1. do 3. razreda koji su obradili kinematiku na nastavi fizike (učenici 4. razreda nisu bili uključeni jer im je nastavna godina završila prije provođenja istraživanja u školskoj godini 2010./2011.). Analogno, uzorak studenata sastoji se od ispitanika koji su pohađali od 1. do 5. godine fakulteta (izuzevši 4. godinu), a svaki od njih je učio kinematiku po drugi put u okviru sveučilišne nastave fizike na nastavnom smjeru. Unutar svake skupine ispitanika PMI, OG, SŠ, SF, nalazi se približno jednak postotak ispitanika iz pojedinih razreda, odnosno studijskih godina. Konkretno, skupina PMI obuhvaća 25 učenika 1.razreda, 23 učenika 2. razreda i 24 učenika 3. razreda. Skupina OG sadrži 46 učenika 1.razreda, 45 učenika 2. razreda i 48 učenika 3. razreda. Skupina SŠ obuhvaća 8 učenika 1.razreda, 8 učenika 2. razreda i 8 učenika 3. razreda. Skupina SF broji 9 studenata 1. godine, 12 studenata 2. godine, 7 studenata 4. godine i 13 studenata 5. godine studija.

Nastavnici. U istraživanju nastavnika dobrovoljno je sudjelovalo svih 48 sudionika Stručnog skupa srednjoškolskih nastavnika fizike Splitsko-dalmatinske županije održanog u rujnu 2011. godine u Splitu. Oni su odabrani tehnikom jedno-stupanjskog klasterskog uzorkovanja (Johnson i Christensen, 2004.).

 napredak 154 (1 - 2) 61 - 82 (2013)

Materijali

Zadatak za učenike i studente

Ispitanicima smo zadali originalan netradicionalni problem[4] koji glasi:

Promatrajući trčanje dvaju natjecatelja na Riječkom polumaratonu, uočeno je da se na jednom dijelu pravocrtne staze njihovo gibanje može opisati relacijama ovisnosti položaja x o vremenu t:

$$x_{1.\text{natjecatelj}} = 4\ \text{m/s} \cdot t,$$

$$x_{2.\text{natjecatelj}} = -\,4\ \text{m/s} \cdot (-\,t + 1\text{s})\ .$$

1) *Koju vrstu gibanja izvode natjecatelji?*
2) *Odredite fizikalne veličine iz ovih relacija, međusobno ih usporedite te zaključite u kojem su međusobnom položaju trkači? Obrazložite odgovor.*

U njemu su implicitno, unutar fizičkih jednadžbi, zadane fizičke veličine koje je potrebno razmotriti da bi se došlo do odgovora na pitanje 2), ali se kroz pitanje 1) daje neeksplicitan savjet o tome u kojem smjeru bi učenik trebao razmišljati prilikom dolaska do rješenja. Čak i ako ispitanici dođu do rješenja matematičkim putem u drugom dijelu zadatka, odgovori na pitanje 1) ukazat će na njihovo ispravno ili neispravno konceptualno razumijevanje vrste gibanja.

Ispravni odgovori na postavljena pitanja zahtijevali su poznavanje odgovarajućih simboličkih formi (Sherin, 2001.). To podrazumijeva: (1) povezivanje matematičkih izraza s odgovarajućim simboličkim obrascima, kojima se određuje raspored simbola te (2) pridruživanje simbolima odgovarajućih fizičkih veličina i određivanje njihovih veza s ciljem stvaranja konceptualne sheme.

Jednadžba $x_{1.\text{natjecatelj}} = (4\ \text{m/s}) \cdot t$ sadrži dvije simboličke forme, formu *jednakosti* i formu *proporcionalnosti*.

Forma jednakosti zapisuje se obliku $x = [\ldots]$ (Sherin, 2001.). U toj najjednostavnijoj i najzastupljenijoj formi, obično se s lijeve strane od znaka jednakosti nalazi jedna veličina x, koja u našem slučaju predstavlja položaj prvog natjecatelja $x_{1.\text{natjecatelj}}$. S desne strane se nalazi odgovarajući izraz [...], koji u našoj jednadžbi glasi $(4\ \text{m/s}) \cdot t$.

[4] Odgovarajući tradicionalni problem bi glasio primjerice: Dva trkača se gibaju jednoliko pravocrtno brzinom 4 m/s, pri čemu drugi trkač zaostaje za prvim 1s. Na kojoj se međusobnoj udaljenosti nalaze trkači?

Forma proporcionalnosti općenito se zapisuje u obliku $\left[\frac{\ldots x \ldots}{\ldots}\right]$ (Sherin, 2001.) te podrazumijeva proporcionalnost s veličinom x izdvojenom u brojniku cjelokupnog izraza, pri čemu su ostale veličine u izrazu, predstavljene točkicama, konstantne. U našem slučaju, simbol x odgovara simbolu vremena t koji se nalazi u izrazu s desne strane jednakosti. Kažemo da se položaj prvog natjecatelja $x_{1.\mathrm{natjecatelj}}$, mijenja proporcionalno s vremenom t, tj. koliko puta se poveća vrijeme, toliko puta se poveća iznos pomaka od ishodišta koordinatnog sustava. Ovdje je izuzetno važno ispravno odrediti ishodište. Pritom treba imati u vidu da zadane jednadžbe dobro opisuju položaje natjecatelja samo za vrijeme promatranja. Stoga je ispravno postaviti ishodište koordinatnog sustava u položaj u kojemu se nalazi prvi natjecatelj kada započnemo promatranje (nikako ne u položaj na početku trke). Od tog trenutka počinjemo mjeriti i vrijeme pa je na početku promatranja uz $x = 0$ i $t = 0$. Uz to os x koordinatnog sustava usmjerit ćemo tako da se podudara sa smjerom gibanja natjecatelja. Budući da je riječ o pravocrtnom gibanju u pozitivnom smjeru koordinatne osi x, pomak možemo poistovjetiti s putom. Slijedi zaključak da je put koji prelazi prvi natjecatelj proporcionalan vremenu, uz koeficijent proporcionalnosti 4 m/s, odnosno da se prvi natjecatelj giba jednoliko pravocrtno, stalnom brzinom od 4 m/s.

Pitanja vezana uz gibanje drugog natjecatelja te uz međusobni položaj trkača, uključuju u razmatranje drugu jednadžbu:

$$x_{2.\mathrm{natjecatelj}} = -\,4\,\mathrm{m/s} \cdot (-\,t + 1\mathrm{s})\ .$$

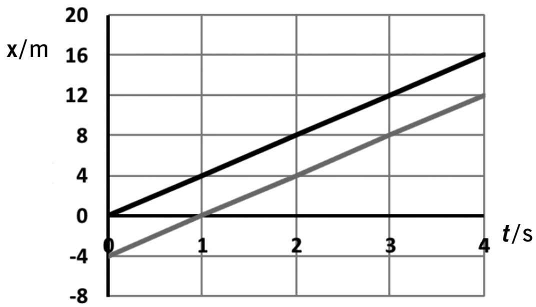
Nju je najprije trebalo pretvoriti u pregledan oblik, rješavajući se zagrade, odnosno množeći svaki član s faktorom ispred zagrade:

$$x_{2.\mathrm{natjecatelj}} = 4\,\mathrm{m/s} \cdot t - 4\mathrm{m}\ .$$

Tako dobivena jednadžba također sadrži formu jednakosti, jer ima znak jednakosti s čije lijeve strane se nalazi samo jedna veličina, tj. položaj drugog natjecatelja $x_{2.\mathrm{natjecatelj}}$.

S desne strane nalazi se izraz (4 m/s) · t – 4m, odnosno – 4m + (4 m/s) · t koji ima formu *baza* + *promjena*. Simbolički obrazac ove forme se zapisuje kao [■ + Δ] (Sherin, 2001.). Simbol ■ označava bazu, koja u našem slučaju iznosi – 4m i ima značenje početnog položaja drugog natjecatelja u odnosu na ishodište koordinatnog sustava. Negativna vrijednost označava početni položaj s donje strane ishodišta, odnosno iza prvog natjecatelja koji je u ishodištu. Simbol **Δ** označava promjenu kojom se uvećava baza i koja u našem slučaju ima vrijednost (4 m/s) · t. Na temelju ovog simboličkog obrasca možemo dati konceptualnu shemu kojom tvrdimo da zadani izraz opisuje linearnu ovisnost položaja $x_{2.\mathrm{natjecatelj}}$ o vremenu t uz konstantnu brzinu od 4 m/s. Dakle, za vrijeme promatranja drugi natjecatelj se također giba jednoliko i zaostaje za prvim natjecateljem za iznos baze, tj. za 4 m.

Problem se mogao riješiti i grafički, crtanjem dijelova dvaju pravaca $x_{1.\text{natjecatelj}} = (4\text{ m/s})\cdot t$ i $x_{2.\text{natjecatelj}} = -4\text{m} + (4\text{ m/s}) \cdot t$ za $t \geq 0$ (sl. 1). Crni polupravac povučen iz ishodišta koji prikazuje proporcionalnu ovisnost položaja o vremenu tijekom gibanja prvog natjecatelja, prikazuje i jednoliko gibanje. Nagib polupravca je koeficijent proporcionalnosti i jednak je brzini od 4 m/s. Sivi polupravac povučen iz točke (0 s, –4 m) prikazuje linearnu ovisnost položaja o vremenu tijekom gibanja 2. natjecatelja. On je paralelan s prvim pravcem, što znači da se i drugi natjecatelj giba jednoliko pravocrtno, jednakom brzinom kao i prvi. Budući da se crni polupravac nalazi 4 m iznad sivog, odnosno 1 s lijevo od sivog, možemo zaključiti da je 1. natjecatelj 4 m, odnosno 1s ispred 2. natjecatelja. Primjerice, u trenutku $t = 1$ s, prvi natjecatelj je u položaju $x_1 = 4$ m, a drugi natjecatelj u položaju $x_2 = 0$ m. Analogno tome, u položaju $x = 4$ m, prvi natjecatelj je u trenutku $t_1 = 1$ s, a drugi natjecatelj u kasnijem trenutku $t_2 = 2$ s. Iskustvo nam kaže da su natjecatelji startali istodobno te da je zaostatak od 4 m nastao tijekom trke. Zbog toga je jasno da jednadžbe ne opisuju dobro gibanje natjecatelja od samog početka trke. Činjenica da jednadžbe samo približno opisuju stvarno gibanje i to samo u određenom intervalu vremena, dodatno otežava fizikalnu interpretaciju jednadžbi. Matematički opis fizikalne situacije vrijedi samo u onom dijelu trke koji mi promatramo, tj. dok trkači prolaze pored nas.



Slika 1. Grafički prikaz ovisnosti položaja x o vremenu *t* tijekom promatranja gibanja dvaju natjecatelja na polumaratonu.

Na jednak način kako je prikazano u grafičkom rješenju drugog dijela netradicionalnog problema, može se riješiti odgovarajući tradicionalni problem naveden u fusnoti 1. On se također može riješiti i pukim uvrštavanjem u formulu. Kao primjer navodimo postupak rješavanja koji se svodi na uvrštavanje zadanih veličina $\Delta t = 1$ s i $v = 4$ m/s u formulu za prijeđeni pomak ili put pri jednolikom pravocrtnom gibanju $\Delta x = v\ \Delta t = 4$ m. Slijedi odgovor na postavljeno pitanje u tradicionalnom problemu: Trkači se nalaze na međusobnoj udaljenosti 4m. Iza ovog rješenja stoji sljedeća interpretacija. Nakon što prvi trkač prođe pored promatrača, drugi trkač koji se giba brzinom v = 4 m/s i zaostaje jednu sekundu (Δt = 1 s) za prvim, proći će pored promatrača nakon što prijeđe put $\Delta s = v\ \Delta t$ = 4 m. Upravo toliko metara trči iza prvog trkača. Iako odgovarajuća interpretacija postoji, njeno izricanje se ni na koji način ne zahtijeva u postupku rješavanja. Stoga je ovaj zadatak tipičan primjer tradicionalnog problema u kojemu se može doći do točnog rješenja i bez razumijevanja. Iako se drugi dio našeg istraživačkog problema može poistovjetiti s tradicionalnim, važno je napomenuti da je on gledan u cjelini netradicionalan. Njegov prvi dio omogućava uvid u eventualno nerazumijevanje koncepta gibanja sadržanog u fizičkim jednadžbama, što može ukazati na potrebu za detaljnijom raspravom u smislu fundamentalnog razumijevanja.

Upitnik za nastavnike

Nastavnicima smo postavili pitanja ekvivalentna onima koje smo postavili učenicima, u formi upitnika zatvorenog tipa (tablica 1). Upitnik smo oblikovali koristeći potpitanja (1.1, 1.2 i 2.1) te tipične učeničke odgovore iz tablice 2.

Tablica 1. Upitnik za nastavnike u obliku pitanja zatvorenog tipa. Redni brojevi pitanja su u skladu su s numeracijom u tablici 2.

Promatrajući trčanje dvaju natjecatelja na Riječkom polumaratonu, uočeno je da se na jednom dijelu pravocrtne staze njihovo gibanje može opisati relacijama ovisnosti položaja x o vremenu t:	$x_{1.\text{natjecatelj}} = 4 \cdot t$, $x_{2.\text{natjecatelj}} = -4 \cdot (-t + 1\text{s})$.
Molimo Vas da odgovorite zaokruživanjem jednog od ponuđenih odgovora, ali ne kako Vi mislite da je ispravno, već onako kako smatrate da bi to učinila većina Vaših učenika kada bi se našla pred pojedinim pitanjem.	
1.1. Koju vrstu gibanja izvodi 1. natjecatelj? a) Jednoliko. b) Jednoliko ubrzano c) Jednoliko usporeno d) Nejednoliko.	
1.2. Koju vrstu gibanja izvodi 2. natjecatelj? a) Jednoliko b) Jednoliko ubrzano c) Jednoliko usporeno d) Nejednoliko.	
2.1. U kojem su međusobnom položaju natjecatelji? a) Prvi natjecatelj zaostaje 1 s za drugim. b) Prvi natjecatelj je brži od drugoga. c) Prvi natjecatelj je 4 m ispred drugoga. d) Natjecatelji se gibaju u suprotnim smjerovima.	

Nastavni materijali iz fizike

Analizu nastavnih materijala iz fizike proveli smo da bi utvrdili u kojoj su mjeri u srednjoškolskim udžbenicima, u odnosu na tradicionalne probleme, zastupljeni netradicionalni problemi, posebno problemi slični onom kojeg su rješavali ispitanici u okviru našeg istraživanja.Analizirali smo 16 udžbenika i pripadajućih dopunskih nastavnih sredstava za 1. razred gimnazija i srednjih strukovnih škola s četverogodišnjim programom fizike, koji su odobreni od strane Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta Republike Hrvatske (MZOS RH) za školsku godinu 2010./2011. (Labor, 2007.a; Horvat i Hrupec, 2010.; Horvat i sur., 2010a; Horvat i sur., 2010b; Andreis i sur., 2007; Paar, 2007; Paar i Šips, 2006.; Roginić, 2010.a; Roginić, 2010.b; Labor, 2007.b; Negovec i Pavlović, 2009.; Negovec i Pavlović, 2008.; Kulišić i Pavlović, 2010.; Lopac, 2007.; Roginić, 2010.c; Roginić, 2010.d). Spomenuti udžbenici, radne bilježnice i zbirke zadataka nalaze se u Katalozima obveznih udžbenika i pripadajućih dopunskih nastavnih sredstava za gimnazije i srednje strukovne škole u školskoj godini 2010./2011. i 2011./2012. (MZOS RH, 2010). Ovakav odabir nastavnih materijala napravljen je s obzirom na sastav uzorka ispitanika (učenici gimnazija i srednje strukovne škole s četverogodišnjim programom fizike), na vrijeme kada je istraživanje provedeno (na kraju šk. god. 2010./2011.) te na gradivo obuhvaćeno netradicionalnim problemima (gradivo fizike za 1. razred).

Postupak

Učenici i studenti. Svaki učenik, odnosno student dobio je list papira s kopijom zadatka te prazan list papira na kojemu je trebao opisno, svojim riječima, odgovarati na otvorena pitanja 1 i 2. Vrijeme nije bilo ograničeno.

Nastavnici. Zamolili smo ih da odgovore zaokruživanjem jednog od ponuđenih odgovora, ali ne kako oni misle da je ispravno, već onako kako to očekuju da bi učinila većina njihovih učenika kada bi se našla pred pojedinim pitanjem. Slično istraživanje proveli su Lightman i Sadler (1993.). Oni su ispitivali u kojoj mjeri nastavnici mogu predvidjeti postotak učenika koji će točno odgovoriti na ispitna pitanja. Viiri (2003) je također sastavio upitnik na temelju učeničkih odgovora i pomoću njega ispitivao kakve odgovore nastavnici očekuju od svojih učenika.

Analiza udžbenika. Odabrane udžbenike i ostala nastavna sredstva iz fizike grupirali smo s obzirom na škole za koje su namijenjena (gimnazije (G) i strukovne škole (SŠ)) te prema autorima. Naime, različiti autori ili skupine autora, koristili su različit broj nastavnih sredstava u okviru kojih su obuhvatili odgovarajuće nastavne sadržaje i različite tipove zadataka za pojedine nastavne programe. Primjerice, Labor je sve navedeno u okviru gimnazijskog programa obuhvatio jednim udžbenikom

(Labor 2007.a), dok su Horvat i sur. za istu svrhu osmislili udžbenik (Horvat i Hrupec 2010), radnu bilježnicu (Horvat i sur. 2010a) i zbirku zadataka (Horvat i sur. 2010b). Na taj način, formirali smo 10 skupina odabranih nastavnih sredstava: Labor (G) (Labor 2007.a), Horvat i sur. (G) (Horvat i Hrupec 2010., Horvat i sur. 2010.a, Horvat i sur. 2010.b), Andreis i sur. (G) (Andreis i sur. 2007.), Paar i Šips (G) (Paar 2007., Paar i Šips 2006.), Roginić (G) (Roginić 2010.a, Roginić 2010.b), Labor (SŠ) (Labor 2007.b), Negovec i Pavlović (SŠ) (Negovec i Pavlović 2009., Negovec i Pavlović 2008.), Kulišić i Pavlović (SŠ) (Kulišić i Pavlović 2010.), Lopac (SŠ) (Lopac 2007.) i Roginić (SŠ) (Roginić 2010.c, Roginić 2010.d). Iščitali smo zadatke u navedenim materijalima te smo ih, na temelju subjektivne procjene, razvrstali na tradicionalne i netradicionalne, unutar svake od 10 skupina. Uzimajući u obzir definiciju tradicionalnih problema prema kojoj oni od učenika/studenata zahtijevaju algoritamski pristup rješavanju problema i koje je moguće riješiti i bez konceptualnog razumijevanja kao što je to pokazano na primjeru u fusnoti 1 u okviru poglavlja *Zadatak za učenike i studente*, u skupinu tradicionalnih problema uvrstili smo one zadatke u kojima se traži računanje nepoznatih veličina uvrštavanjem zadanih fizičkih veličina u odgovarajuće formule, grafički ili matematički prikaz ovisnosti fizičkih veličina, crtanje odgovarajućih dijagrama i sl. Sukladno definiciji netradicionalnih problema, prema kojoj oni promiču kritičko mišljenje i diskusiju, smanjuju vjerojatnost dobivanja točnog rješenja bez razumijevanja te sadrže neeksplicitne savjete da bi ih učenici mogli samostalno riješiti (što je također detaljnije diskutirano na našem primjeru u poglavlju *Zadatak za učenike i studente*), u tu skupinu uvrstili smo one probleme kojima se ispituje sposobnost: otkrivanja fizikalnih koncepata na fotografijama, otkrivanja fizikalnih koncepata u različitim reprezentacijama fizikalnog problema (matematičkim izrazima, dijagramima i grafičkim prikazima) te zauzimanja kritičkog stava prema postavljanju i rješivosti fizikalnog problema. U okviru netradicionalnih problema, posebno smo tražili zadatke tipa koji smo koristili u istraživanju, tj. zadatke u kojima se ispituje sposobnost otkrivanja fizikalnih koncepata u fizičkim jednadžbama. Pitanja i zadaci koji nisu bili obuhvaćeni našom analizom, a nalaze se u spomenutim nastavnim sredstvima, su: riješeni udžbenički primjeri, praktikumski zadaci, pitanja koja zahtijevaju reprodukciju sadržaja iz udžbenika (izricanje definicija, formula, nabrajanje primjera i sl.), zadaci zadani riječima koji zahtijevaju reprodukciju ili konceptualno razumijevanje, u ovisnosti o tome da li se rješenja nalaze unutar sadržaja udžbenika ili ne.

Rezultati

Odgovori učenika i studenata

Učeničke i studentske odgovore razvrstali smo u tri različite skupine, kao odgovore na tri hipotetska potpitanja. Potpitanja su nastala u skladu s tipičnim odgovorima ispitanika pri čemu smo pitanje 1 raslojili na dva potpitanja (1.1 i 1.2), a pitanje 2 smo napisali u skraćenom obliku 2.1 (tablica 2). Pomoću tih potpitanja klasificirali smo i vrednovali odgovore svakog ispitanika tako da smo svakom potpitanju pridružili jednu od tri vrijednosti: točno, netočno i bez odgovora. Pripadnost pojedinih odgovora odgovarajućem potpitanju odredili smo subjektivnom procjenom ispitivača koja se temelji na višegodišnjem iskustvu u radu s učenicima u školi. Učenici i studenti koji su objašnjavali odgovore, radili su to opisno, matematički, grafički ili shematski. Rezultati analize, tipični odgovori ispitanika, kao i doslovni primjeri pojedine vrste odgovora prikazani su u tablici 2.

Tablica 2. Klasifikacija i raspodjela učeničkih i studentskih odgovora na pitanja u zadanom problemu.

Pitanja i odgovori	Postoci
1.1. Koju vrstu gibanja izvodi 1. natjecatelj?	
Točan odgovor: Jednoliko (pravocrtno) gibanje. Primjer obrazloženja uz ovaj točan odgovor je zaokruživanje fizičke veličine 4 m/s u zadanom izrazu: $x_{1.\text{natjecatelj}} = 4(\text{m/s}) \cdot t$.	47 %
Netočni odgovori:	43 %
Ubrzano gibanje. (21,93 %) Usporeno gibanje. (1,29 %) Ostala gibanja. (19,78 %) Npr.: *Nejednoliko nepravocrtno; Trčanje; Kinetičko gibanje.*	
Bez odgovora	10 %
1.2. Koju vrstu gibanja izvodi 2. natjecatelj?	
Točan odgovor: Jednoliko (pravocrtno) gibanje.	40 %
Netočni odgovori:	47 %
Ubrzano gibanje. (18,8 %) Usporeno gibanje. (7,52 %) Ostala gibanja. (20,68 %) Npr.: *Čudesno gibanje; Raznovrsno gibanje; Fizičko gibanje.*	
Bez odgovora	13 %

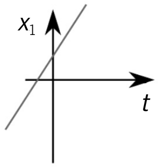
2.1. U kojem su međusobnom odnosu natjecatelji?

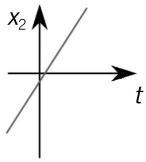
Točan odgovor: Prvi natjecatelj je ispred drugoga (4 m i/ili 1s). Npr.: **26 %**

Jer je $s_1 = 4\text{m/s} \cdot t$, $s_2 = 4\text{m/s} \cdot t - 4\text{m} \Rightarrow s_2 - s_1 = 4\text{m}$.

Drugi trkač je uvijek 4m iza prvog trkača jer je

t	0	2	4
x_1	0	8	16
x_2	-4	4	12





Netočni odgovori: **38 %**

Prvi natjecatelj je brži od drugoga. (11,78 %)
Npr.: *Prvi je brži jer drugi ima minus u formuli; Brzina prvog veća je za (-t + 1s) od brzine drugog trkača.*

Drugi natjecatelj je ispred prvoga. (7,22 %)
Npr.: *Drugi je u prednosti 4 m, jer je krenuo 1 s prije; Drugi je u prednosti za 1 s bez obzira na minus predznak, jer minus i minus daju plus.*

Natjecatelji se gibaju u suprotnim smjerovima. (6,84 %)
Npr.: *Imaju različit smjer, jer je jednom brzina pozitivna, a drugom negativna; Idu jedan drugome u susret, jer im je put suprotnog predznaka.*

Natjecatelji su jedan do drugoga. (3,04 %)
Npr.: *U istom su položaju, jer ga je drugi sustigao.*

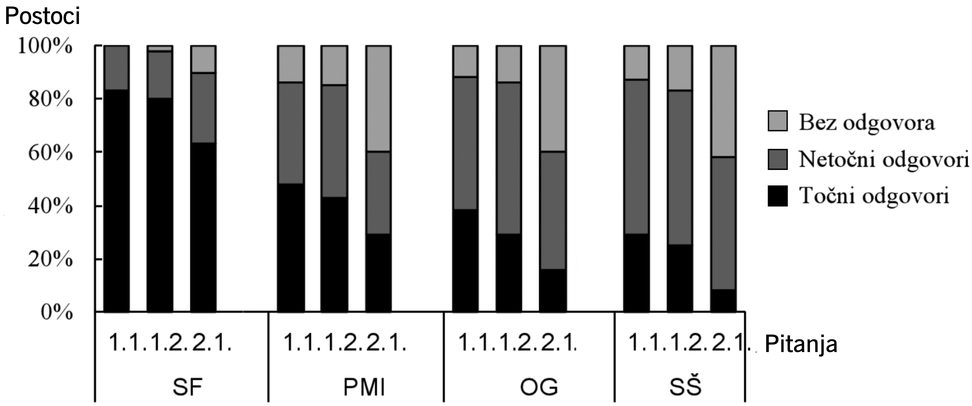
Drugi natjecatelj je brži od prvoga. (3,04 %)
Npr.: *Drugi je brži od prvoga, jer se u svakih 4 m/s brzina poveća za 1.*

Natjecatelji se međusobno sustižu. (1,90 %)
Npr.: *Jedan trkač sustiže drugog, jer jedan ide jednoliko i zadržava brzinu, a drugi usporava.*

Ostali netočni odgovori. (4,18 %)
Npr.: *Nisu jednako brzi, jer im se gibanje ne opisuje istom formulom*;

$x_1 = 4(\text{m/s}) \cdot t = 4(\text{m/s}) \cdot \text{s} = 4\text{m}$, $x_2 = -4(\text{m/s}) \cdot (-t + 1\text{s}) =$
$= -4(\text{m/s}) \cdot (-\text{s} + 1\text{s}) = 4\text{ms}$. *Prvom je prikazan put, a drugom brzina, jer je 1. izraženo u metrima, a 2. u metrima po sekundi.*

Bez odgovora **36 %**



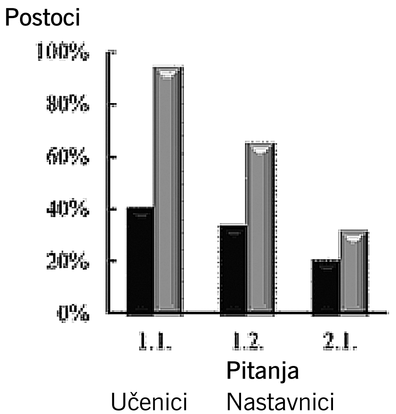
SF – studenti fizike nastavničkog smjera
PMI – prirodoslovno-matematički i informatički smjer gimnazije
OG – opći smjer gimnazije
SŠ – strukovna škola

Slika 2. Raspodjela postotaka odgovora na pitanja iz tablice 2 za pojedine grupe sudionika.

Na slici 2 grafikonima je prikazana raspodjela postotaka odgovora po pitanjima za sve četiri skupine ispitanika: studente SF i učenike OG, PMI, SŠ. Svaki stupić unutar grafikona odgovara jednom pitanju iz tablice 2 i označen je odgovarajućim brojem. Nadalje, svaki stupić osjenčan je po visini trima različitim nijansama u omjerima postotaka pojedinih odgovora: točnih, netočnih ili bez odgovora.

Odgovori nastavnika

Rezultati istraživanja nastavnika u usporedbi s postocima stvarnih ispravnih odgovora učenika, na svako pojedino pitanje u problemu, prikazani su na slici 3.



Slika 3. Usporedba postotaka nastavnika koji predviđaju da će većina učenika točno odgovoriti na pojedina pitanja, s postocima stvarnih ispravnih odgovora učenika.

Analiza udžbenika

Rezultati pokazuju da su netradicionalni problemi zastupljeni u relativno malom postotku s tim da se zadaci tipa koji smo koristili u istraživanju, tj. zadaci u kojima se ispituje sposobnost otkrivanja fizikalnih koncepata u fizičkim jednadžbama, uopće ne pojavljuju u analiziranim nastavnim materijalima. S druge strane, tradicionalni problemi imaju najveću zastupljenost u svim skupinama nastavnih sredstava iz fizike (ukupno 86 %).

Rasprava

Iz grafičkog prikaza na sl. 2 vidljivo je da je pitanje 1.1 bilo najlakše za ispitanike u svim skupinama, jer na njega otpada najveći postotak ispravnih odgovora i najmanji postotak ispitanika bez odgovora. Pitanje 2.1 je bilo najteže za svaku grupu učenika/studenata što je vidljivo po najmanjem postotku ispravnih odgovora i najvećem postotku ispitanika bez odgovora.

Većina ispitanika (47%) koji su točno odgovorili na pitanje o vrsti gibanja prvog trkača, otkrili su simboličke forme jednakosti i proporcionalnosti u prvoj fizičkoj jednadžbi ili su nacrtali odgovarajući grafički prikaz. Da bi to postigli neki od njih promatrali su izraz (4 m/s) · *t* u formi *izdvojenog faktora*, koja se može zapisati u obliku [*x* ■] (Sherin, 2001.). Izdvojeni faktor ovdje je označen s *x* i često uključuje samo jednu veličinu. Gotovo uvijek se piše s lijeve strane u odnosu na ostatak izraza ■, koji se odnosi na jednu fizičku veličinu ili na skupinu veličina. U našem izrazu, izdvojeni faktor je brzina od 4 m/s, koju su neki učenici i studenti zaokružili u fizičkoj jednadžbi koja je stajala uz točan odgovor, a ostatak izraza je varijabla – vrijeme *t*. Prema rezultatima sličnih istraživanja (Sherin, 2001.), studenti rijetko povezuju izdvojene faktore s dinamičkim varijablama koje se mijenjaju tijekom promatranog fizikalnog procesa. Umjesto toga, izdvojenim faktorima smatraju konstante koje u odgovarajućem smislu definiraju okolnosti procesa. Primjerice, studenti misle da izdvojeni faktori kvantitativno određuju jačinu utjecaja na gibanje. Neki naši ispitanici povodili su se sličnim idejama, uzimajući u obzir da izdvojeni faktor predstavlja stalnu brzinu koja uzrokuje jednoliko gibanje.

Jedan od mogućih razloga pogrešnih odgovora na pitanja 1.1 i 1.2 (22 %, odnosno 19 %), u kojima su ispitanici smatrali da se radi o ubrzanom gibanju, je miješanje formula koje opisuju različita gibanja (Sherin, 2001.), zbog nemogućnosti interpretacije simbola u tim formulama. Primjerice, formule $x = v_0 t$ i $v = at$, odnosno $x = x_0 + v_0 t$ i $v = v_0 + at$ sadrže jednake simboličke obrasce, ali različite konceptualne sheme. Stoga, ispitanici koji su uspjeli prepoznati simboličke obrasce u jednadžbama, ali nisu znali pridružiti odgovarajuća značenja simbolima, nisu uspjeli točno riješiti problem. Ovakve učeničke/studentske poteškoće nisu iznenađujuće s obzirom na uočenu nedosljednost označavanja odgovarajućih fizičkih veličina u različitim formulama, u svim udžbenicima koje smo analizirali u okviru ovoga rada. Primjerice, na početku obrade različitih vrsta gibanja, prijeđeni put *s* se definira kao skalarna veličina, što znači da može poprimiti samo pozitivne vrijednosti. Kasnije se taj isti simbol *s* koristi u formulama tipa $s = at^2/2$, koje u sebi sadrže vektorske veličine. Budući da vrijednosti vektorskih veličina (u ovom slučaju akceleracija *a*) mogu poprimiti pozitivnu ili negativnu vrijednost, u ovisnosti o njihovom smjeru (Serway, 2006.), slijedi da *s* također može poprimiti pozitivnu ili negativnu vrijednost, što nije u skladu s uvodnom definicijom puta. Ostaje nejasno je li *s* simbol puta ili pomaka, odnosno je li riječ o oznaci za skalarnu ili vektorsku veličinu.

Mogući razlog netočnih odgovora koji obuhvaćaju ostale vrste gibanja (20 % odgovora na pitanje 1.1 i 21 % odgovora na pitanje 1.2) je promatranje i interpretacija fizikalnih jednadžbi pomoću forme *ovisnosti.* Ta forma se može zapisati kao [...*x*...] (Sherin, 2001.), a znači ovisnost izraza o izdvojenoj veličini *x*. U našem slučaju, ta izdvojena veličina je vrijeme *t* u izrazu $(4\ \text{m/s}) \cdot t$. Stoga možemo reći da položaj *x* ovisi o vremenu ili da je funkcija vremena, tj. ako se mijenja vrijeme, mijenja se i položaj. Međutim, bez uočavanja vrste ovisnosti tih dviju veličina, nije moguće točno odgovoriti na postavljeno pitanje 1.

Na sl. 2 se također može uočiti da su problem najbolje riješili studenti SF, koji, u odnosu na ostale skupine ispitanika, imaju najveće postotke točnih odgovora i najmanje postotke netočnih odgovora na sva pitanja. Nakon njih slijede gimnazijalci PMI, gimnazijalci OG i učenici SŠ. To ukazuje na činjenicu da su tradicionalni kurikulum i stupanj obrazovanja povezani s razvojem sposobnosti otkrivanja koncepata u fizičkim jednadžbama. Međutim, među ispitanicima koji su točno odgovorili na pitanje 2.1 o međusobnom položaju trkača, postoji njih 27 % koji su netočno odgovorili na pitanja 1.1 i/ili 1.2 o vrsti gibanja natjecatelja. U nedostatku konceptualnog razumijevanja, da bi došli do rješenja problema, oni se služe uvježbanim matematičkim vještinama, npr. matematičkom transformacijom druge jednadžbe, tabličnim prikazom relevantnih podataka i crtanjem pravaca u koordinatnom sustavu (tablica 2). Na taj način samo stvaraju privid usvojenosti koncepata koje zapravo ne razumiju. Ovaj rezultat upućuje na razmišljanje da su učenici i studenti navikli na zadatke koji zahtijevaju algoritamski, a ne konceptualan pristup, što je u skladu s rezultatima analize nastavnih materijala iz fizike.

Iz grafičkog prikaza na slici 3 vidimo da nastavnici očekuju bolje učeničke odgovore na sva pitanja, nego što to u stvarnosti jest, ali raspodjela postotaka po pitanjima odgovara stvarnoj. Drugim riječima, nastavnici precjenjuju učeničku sposobnost rješavanja zadanog problema, ali prepoznaju pitanja koja kod učenika stvaraju

 napredak 154 (1-2) 61-82 (2013)

poteškoće. To se posebice odnosi na koncept jednolikog gibanja (pitanje 1.1), kojeg je trebalo prepoznati iz proporcionalne ovisnosti položaja o vremenu, gdje su očekivanja nastavnika više od dvostruko precijenjena i iznose 94 % u odnosu na stvarnih 40 %. Najmanja razlika od 11 % odnosi se na posljednje pitanje na koje su učenici dali najmanji postotak točnih odgovora (20 %), a vezano je uz određivanje međusobnog položaja natjecatelja. Način na koji su nastavnici predvidjeli učeničke odgovore, ukazuje na rješavanje tradicionalnih problema na nastavi fizike, što bi se i očekivalo s obzirom na veliku zastupljenost takvih zadataka u udžbenicima i ostalim nastavnim sredstvima. U prilog tome govori i rezultat ispitivanja prema kojemu ispravno očekuju da će postotak točnih odgovora učenika biti to manji što su pitanja složenija u matematičkom smislu. Velike razlike u postocima točnih odgovora na pitanja 1.1 i 1.2 ukazuju na nedovoljno posvećivanje pažnje razumijevanju značenja fizikalnih jednadžbi.

Naši rezultati pokazuju da postoji neslaganje između načina poučavanja i načina učenja koje je izraženo u tradicionalnom pristupu nastavi (McDermott, 1993.). Nastavnici ignoriraju činjenicu da se učenička percepcija razlikuje od njihove vlastite te pogrešno pretpostavljaju da se učeničke sposobnosti problemskog rješavanja mogu razviti uvježbavanjem rješavanja sve složenijih tradicionalnih problema (McDermott, 1993.). Smatramo da bi se takvo stanje dijelom moglo popraviti usporednim razvojem sposobnosti matematičkog korištenja i konceptualnog razumijevanja fizičkih jednadžbi primjenjujući tip zornog problema poput ovog koji smo postavili pred ispitanike. Mogućnosti ovakve metode u nastavi tek treba istražiti.

Zaključak

S ciljem otkrivanja novih, učinkovitijih pristupa u nastavnom procesu istraživali smo kakve su učeničke/studentske sposobnosti otkrivanja kinematičkih koncepata u fizikalnim jednadžbama koristeći originalni netradicionalni problem otvorenog tipa. Uz to, zanimalo nas je u kojoj mjeri nastavnici mogu predvidjeti učeničke odgovore na pitanja u danom problemu. Stoga smo im ponudili upitnik zatvorenog tipa. U istraživanju je sudjelovalo ukupno 276 srednjoškolskih učenika i studenata fizike te 48 srednjoškolskih nastavnika fizike. Analizirali smo zastupljenost netradicionalnih problema u 16 nastavnih materijala iz fizike.

Rezultati istraživanja pokazuju da je raspodjela težine pitanja u zadanom problemu približno jednaka za sve skupine ispitanika. Problem su najbolje riješili studenti SF, a nakon njih redom gimnazijalci PMI, gimnazijalci OG i učenici SŠ. To ukazuje na postojanje povezanosti kurikuluma i stupnja obrazovanja s rješivosti zadatka. Osim usvajanja matematičkih vještina, pažnja se očito posvećuje razumijevanju fizičkih jednadžbi. Međutim, čak 27 % ispitanika koji točno odgovaraju na pitanje koje zahtijeva matematičke vještine, daju netočne odgovore na jednostavna konceptualna pitanja, što odražava nerazumijevanje jednadžbi u fundamentalnom smislu.

Uspoređujući odgovore koje nastavnici unaprijed očekuju od učenika, sa stvarnim odgovorima učenika, uočili smo da nastavnici precjenjuju učeničku sposobnost rješavanja zadanog problema. To se posebice odnosi na prepoznavanje koncepta jednolikog gibanja, iz proporcionalne i linearne ovisnosti položaja o vremenu.

Rezultati analize udžbenika i ostalih nastavnih sredstava iz fizike pokazuju da su tradicionalni problemi zastupljeni s postotkom od čak 86 % s tim da tip problema koji smo koristili u istraživanju nije zastupljen, što dijelom objašnjava rezultate ispitivanja.

Zadanim istraživačkim problemom se eksplicitno omogućava uvid u (ne)razumijevanje koncepta gibanja sadržanog u fizičkim jednadžbama, što može ukazati na potrebu za detaljnijom raspravom u smislu fundamentalnog razumijevanja. Stoga pretpostavljamo da bi se uvođenjem u nastavu netradicionalnih problema poput našeg, sposobnosti matematičkog korištenja i konceptualnog razumijevanja fizičkih jednadžbi mogle razvijati usporedno, na temelju situacije iz stvarnog svijeta. Mogućnosti ove metode u nastavi tek treba istražiti.

Literatura

Andreis, T., Plavčić, M., & Simić, N. (2007.), *Fizika 1: udžbenik za 1. razred gimnazije i srodnih škola s četverogodišnjim programom*, Zagreb: Profil.

Beichner, R. J. (1994.), Testing student interpretation of kinematics graphs, *Am. J. Phys.,* 62(8), 750-762.

Blickensderfer, R. (1998.), What's wrong with this question? *Phys. Teach.,* 36, 524-525.

Champagne, A. B., Klopfer, L. E., Anderson, J. H. (1980.), Facts influencing the learning of classical mechanics, *Am. J. Phys.,* 48, 1074–1079.

Chi, M. T. H., Feltovich, P. J., & Glaser, R. (1981.), Categorization and representation of physics problems by experts and novices, *Cogn. Sci.,* 5, 121-152.

Clement, J. (1987.), *Overcoming students' misconceptions in physics: The role of anchoring intuitions and analogical validity*, In J. Novak (Ed.), Proceedings of the Second International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics (pp. 84–96), Ithaca, NY: Cornell.

Erceg, N., & Aviani, I. (2012.), Students' understanding of velocity-time graphs and the sources of conceptual difficulties, *Croatian Journal of Education*, accepted for publication.

Erceg, N., Marušić, M., & Sliško, J. (2011.), Students' strategies for solving partially specified physics problems, *Revista Mexicana de Física E,* 57, 44-50.

Haertel, H. (1987.), *A qualitative approach to electricity* (IRL87–0001), Menlo Park, CA: Institute for Research on Learning.

Heller, P., Keith, R., & Anderson, S. (1992.), Teaching problem solving through cooperative grouping, Part 1: Group versus individual problem solving, *Am. J. Phys.,* 7, 627.

Heller, P., & Hollabaugh, M. (1992.), Problem solving through cooperative grouping, Part 2: Designing problems and structuring groups, *Am. J. Phys.,* 7, 637.

Hewitt, P. G. (1971.), *Conceptual physics,* Boston: Little, Brown, & Company.

Horvat, D., & Hrupec, D. (2010.), *Fizika 1, Pojmovi i koncepti: udžbenik s multimedijskim sadržajem za 1. razred gimnazija*, Zagreb: Neodidacta.

Horvat, D., Hrupec, D., & Antolek Hrgar, A. (2010.a), *Fizika 1, Pojmovi i koncepti: radna bilježnica za 1. razred gimnazija*, Zagreb: Neodidacta.

Horvat, D., Hrupec, D., & Maković, B. (2010.b), *Fizika 1, Pojmovi i koncepti: zbirka zadataka za 1. razred gimnazija*, Zagreb: Neodidacta.

Johnson, B., & Christensen, L. (2004.), *Educational research, quantitative, qualitative, and mixed approaches* (2nd ed.), Boston: Pearson Education.

Kim, E., & Pak, S.-J. (2002.), Students do not overcome conceptual difficulties after solving 1000 traditional problems, *Am. J. Phys*., 70(7), 759-765.

Kulišić, P., & Pavlović, M. (2010.), *Fizika 1: udžbenik fizike za 1. i 2. razred četverogodišnjih i 1.-3. razred trogodišnjih strukovnih škola*, Zagreb: Školska knjiga.

Labor, J. (2007.a), *Fizika 1: udžbenik za 1. razred gimnazije*, Zagreb: Alfa.

Labor, J. (2007.b), *Fizika 1: udžbenik za 1. razred srednjih strukovnih škola s četverogodišnjim programom fizike*, Zagreb: Alfa.

Labudde, P., Reif, F., & Quinn, L. (1988.), Facilitation of scientific concept learning by interpretation procedures and analysis, *Int. J. Sci. Educ.,* 10(1), 81–98.

Larkin, J. H. (1983.), *Mental Models,* Mahwah, NJ: Lawrence Erbaum.

Larkin, J., McDermott, J., Simon, D. P., & Simon, H. A. (1980.a), Expert and novice performance in solving physics problems, *Science,* 208, 1335-1342.

Larkin, J., McDermott, J., Simon, D. P., & Simon, H. A. (1980.b), Models of competence in solving physics problems, *Cognitive Science,* 4, 317–345.

Lawson, R. A., & McDermott, L.C. (1987.), Student understanding of the work-energy and impulse-momentum theorems, *Am. J. Phys*., 55, 811-817.

Lightman, A., & Sadler, P. (1993.), Teacher predictions versus actual student gains, *Phys. Teach.,* 31, 162-167.

Lopac, V. (2007.), *Fizika 1: udžbenik fizike za 1. razred četverogodišnjih strukovnih škola*, Zagreb: Školska knjiga.

Marušić, M., Erceg, N., & Sliško, J. (2011.), Partially specified physics problems: university students´ attitudes and performance, *European Journal of Physics,* 32, 711-722.

Mayon, H., & Knutton, S. (1997.), Using out-of-school experience in science lessons: reality or rhetoric?, *International Journal of Science Education*, 19, 849–867.

Mazur, E. (1997.), *Peer Instruction—A User's Manual,* NJ: Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

McDermott, L. C. (1993.), Guest Comment: How we teach and how students learn – A mismatch?, *Am. J. Phys*., 61(4), 295-298.

MZOS RH (2010.), Katalozi obveznih udžbenika i pripadajućih dopunskih nastavnih sredstava za gimnazije i srednje strukovne škole u školskoj godini 2010./2011. i 2011./2012. (http://public.mzos.hr/Default.aspx?art=9994&sec=2354)

Negovec, H., & Pavlović, D. (2008.), *Fizika 1: radna bilježnica iz fizike za prvi razred strukovnih škola s četverogodišnjim programom fizike*, Zagreb: Profil.

Negovec, H., & Pavlović, D. (2009.), *Fizika 1: udžbenik fizike za 1. razred strukovnih škola s četverogodišnjim programom učenja fizike*, Zagreb: Profil.

Paar, V. (2007.), *Fizika 1: udžbenik fizike za 1. razred gimnazije*, Zagreb: Školska knjiga.

Paar, V., & Šips, V. (2006.), *Fizika 1: zbirka riješenih zadataka za 1. razred gimnazije*, Zagreb: Školska knjiga.

Redish, E. F. (2005.), *Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses,* In Proceedings of World View on Physics Education 2005: Focusing on Change, New Delhi, Singapore: World Scientific Publishing Co.

Redish, E. F., Gupta, A. (2010.), *Making Meaning with Maths in Physics: A Semantic Analysis*, In D. Raine, C. Hurkett and L. Rogers (Eds.), GIREP-EPEC and PHEC 2009 INTERNATIONAL CONFERENCE August 17-21, University of Leicester (pp. 244-260), UK: The Centre for Interdisciplinary Science, University of Leicester.

Roginić, T. (2010.a), *Opća fizika 1: udžbenik iz fizike za 1. razred gimnazija*, Zagreb: Školska knjiga.

Roginić, T. (2010.b), *Opća fizika 1: radna bilježnica iz fizike za 1. razred gimnazija*, Zagreb: Školska knjiga.

Roginić, T. (2010.c), *U svemu je fizika 1: udžbenik iz fizike za 1. razred srednjih strukovnih škola sa četverogodišnjim programom fizike*, Zagreb: Školska knjiga.

Roginić, T. (2010.d), *U svemu je fizika 1: radna bilježnica iz fizike za 1. razred srednjih strukovnih škola sa četverogodišnjim programom fizike*, Zagreb: Školska knjiga.

Schultz, K., & Lockhead, J. (1991.), A view from physics *in Toward a Unified Theory of Problem Solving: Views from the Content Domains,* In M. U. Smith (Eds.), NJ: Erlbaum, Hillsdale.

Schwartz, D. L., Martin, T., Pfaffman, J. (2005.), How mathematics propels the development of physical knowledge, *Cognit. Dev.,* 6(1), 65–88.

Serway, R. A., Faughn, J. S., Vuille, C., & Bennett, C. A. (2006.), *College Physics* (7th ed.), Belmont, CA: Thomson Brooks/Cole.

Sherin, B. L. (2001.), How Students Understand Physics Equations, *Cognition and Instruction*, 19(4), 479–541.

Sloutsky, V. M., Kaminski, J. A., Heckler, A. F. (2005.), The advantage of simple symbols for learning and transfer, *Psychon. Bull. Rev.,* 12(3), 508–513.

Torigoe, E. (2008.), *What Kind of Math Matters? A Study of the Relationship Between Mathematical Ability and Success in Physics*, Ph. D. Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign.

Torigoe, E. (2011.), How numbers help students solve physics problems, arXiv:1112.3229v1 [physics.ed-ph], Cornell University Library.

Torigoe, E., & Gladding, G. (2007.), *Same to Us, Different to Them: Numeric Computation versus Symbolic Representation,* In L. McCullough et al. (Eds.), 2006 Physics Education Research Conference (pp. 153-156), NY: AIP Press.

Torigoe, E., & Gladding, G. (2011.), Connecting Symbolic Diffculty with Failure in Physics, *Am. J. Phys*., 79(1), 133-140.

Trowbridge, D. E., & McDermott, L. C. (1981.), Investigation of student understanding of the concept of acceleration in one dimension, *Am. J. Phys.,* 49(3), 242–253.

Tuminaro, J. (2004.), *A cognitive framework for analyzing and describing introductory students' use and understanding of mathematics in physics*, Ph. D. Dissertation, Faculty of the Graduate School of the University of Maryland.

Twigger, D. et al. (1994.), The conception of force and motion of students aged between 10 and 15 years: An interview study designed to guide instruction, *Int. J. Sci. Educ.* 16, 215–229.
Viiri, J. (2003.), Engineering teachers' pedagogical content knowledge, *Eur. J. Eng. Ed.,* 28, 353-359.
White, B. Y. (1993.), ThinkerTools: Causal models, conceptual change, and science education, *Cognition and Instruction,* 10, 1–100.
Yerushalmi, E., & Magen, E. (2006.), Same old problem, new name? Alerting students to the nature of the problem-solving process, *Phys. Educ.,* 41, 161.

Understanding concepts in physical equations

Summary

With the aim to find effective methods for teaching physics, we investigated students' abilities to solve the non-traditional problem in kinematics. The study involved 276 high-school and university students. To gain insight into the students' learning conditions we analyzed 16 physics textbooks and questioned 48 secondary school teachers. The students were presented the open-ended problem, and the teachers the close-ended questionnaire composed of students' responses. The teachers were asked what they expected the most of their students would answer to the task questions. The results indicate a connection between the curriculum and the level of education with the task solvability. Some respondents provided incorrect answers to simple conceptual questions although they gave correct answers to the questions requiring mathematical skills. The teachers significantly overestimated the accuracy of students' responses. The analysis of the textbooks and other teaching materials showed a prevailing presence of traditional problems and no presence of the problems of the type used in this study. This partly explains the obtained results. We believe that by introducing non-traditional problems in a class, the abilities of mathematical use and conceptual understanding of physical equations might develop together. In this regard we are planning future studies.

Key words: physical equations, conceptual understanding, curriculum, students' problem solving, physics textbooks.