

VAMPIRSKI BROJEVI

Sanja Kolar, Čazma



Matka 23 (2014./2015.) br. 89

Ova priča počinje daleke 1462. godine, kada se grof Vlad Tepeš Drakula vraća u Transilvaniju nakon pobjede protiv Turaka. No, čeka ga vrlo neugodno iznenađenje! Njegova voljena Elizabeta, čuvši lažnu vijest o smrt Drakule na bojištu, oduzela si je život. Gubitak voljene žene toliko ga je potresao da je raskinuo i svaku vezu s Bogom odrekavši ga se i zarekavši da će ustati iz groba i osvetiti smrt svoje ljubljene...



Puno godina poslije, točnije 1897., Jonathan Parker, mladi računovođa, dolazi u Transilvaniju kamo je pozvan kako bi riješio financijske probleme tajanstvenog grofa. Kako se približavao imanju grofa Drakule, uokolo je letjelo sve više šišmiša, a Parkera je hvatala jeza koju nije mogao objasniti. Nakon početnog upoznavanja grof ga je pozvao da mu se pridruži na večeri. Parkeru nije bilo ugodno, sve oko Drakule bilo je nekako sablasno i ovijeno velom tajne. Nakon večere započeli su razgovor u kojemu ga je grof Drakula upozorio da ne bi smio sam hodati po imanju jer noć skriva mnoge tajne. Mladi se Jonathan zamislio i zapitao nije li možda pogriješio što se odazvao pozivu. S obzirom da je Jonathan bio na glasu kao izvrstan matematičar, grof mu je povjerio svoje tajne račune. Vrijeme je prolazilo, Parker je računao, a s njegovog lica mogli su se iščitati čuđenje i nevjerica. Brojevi koje je vidio kod grofa Drakule toliko su ga oduševili da im je dao i posebno ime. Grofu u čast nazvao ih je **vampirski brojevi**.

Evo nekih brojeva i brojevnih izraza koji su dugo mučili, a na kraju i fascinirali Parkera:



$$\begin{aligned}15 \cdot 93 &= 1395 \\21 \cdot 60 &= 1260 \\80 \cdot 86 &= 6880 \\21 \cdot 87 &= 1827 \\681 \cdot 759 &= 516879 \\204 \cdot 615 &= 125460\end{aligned}$$

Uočavate li i vi ono što je toliko šokiralo matematičara Parkera?

U redu, moram priznati da je ova priča izmišljena, ali to ste vjerojatno i sami već pretpostavili, mlada mudrice! No, ipak ima malo istine u cijeloj priči. Vampirski brojevi zaista postoje! Ovi brojevi na prvi pogled ne djeluju nimalo neobično niti drugačije od ostalih prirodnih brojeva i njihovih umnožaka. No, kao što i vampiri (ako ćemo vjerovati pričama) djeluju na prvi pogled kao bilo



tko od nas, a zapravo su osobiti i posve drugačiji, tako i ovi umnošci imaju svoje skriveno lice i svojstva. Sigurno se pitate kakvi su to zapravo brojevi.

Pogledajte gornje zadatke i njihova rješenja. Uočavate li neku pravilnost? Što biste mogli reći o znamenkama faktora i umnoška?

Promotrimo li malo bolje znamenke u ovim zadatcima, možemo uočiti da faktori u svakome od zadataka imaju jednak broj znamenaka koji je upravo polovina broja znamenaka umnoška.

$$\begin{array}{c} 15 \cdot 93 = 1395 \\ \underbrace{\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad}_4 \\ 204 \cdot 615 = 125460 \\ \underbrace{\quad\quad}_3 \quad \underbrace{\quad\quad}_3 \quad \underbrace{\quad\quad}_6 \end{array}$$

U prva četiri primjera umnožak je četveroznamenkasti broj, a i faktori su dvoznamenkasti, dok je u zadnja dva primjera umnožak šestoznamenkasti broj, a faktori su troznamenkasti brojevi.

No, ako još bolje pogledamo znamenke faktora i umnoška, možemo uočiti da se u umnošku pojavljuju samo znamenke od kojih se sastoje faktori!

Pojam **vampirski broj** prvi je uveo Clifford A. Pickover 1994. godine.

$$15 \cdot 93 = 1395$$

Provjerimo na još jednom primjeru.

$$681 \cdot 759 = 516879$$

Vrijedi li pravilo za ostale primjere? Možete li sami smisliti brojeve s takvim svojstvima? Što je, dakle, vampirski broj?

Vampirski broj je složeni prirodni broj $v = x \cdot y$ s n znamenaka, gdje je n paran prirodan broj koji se može napisati kao umnožak dvaju faktora x i y koji svaki ima dva puta manje znamenaka, te sadrži sve znamenke tih dvaju faktora bez obzira na njihov redoslijed. Nula na mjestu znamenaka jedinica može se pojaviti samo u jednom faktoru.

Ako je $v = x \cdot y$ vampirski broj, onda brojeve x i y zovemo „očnjaci”, što je i logičan naziv jer ipak su ovo vampirski brojevi!

$$\begin{array}{c} 80 \cdot 86 = 6880 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \text{očnjak} \quad \text{očnjak} \quad \text{vampirski broj} \end{array}$$



Postoje i takvi vampirski brojevi koji su umnožak *dvaju* različiti parova „očnjaka”, npr.:

$$\begin{aligned} 125\ 460 &= 204 \cdot 615 \\ &= 246 \cdot 510 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11\ 930\ 170 &= 1301 \cdot 9170 \\ &= 1310 \cdot 9107 \end{aligned}$$

Imamo i vampirske brojeve koji su umnožak *triju* različitih parova „očnjaka”:

$$\begin{aligned} 13\ 078\ 260 &= 1620 \cdot 8073 \\ &= 1863 \cdot 7020 \\ &= 2070 \cdot 6318 \end{aligned}$$



Prvi vampirski broj koji je umnožak *četiriju* različitih parova očnjaka:

$$\begin{aligned} 16\ 758\ 243\ 290\ 880 &= 1\ 982\ 736 \cdot 8\ 452\ 080 \\ &= 2\ 123\ 856 \cdot 7\ 890\ 480 \\ &= 2\ 751\ 840 \cdot 6\ 089\ 832 \\ &= 2\ 817\ 360 \cdot 5\ 948\ 208 \end{aligned}$$

Postoje vampirski brojevi i s pet, šest, sedam itd. različitih parova očnjaka.

Prirodno je pitati se koji je najmanji, a koji najveći vampirski broj.

Na prvi dio pitanja poznat je odgovor: najmanji vampirski broj je

$$1260 = 21 \cdot 60$$

No, na pitanje koji je najveći, ne može se dati odgovor. Takav vampirski broj ne postoji jer ih ima beskonačno mnogo. Fred Roushe i Douglas Rogers prvi su pronašli formulu kojom možemo dobiti beskonačno mnogo vampirskih brojeva.

$$\begin{aligned} 10\ 524\ 208 &= 2501 \cdot 4208 \\ 1\ 005\ 240\ 208 &= 25\ 001 \cdot 40\ 208 \\ 100\ 052\ 400\ 208 &= 250\ 001 \cdot 400\ 208 \end{aligned}$$

...



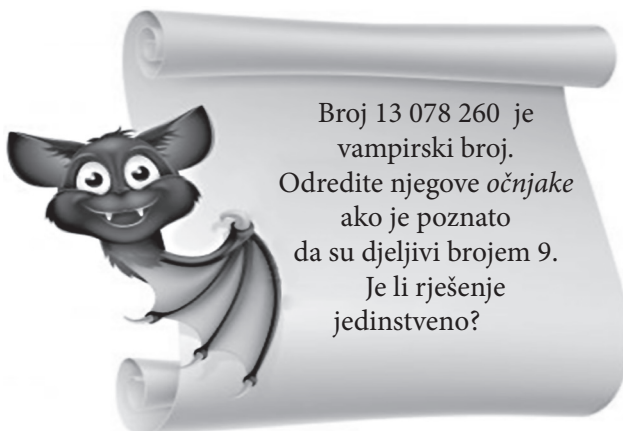
$$1 \cdot 10^{2n+3} + 524 \cdot 10^{n+1} + 208 = (25 \cdot 10^n + 1) \cdot (40 \cdot 10^n + 208)$$

gdje je n prirodan broj veći od 1.

Ovom formulom ne možemo dobiti sve vampirske brojeve, ali nas ona može uvjeriti da ih ima beskonačno mnogo. Dakle, najveći vampirski broj ne postoji.

No, možemo se pitati koji je najveći poznati vampirski broj. Trenutno najveći poznati vampirski broj ima čak 420 znamenaka! Otkriven je 1. rujna 2013. godine, pomoću računala. Tko zna, možde upravo ti otkriješ još veći vampirski broj!

Izazov za mudrice:



Rješenje provjerite na stranici 71.

Literatura:

1. http://www.numberphile.com/videos/vampire_numbers.html (10.10.2013.)
2. <http://ezmdd.com/vamp/vmp.htm> (10.10.2013.)
3. <http://mathworld.wolfram.com/VampireNumber.html> (10.10.2013.)
4. <http://johnchilds.net/vampire.htm> (10.10.2013.)
5. <http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/vampires/> (10.10.2013.)

