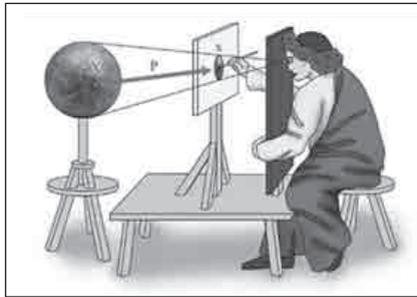




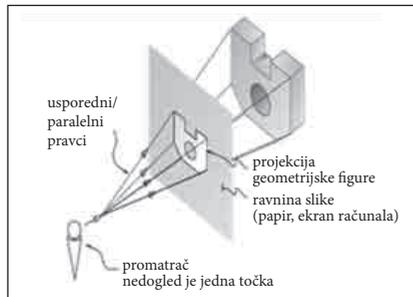
## PERSPEKTIVNO PROJICIRANJE ILITI 3D NA 2D<sup>1</sup>

Ljiljana Jeličić, Metković  
 Zlatko Lobar, Ivana Martinić, Petar Mladinić, Zagreb  
 Nikol Radović, Sisak

U geometriji se pod pojmom „perspektiva” (*lat. perspicere* = ispravno, jasno vidjeti) podrazumijeva konstruktivni postupak koji se temelji na svojstvima centralnog projiciranja, ali i rezultat toga postupka – crtež, slika 1.



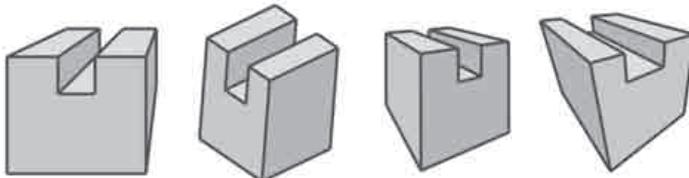
Slika 1.



Slika 2.

Perspektiva je nastala iz potrebe čovjeka da što zornije prikaže trodimenzijski svijet u kojemu živi i radi u dvodimenzijским tvorevinama – crtežu/slici nekada na papirusu, zidovima pećina, svili i papiru; a danas ne zaslunu računala, tableta... slika 2.

Na slici 3. prikazana je geometrijska figura (kocka kojoj je dio isječen) crtežom koji je rezultat drugačijeg prikaza trodimenzijskih tvorevina u dvodimenzijском okruženju tj. trodimenzijskih geometrijskih figura u ravnini. Neki od tih prikaza *prirodniji* su od drugih, zar ne?



Slika 3.

<sup>1</sup>Primjeri u članku dio su materijala nastalih za poučavanje i učenje Nacrtnе geometrije u okviru projekta „Afirmativna nastava i inovativno učenje i poučavanje u gimnazijama”, financiranog od EU.



Prikaz trodimenzijskog prostora razlikuje se u različitim povijesnim razdobljima, a struktura slike na određeni način odgovara strukturi društva u kojemu je nastalo. Tako se u najranije doba ne može govoriti o perspektivi. Likovi na slikama bili su „mrlje” bez dimenzije, slike 4. do 7.



Slika 4.



Slika 5. Plošna figura s grčke vaze



Slika 6.

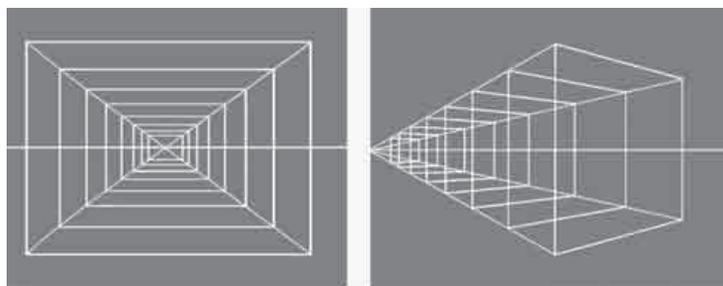


Pompejska freska Slika 7.



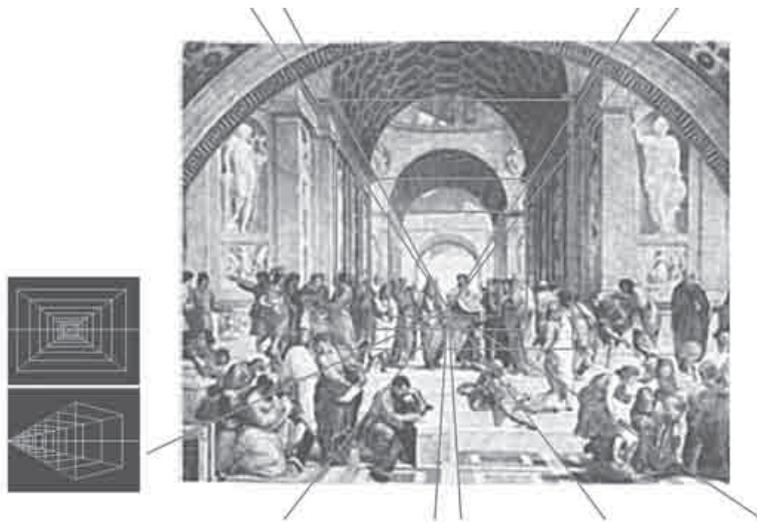
Slika 8.

Tek je Leon Battista Alberti (1404. – 1474.), slika 8., arhitekt, pisac, slikar i zaljubljenik u geometriju, uvođenjem, tzv. *Albertijeve piramide* promijenio poimanje o prikazu trodimenzijskog svijeta u dvodimenzijskome okruženju, slika 9., koje su primjenjivali od renesanse, slika 10. Naime, piramidin vrh je nedogled (svih usporednih pravaca), a baza piramide određuje okvir gledanja.



Slika 9.





Slika 10. Rafael: Atenska škola, 1510.

U djelu *Della pittura* (1435.), slika 11., Alberti je objavio **costruzione legittima** koja je temelj **linearne** ili **geometrijske perspektive**.



Slika 11.

Konstrukcija se izvodi u dva dijela:

- operacija nedogleda kojom se crtaju okomice,
- operacija distancijske točke kojom se određuju transverzale.



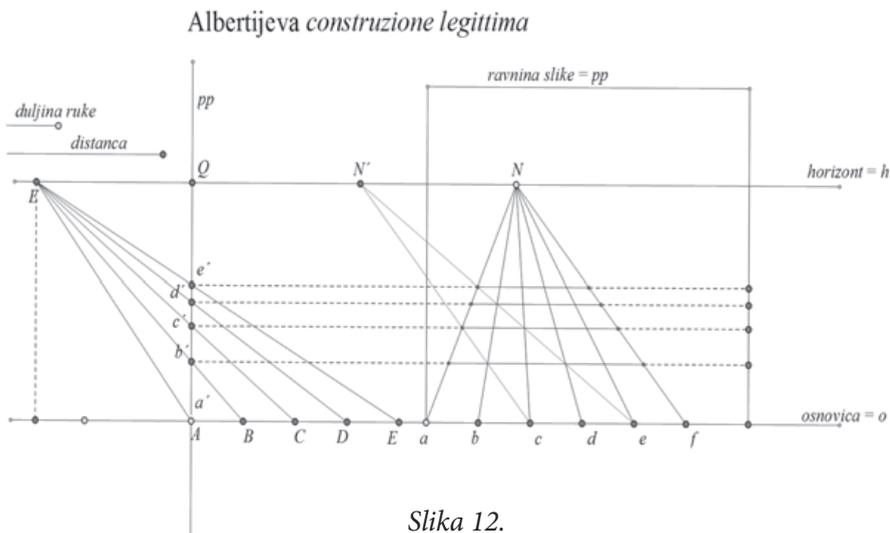
Opis konstrukcije, slika 12.:

a) **Prvo se crta nedogled.**

1. Nacrta se četverokut ravnine slike  $pp$ .
2. Odredi se visina slikara koji stoji na tlu/osnovki.
3. Osnovica se podijeli s duljinom ruke dobivajući što više točaka  $a, b, c, d$  itd.
4. Po volji se odredi nedogled  $N$  negdje na slici.
5. Nacrta se horizontala točkom  $N$ . Ona će predstavljati horizont (*obzor, nedoglednicu*).
6. Točkom  $N$  i sa svakom od točaka  $a, b, c, d$  itd. crtaju se dužine koje određuju ortogonale mreže/rešetke pločnika.

b) **Nacrta se distancijska točka.**

7. Pravac osnovice produlji se nalijevo. Taj dio osnovice podijeli se s duljinom ruke. Dobiju se točke  $A, B, C, D$  itd.
8. Točkom  $A$  nalijevo nacrta se vertikala/okomica  $pp$ . Pravac  $pp$  predstavlja ravninu slike.
9. Očište  $E$  je za odabranu distancu lijevo od  $pp$  na horizontali.
10. Točkom  $E$  nacrtaju se pravci  $EA, EB, EC$  itd. Ti pravci presijecaju vertikalu  $pp$  u točkama  $a', b', c', d'$  itd.
11. Zaključno, točkama  $a', b', c', d'$  itd. nacrtaju se pravci usporedni s osnovicom  $o$  i dobiju transversale u ravnini slike.



Slika 12.



Danas, uporabom programa dinamične geometrije, Albertijevu konstrukciju, tj. **costruzione legittima** može se crtati/konstruirati jednostavnije.

1. Prvo nacrtamo osnovicu  $o$  i s njom paralelni horizont  $h$ .
2. Na horizontu se istaknu točke:  $O$  (očište),  $D_1$  i  $D_2$  (dviije distancijske točke).

Svi pravci okomiti na ravninu sijeku se u očištu  $O$ , a pravci koji zatvaraju s platnom/ravninom slike veličinu kuta od  $45^\circ$  sijeku se ili u točki  $D_1$  ili u točki  $D_2$ .

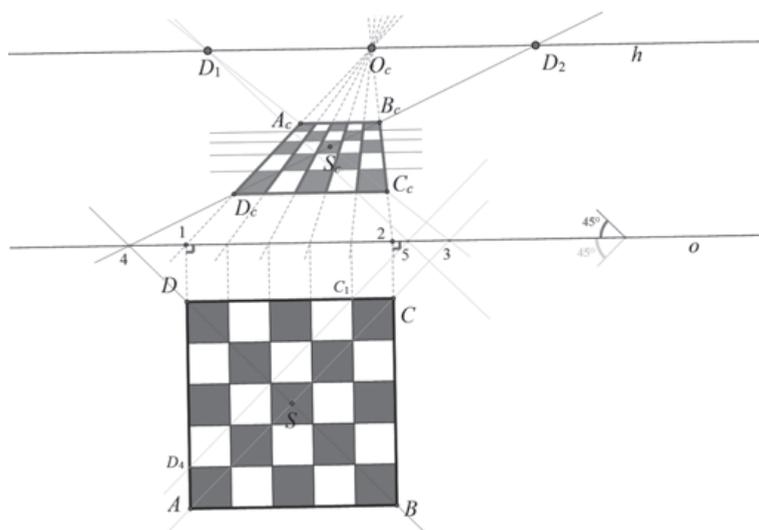
Pogledajmo nekoliko riješenih primjera:

### Primjer 1.

Nacrtajmo/konstruirajmo perspektivnu sliku kvadrata podijeljenog na mrežu kvadratića (primjerice  $5 \times 5$ ), pri čemu vrijedi:

- a) stranica kvadrata paralelna je s osnovicom  $o$ ;
- b) stranica kvadrata nije paralelna s osnovicom  $o$ .

a)

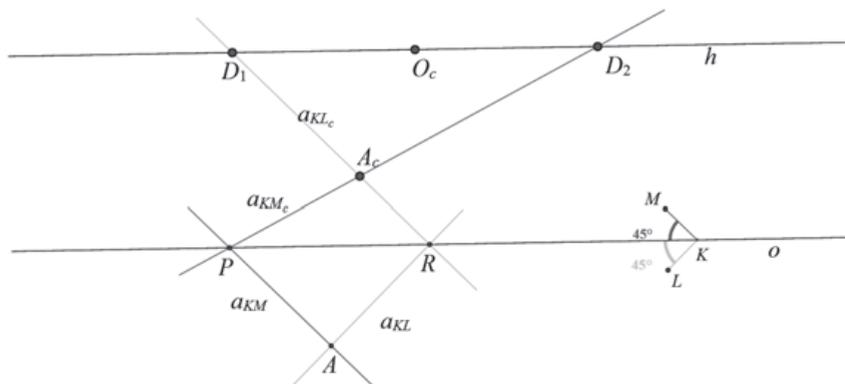


Slika 13.

- Konstruiramo kvadrat  $ABCD$  kojemu je osnovni brid  $\overline{AB}$  paralelan s osnovicom  $o$  (tj. stranica  $\overline{BC}$  kvadrata  $ABCD$  okomita je na osnovicu  $o$ ).
- Pravac  $AD$  siječe osnovicu  $o$  u točki 1. Taj pravac okomit je na osnovicu  $o$ , pa je njegova perspektivna slika pravac  $1O_c$ .
- Pravac  $AC$  (dijagonala kvadrata, s osnovicom zatvara veličinu kuta od  $45^\circ$ ) siječe osnovicu  $o$  u točki 3. Perspektivna slika pravca  $AC$  je pravac  $3D_1$ .



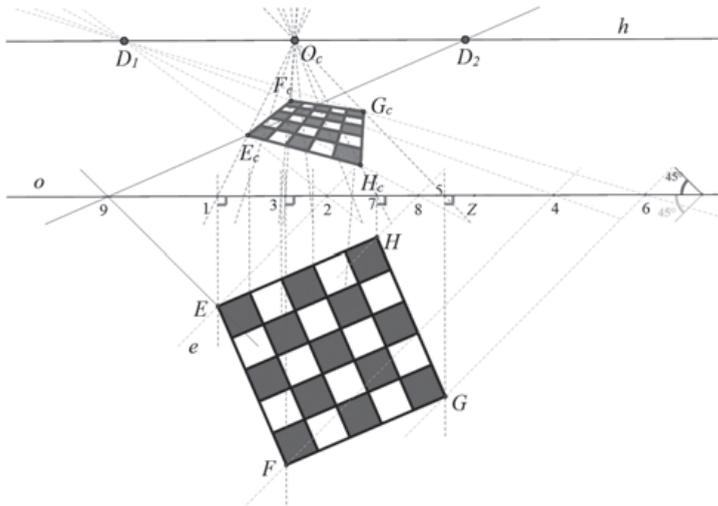
- Pravci  $1O_c$  i  $3D_1$  sijeku se u točki  $A_c$  (perspektivna slika točke  $A$  kvadrata  $ABCD$ ).
- Slično se crtaju/konstruiraju i preostale perspektivne slike vrhova kvadrata  $ABCD$ .
- Kvadrat  $ABCD$  podijelimo na mrežu kvadratića (primjerice  $5 \times 5$ ) i prema prethodno opisanoj konstrukciji crtamo/konstruiramo njihove perspektivne slike.
- **UOČITE:** Dijagonale  $\overline{AC}$  i  $\overline{BD}$  kvadrata  $ABCD$  sijeku se u točki  $S$ , pa se perspektivne slike dijagonala, pravci  $3D$  i  $4D_2$ , sijeku u točki  $S_c$  koja je perspektivna slika točke  $S$ .
- **NAPOMENA,** slika 14. Konstrukcija se može pojednostaviti korištenjem novog alata programa dinamične geometrije. Dužina  $\overline{KL}$  s osnovicom  $o$  zatvara kut veličine  $45^\circ$ . Isto vrijedi i za dužinu  $\overline{KM}$ . Točkom  $A$  nacrtamo/konstruiramo pravac  $a_{KL}$  koji je usporedan s dužinom  $\overline{KL}$  (tj. s osnovicom  $o$  zatvara veličinu kuta od  $45^\circ$ ). Taj pravac siječe osnovicu  $o$  u točki  $P$ . Pravac  $PD_2$  perspektivna je slika pravca  $a_{KL}$ . Potom točkom  $A$  nacrtamo/konstruiramo pravac  $a_{KM}$  koji je usporedan s dužinom  $\overline{KM}$  (tj. s osnovicom  $o$  zatvara veličinu kuta od  $45^\circ$ ). Taj pravac siječe osnovicu  $o$  u točki  $R$ . Pravac  $RD_1$  perspektivna je slika pravca  $a_{KM}$ . Pravci  $PD$  i  $RD_1$  sijeku se u točki  $A_c$  koja je perspektivna slika točke  $A$ . Označimo točku  $A$  i njezinu perspektivnu sliku  $A_c \rightarrow$  Transformacije  $\rightarrow$  Definirajte korisničku transformaciju  $\rightarrow A \rightarrow A[c] \rightarrow$  Transformacija i potvrdimo. Sada je dovoljno označiti preostale vrhove kvadrata (manjih kvadratića): Transformacija  $\rightarrow A \rightarrow A[c] \rightarrow$  Transformacija i svim označenim elementima bit će konstruirane perspektivne slike.



Slika 14.



b)



Slika 15.

- Konstruiramo kvadrat  $EFGH$  kojemu osnovni brid  $\overline{EF}$  **nije** paralelan s osnovicom  $o$ .

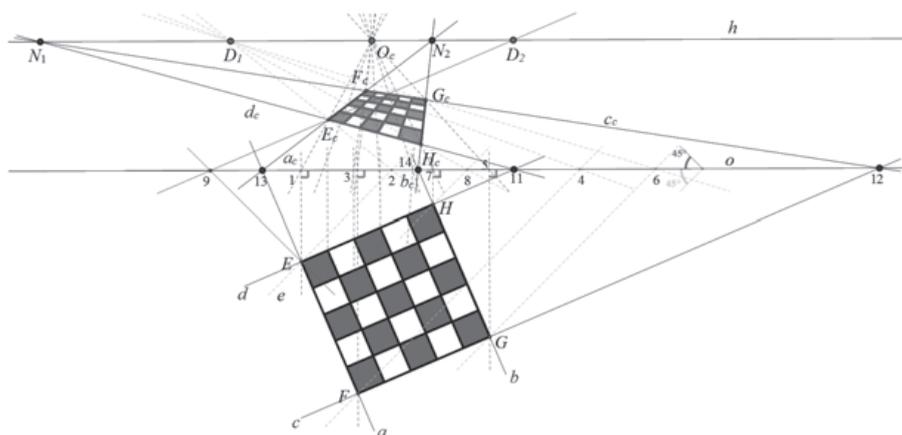
Konstrukcija perspektivne slike vrha  $E$  kvadrata  $EFGH$ :

- Okomica točkom  $E$  na osnovicu  $o$  i osnovica  $o$  sijeku se u točki 1.
- Perspektivna slika okomice  $1E$  je pravac  $1O_c$ .
- Točkom  $E$  nacrtamo/konstruiramo pravac  $e$  koji s osnovicom  $o$  zatvara kut veličine  $45^\circ$ . Pravci  $e$  i  $o$  sijeku se u točki 2.
- Perspektivna slika pravca  $e$  je pravac  $2D_1$ .
- Pravci  $1O_c$  i  $2D_1$  sijeku se u točki  $E_c$ . Točka  $E_c$  perspektivna je slika točke  $E$ .
- Opisani postupak ponavljamo za konstrukciju/crtanje perspektivne slika kvadrata  $EFGH$  čiji osnovni brid **nije** paralelan s osnovicom  $o$ , slika 15.

#### NAPOMENA:

- Pravci  $a = EF$  i  $b = GH$  međusobno su paralelni/usporedni, *ali nisu okomiti na ravninu projiciranja* i njihove se perspektivne slike **ne sijeku** u točki  $O_c$ , slika 16., nego u točki horizonta, nedogledu  $N_2$ . Slično vrijedi i za pravce  $c$  i  $d$ . Govorimo o konstrukciji perspektivne slike geometrijske figure s dva nedogleda, slika 16., koji je poopćenje prikaza perspektivne slike s jednim nedogledom.



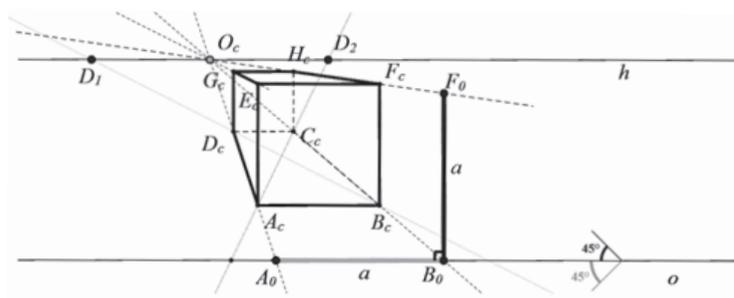


Slika 16.

**Primjer 2.** Nacrtajmo/konstruirajmo perspektivnu projekciju kocke.

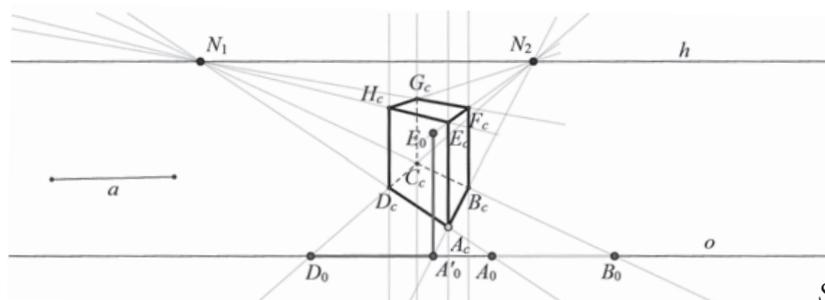
- ako je zadana perspektivna slika  $A_c$  vrha  $A$  kocke  $ABCDEFGH$ , duljina brida kocke  $a$  i osnovni brid  $\overline{AB}$  kocke  $ABCDEFGH$  paralelan je s osnovicom  $o$ .
- ako je zadana perspektivna slika  $A_c$  vrha  $A$  kocke  $ABCDEFGH$ , duljina brida kocke  $a$  i osnovni brid  $\overline{AB}$  kocke  $ABCDEFGH$  nije paralelan s osnovicom  $o$ .

a)



Slika 17.

b)



Slika 18.



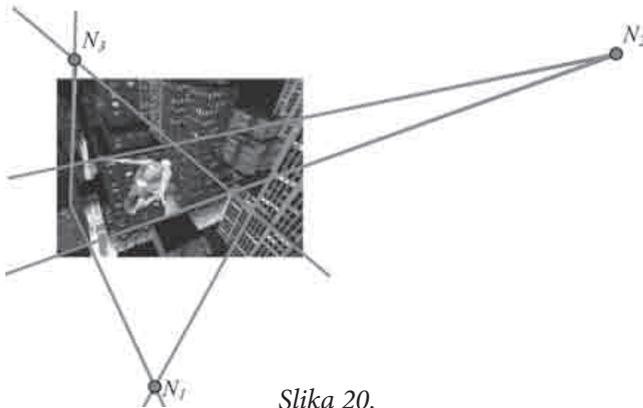


Slika 19.

Perspektiva s tri nedogleda (koju još nazivamo i žabljom ili *ptičjom perspektivom*) daljnje je poopćavanje perspektivnog prikaza trodimenzijskih geometrijskih figura. Najbolja ilustracija za to je slika 19.

Na slici 19. prikazan je stripovski junak Spiderman.

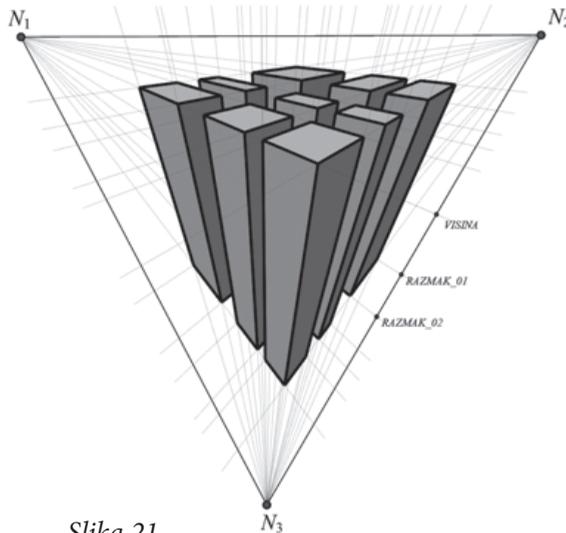
Autor stripa *Spiderman* za crtanje nebodera/zgrada po kojima njegov junak „skakuće” primijenio je perspektivu s tri nedogleda, slika 20.



Slika 20.

**Primjer 3.**

Nacrtajmo nekoliko nebodera u ptičjoj perspektivi.



Slika 21.



**Literatura:**

1. G. Bertoline, E. N. Wiebe, N. W. Hartman, W. A. Ross. *Technical Graphics Communication*, McGraw – Hill, 2009.
2. M. Frantz, A. Crannell. *Mathematical Perspective and Fractal Geometry in Art*, Princeton University Press, New Jersey, 2009.
3. Lj. Jeličić, Z. Lobor, I. Martinić, P. Mladinić, N. Radović. *Space Visualization in IPA Project*, E-zbornik Ponzetkov konference KUPM2014, Čatež, 21. i 22.08.2014. /www.zrss.si/kupm2014/default.asp?lnk=gradiva/ (25.10.2014.)
4. P. Kurilj, N. Sudeta, M. Šimić. *Perspektiva – udžbenik za studij arhitekture i dizajna*, Golden marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2005.
5. V. Niče, *Perspektiva*, Školska knjiga, Zagreb, 1987.
6. P. Mladinić, N. Radović. *What They have in Common: Leon Battista Alberti, the Renaissance and the modern era and Mathematics*, E-zbornik Ponzetkov konference KUPM2014, Čatež, 21. i 22.08.2014. /www.zrss.si/kupm2014/default.asp?lnk=gradiva/ (25.10.2014.)
7. G. A. Storey. *Theory and Practice of Perspective*, Dover Publications, New York, 2006.
8. G. E. Vinson. *Essentials of Engineering Design Graphics*, Kendall/ Hunt Publishing Company, Dubuque, 2003.

**Internetske adrese:**

- [http://hr.wikipedia.org/wiki/Perspektiva\\_\(likovna\\_umjetnost\)/](http://hr.wikipedia.org/wiki/Perspektiva_(likovna_umjetnost)) (19.09.2014.)
- <http://www.cs.trincoll.edu/~crypto/historical/alberti.html/> (20.10.2014.)
- <http://www.noteaccess.com/Texts/Alberti/1.htm/> (20.10.2014.)
- [http://marvel-movies.wikia.com/wiki/Spider-Man\\_suit/](http://marvel-movies.wikia.com/wiki/Spider-Man_suit/) (23.10.2014.)



SVOJIM ČITATELJIMA I SURADNICIMA  
ŽELIMO SRETAN BOŽIĆ I USPJEŠNU  
NOVU 2015. GODINU!

UREDNIŠTVO MATKE.

