

# Kreativna primjena džepnih računala<sup>1</sup>

HARTWIG MEISSNER<sup>2</sup>

Koja je kreativna primjena različitih alata, džepnih računala, računala...? Ne možemo i nećemo definirati što je to *kreativnost*. Kreativnost povezujemo s nekim individualnim sposobnostima kao što su mogućnost izuma novih (važnih) ideja, otkrivanje novih veza i odnosa, isprobavanje ili varijacija starih tehnika na novi način, povezivanje (još nepovezanih) iskustvenih polja, itd. Također možemo povezivati socijalne aspekte kao što su komunikacija, suradnja u timskom radu, uvjeravanje argumentima, motiviranje...

Čitanje popisa ovih sposobnosti ne daje nam osjećaj da govorimo o postojećem matematičkom obrazovanju. Unatoč tome, ove sposobnosti bit će pozadina svih aktivnosti u ovome radu.

Često su džepna računala zabranjena u nižim razredima osnovne škole jer „naši učenici prvo moraju usvojiti osnove”. Kad se i primjenjuju u kasnijem obrazovanju, ona često služe samo kao alat za brže računanje i kompleksnije izračune. U ovom ćemo se radu koncentrirati na kreativniju primjenu džepnih računala pri različitim vrstama aktivnosti.

## Prvi dio: Aktivnosti

**1. Uvježbavanje osnovnih vještina.** Postoji nekoliko kreativnih ideja koje mogu umanjiti monotoniju i dosadu primjenom tehnologije:

**1.1 Pripremni kamp:** Potrebni su nam nastavni listići s nizom zadataka za računanje napamet i džepno računalo. Bavimo se „usporednim procesuiranjem”, tj. pritiskanjem tipki dok računamo u glavi. Tipka = pritišće se tek nakon što rezultat izračunamo napamet. Prikaz na zaslonu džepnog računala daje nam trenutnu povratnu informaciju (slično kao usvajanje novih riječi – vokabulara).

<sup>1</sup>Zbornik radova međunarodnog kongresa „Kreativnosti i matematičko obrazovanje”, 1999., Münster, Njemačka

<sup>2</sup>Hartwig Meissner, Münster, Njemačka

**1.2 Natjecanje I (mentalna aritmetika):** Nekim učenicima dopuštena je primjena džepnih računala (kasnije: obvezna), dok drugoj skupini nije. Učitelj izgovara zadatak, a zatim se uspoređuje koja je skupina prva došla do točnog rješenja.

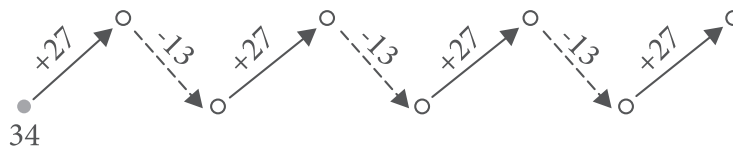
**1.3 Natjecanje II (nastavni listići za računanje napamet, džepna računala dopuštena):** Koristeći džepno računalo ili ne, tko je prvi došao do točnog rješenja?

**1.4 Natjecanje III,** nalik aktivnosti pod 1.3 za sljedeće tipove „papir i olovka” algoritama:  $3461 \cdot 7$  (višeznamenkasti broj puta jednoznamenkasti broj),

$$\begin{array}{r}
 2301 \quad \text{zbrajanje nekoliko} \qquad \qquad \qquad 8294 \quad \text{jednostavno oduzimanje} \\
 + 4682 \quad \text{višeznamenkastih brojeva} \quad - \underline{4637} \quad \text{višeznamenkastih brojeva} \\
 + 7059
 \end{array}$$

**1.5 Zaključci** nakon nešto vježbe: *Za brojne zadatke nije mi potrebno džepno računalo: Siguran sam kao i džepno računalo, ali možda malo brži pri računanju napamet nego pri pritiskanju svih tipki.*

**2.3 Matematika sa strelicama**



Koji je broj pridružen posljednjoj točki? Napiši koji su brojevi pridruženi svakoj prikazanoj točki. Koji je najbrži način za otkrivanje brojeva koji su pridruženi svakoj prikazanoj točki? Koristi decimalne brojeve i/ili razlomke umjesto cijelih brojeva.

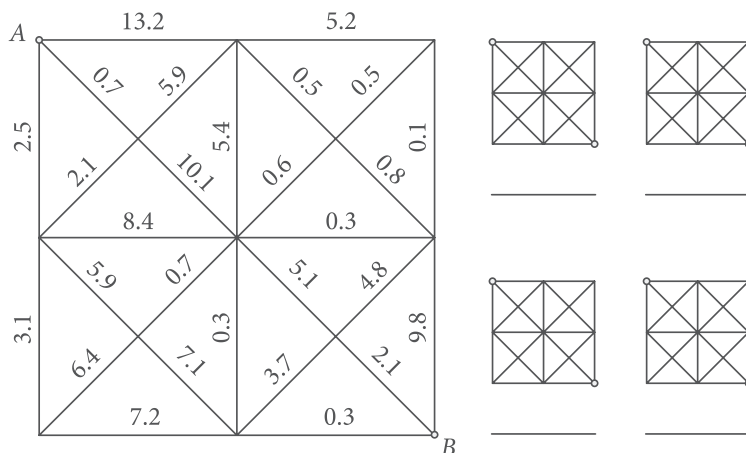
**2.4 Bingo:** Zadani brojevi umnožak su dvaju faktora iz sljedećeg skupa brojeva: 7, 13, 16, 19, 23, 28, 43. Za svaki broj iz tablice pronađi njegove odgovarajuće faktore (dva broja iz zadanog skupa čiji je umnožak jednak zadanome broju).

361	817	133	529	448
247	688	304	989	644
784	299	364	91	256
169	532	196	368	437
301	112	161	208	559

**3. Učenje otkrivanjem**

**3.1 Pronađi brojeve**  $z$  sa svojstvom  $z \cdot z = 2$  (3, 4, 5, 6,...). Napiši protokol za predviđanja (tablicom ulaznih i izlaznih brojeva).

**3.2 Množenje:** Odaberi put od A do B. Pri svakom vrhu promijeni smjer. Pomnoži brojeve pokraj kojih prolaziš. Pronađi put s najmanjim umnoškom. Imaš 4 pokušaja.



**3.3 Programiranje operatora:** Pritisni  $\boxed{n} \boxed{*} \boxed{n} \boxed{=}$  (\* za +, -, · ili ÷) i  $\boxed{5} \boxed{=}$ .

Isprobaj na jednostavnom i jeftinom džepnom računalu. Trebalo bi se dobiti  $5 * n$ , tj. džepno računalo sada je programirano kao  $(*n)$ -mašina (operator  $(*n)$ ). Jeftina džepna računala često imaju ovo svojstvo za sve četiri osnovne operacije. Isprobajte različite operatore.

**3.4 Rad u paru:** Jedan učenik „skriva” operator, drugi učenik treba otkriti operator metodom pokušaja i promašaja (zapisivanjem protokola (tablice unesenih i izlaznih brojeva) i argumentacijom).

**4. Igre s džepnim računalom.** Za sljedeće četiri igre morate pogađati i testirati svoje pretpostavke. Uvijek trebate zapisivati protokol (tablicu ulaznih i izlaznih brojeva).

**4.1 Velika NULA, rad u paru:** Učenik A skriva operator  $(-a)$ , učenik B mora otkriti unos koji kao izlazni broj daje broj nula.

**4.2 Velika JEDINICA, rad u paru:** Nalik igri Velika Nula, ali se skriva operator  $(\div a)$ , a drugi član para mora pronaći unos koji kao izlazni broj daje broj jedan.

**4.3 Pogodi metu:** Dobiva se operator  $(*a)$  (\* za +, -, · ili ÷) te interval  $[c, d]$ . Potrebno je odrediti broj  $z$ , pri čemu je  $z * a \in [c, d]$ . Učenici trebaju isprobati sve četiri osnovne računске operacije. Najzahtjevniji je operator množenja.

**4.4 Lanac množenja:** Dobije se interval  $[c, d]$  te početni broj  $s$ . Prvo je potrebno odrediti faktor  $f_1$  pri čemu je  $s \cdot f_1 = f_2 \in [c, d]$ . Ukoliko učenik nije uspješan,  $f_2$  postaje

sljedeći početni broj za određivanje faktora  $f_3$ , pri čemu je  $f_2 \cdot f_3 = f_4 \in [c, d]$ . Ukoliko učenik ponovo ne bude uspješan,  $f_4$  postaje sljedeći početni broj, itd. Analizira se niz  $f_i$  u protokolima.

## Drugi dio: Refleksija

Razlikujemo sintaktičku i semantičku primjenu džepnih računala (i računala). Pri sintaktičkoj primjeni dominira pritiskanje tipki uz zadani niz simbola (formule ili računskog zadatka). U aktivnostima uvježbavanja osnovnih vještina (aktivnostima 1, 2 i 3) koristili smo džepno računalo sintaktički. „Programiranje” džepnog računala kao „operatora” također je sintaktička aktivnost, kao i korištenje „mašina operatora”.

Semantička primjena usredotočuje se na pitanja „što?” te „zbog čega?”. Zadani problem vodi do pitanja u kojim je situacijama računalo alat za pronalaženje brzih odgovora, „smanjivanje” odgovora ili natuknica za odgovore, ili... Džepno računalo zapravo je alat pri različitim primjenama metode pokušaja i promašaja.

Pri semantičkoj primjeni moramo sagledati izlazne vrijednosti kako bismo dobili ideju za ulaznu vrijednost. Zatim se osvrćemo na vezu *ulazna vrijednost – operator – izlazna vrijednost* ili kasnije pomoću računala na vezu *ulazna vrijednost – funkcija – izlazna vrijednost* ili, još kompleksnije, proučavamo „simulacije”.

Kada je dana ulazna vrijednost i operator (ili funkcija) i tražimo izlaznu vrijednost, to je naravno sintaktička primjena. No, kada tražimo primjereni početni broj kako bismo dobili zadanu izlaznu vrijednost, obično se javljaju problemi. Tradicionalna matematika koristi inverznu funkciju ili algebarsku transformaciju kako bi se riješio problem. Pomoću džepnog računala možemo pogađati početni broj, a izlazna će nam vrijednost dati povratnu informaciju o tome koliko je kvalitetno naše predviđanje. S tom informacijom naše sljedeće predviđanje početnog broja moglo bi biti bolje (ili gore, ukoliko nismo razumjeli skriveni odnos). Sljedeće predviđanje (pogađanje) početnog broja moglo bi pomoći ili moramo ponovo pogađati, itd. Mogućnost korištenja brze *mašine* za računanje i metode pokušaja i pogrešaka kako bismo pronašli rješenje problema često je mnogo jednostavnije od algebarskih transformacija. Stoga ovaj tip rješavanja problema postaje sve važniji u matematičkom obrazovanju. Upravo smo na taj način pristupili u aktivnosti 2.4. Pogledajte zadnje znamenke i veličinu faktora i pogađajte (i testirajte). Nadalje, u aktivnosti 3.2 učenici često osvijeste kako pri množenju decimalnih brojeva možemo dobiti manji broj od početnih te da uzastopno množenje faktora većih od 0, a manjih od 1 može dovesti umnožak blizu nule. Na sličan način učenici stječu osjećaj za aproksimaciju u aktivnosti 3.1 te osjećaj za odnose četiriju računskih operacija u aktivnostima 3.4, 4.1, i 4.2. Aktivnosti 3.1 i 4.4. čak zahtijevaju i nesvjestan „osjećaj za postotak”.

Naše igre s džepnim računalom u 4. dijelu razvijaju osjećaj za broj u četiri osnovne računске operacije. Svaki „netočan” izlazni broj daje bolji naputak za bolji ulazni broj. Posebice, aktivnost 4.3 razvija osjećaj za magnitudu dvaju faktora potrebnih

za umnožak zadane magnitude. Ovu igru često igramo s učenicima trećih razreda. Učenici pritom razvijaju odličan osjećaj za pronalaženje dobrog početnog broja, pa s jednim ili dva dodatna pogadanja dolaze do točnog odgovora.

Jednostavni problemi u matematičkom obrazovanju karakterizirani su s time što imaju pravilo, algoritam ili formulu za računanje sintaktički. Poteškoće se javljaju kada postoji previše formula (*Koju trebam upotrijebiti?*) ili kada trebamo pronaći inverzu funkcije ili alegebarske transformacije ili formule. Kako bismo premostili te poteškoće, naša grupa TIM uvela je nove metode poučavanja koje nazivamo JEDNOSMJERNI princip. Prema ovoj metodi integriramo sintaktičke procedure, algebarske transformacije i sistematičke procedure metode pogodaka i promašaja. U ovome dijelu poučavanja već znana sintaktička primjena džepnih računala očuvana je i koristit će se kao alat za semantičko otkrivanje odnosa između ulaznih vrijedosti, „operatora“ i izlaznih vrijednosti. Ostanite u JEDNOSMJERU ove jednostavne sintaktičke procedure te primjenjujete metodu pogodaka i promašaja.

Opisat ćemo JEDNOSMJERNI princip na primjeru poučavanja „postotaka”.

$6 \ 3 \ 5 \ + \ 6 \ \% \ =$  je sintaktička primjena. Ako promotrite, prije nego pritisnete tipku  $=$ , na zaslonu (nekih jednostavnih džepnih računala) pojavit će se 38.1, tj. 6% of 635. Nakon što pritisnete tipku  $=$ , pokazat će se zbroj 673.1. S tom sekvencom pritiskanja tipki džepnog računala možemo metodom pokušaja i promašaja riješiti sve ostale probleme s postotcima kao što su: Ako s uračunatim porezom treba platiti 280.60 \$, a bez poreza 244 \$, kolika je porezna stopa? Ili: Koliki je iznos kredita s kamatnom stopom od 6% ako je po isetku jedne godine trebalo vratiti 3551 \$? Ili: Cipele su se prodavale na sniženju od 30%, nakon što ste ih kupili na sniženju, uštedjeli ste 68.60 \$. Kolika je bila originalna cijena cipela? Ili: Nakon koliko će se godina iznos od 1000 \$ udvostručiti pri složenoj kamatnoj stopi od 5%?

Također isti JEDNOSMJERNI princip koristimo pri uvođenju tema *Eksponencijalnog rasta i raspada*, *Trigonometrijskih funkcija*, *Koji je najbolji algebarski izraz za taj graf funkcije?* itd. Naša je ideja vodilja „primjenjuj JEDNOSMJERNE sintaktičke izračune” dok god je to potrebno, te koristi svoj mozak za metodu pokušaja i pogrešaka:

Pogodi i testiraj

ULAZNA VRIJEDNOST	IZLAZNA VRIJEDNOST

JEDNOSMJERNIM principom

