

GUBICI U ZUBIMA U ASINKRONIM STROJEVIMA

Stjepan Štefanko, Željko Hederić

Izvorni znanstveni članak

Izvedene su formule za proračun gubitaka vrtložnih struja u pravokutnim zubima. Pokazano je da se, uz pretpostavke da su permeabilnost i vodljivost lima konstantni, ukupni gubici vrtložnih struja mogu računati kao zbroj pulzacijskih i površinskih gubitaka. Date su upute kako se mogu računati ukupni gubici u zubima za sve oblike zuba uzimajući u obzir potiskivanje toka u limovima, prigušenje toka u zubima, te faktore obrade lima i paketa limova.

Ključne riječi: *asinkroni strojevi, gubici vrtložnih struja, gubici histereze, pulzacijski gubici, površinski gubici*

Teeth Losses in Induction Machines

Original scientific paper

Formulas that have been derived are used for calculation of eddy current losses in square teeth. It is shown that, assuming that permeability and conductivity of iron are constant, the overall eddy current losses can be calculated as the sum of pulsation and surface losses. Directions have been given on how to calculate the overall teeth losses for all forms of teeth taking into consideration skin effect of flux in lamination, damping of teeth flux and factors of iron sheet and core processing.

Keywords: *induction machines, eddy current losses, hysteresis losses, pulsation losses, surface losses*

1

Uvod

Introduction

U asinkronim strojevima pored gubitaka u namotima, gubitaka u konstrukcijskim dijelovima strojeva i mehaničkih gubitaka nastaju i gubici u statorskim i rotorskim paketima limova. Gubitke u limovima dijelimo na osnovne gubitke, koji su uglavnom vezani uz glavni harmonik indukcije u zračnom rasporu, i na dodatne gubitke, koje uzrokuju viši ili niži harmonici indukcije u zračnom rasporu [1, 2]. Prema mjestu nastajanja osnovne gubitke, koji se još nazivaju gubicima magnetiziranja, i dodatne gubitke dijelimo na površinske gubitke u zubima, pulzacijske gubitke u zubima, te pulzacijske gubitke u jarmovima. Pri proračunu osnovnih gubitaka obično se zanemaruje komponenta od površinskih gubitaka. Polje u asinkronim strojevima je rotacijsko, pa ipak se smatra da gubici u zubima nastaju uslijed izmjeničnog polja, dok se samo za gubitke u jarmovima smatra da nastaju uslijed rotacijskog polja.

Proračun gubitaka u statorskim i rotorskim paketima limova ne može se provesti egzaktno zbog nelinearnosti krivulje prvog magnetiziranja, pojave histereze i utjecaja obrade limova i paketa limova. Proračun otežava složena geometrija limova i pojava površinskog učinka (skin efekta). Sve navedene utjecaje trebalo bi za točan proračun uzeti istovremeno, što je nemoguće, pa će se u ovom članku istražiti samo utjecaj geometrije limova na gubitke vrtložnih struja u zubima, a ostali utjecaji mogu se uzeti u obzir naknadno s odgovarajućim faktorima, izborima odgovarajućih podataka (permeabilnost) i eksperimentalnim podacima (gubici histereze, obrada lima) [1, 3, 4].

Prema dostupnoj literaturi (na primjer [1, 2, 3]) gubici u zubima računaju se prema manje ili više složenim izrazima i to tako da se neovisno računaju površinski i pulzacijski gubici, bez dokaza da je to dopušteno. Međutim, polje u zubima je jedinstveno i potrebno je dokazati da se površinski i pulzacijski gubici mogu računati neovisno i naravno izvesti što točnije formule za proračun gubitaka.

2

Polje u zubima

Field in teeth

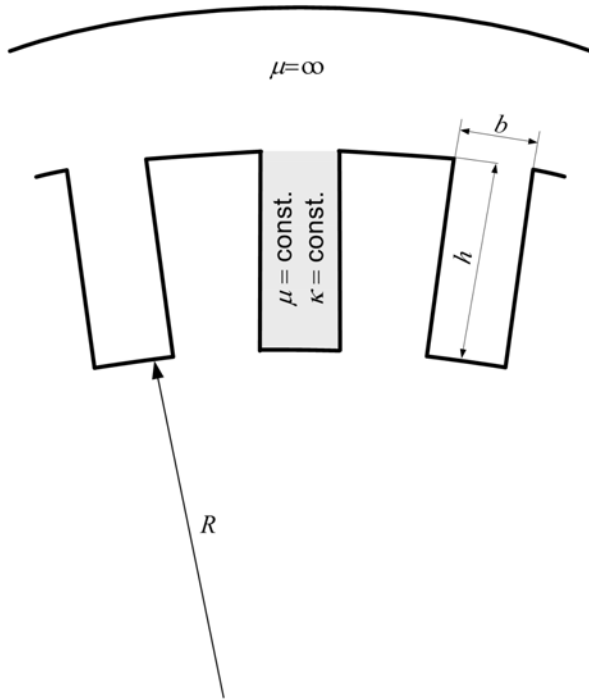
Zbog matematičkih teškoća koje se javljaju pri proračunu polja i gubitaka u zubima složenijih oblika, povoljno je prvo prema sl. 1. odabrati polje i gubitke u pravokutnom zubi. Na sl. 1. naznačene su i vrijednosti permeabilnosti u zubima i jarmu, koje se pretpostavljaju pri proračunu polja u zubima. Zbog pretpostavljene beskonačne permeabilnosti u jarmu, može se smatrati da je na granici zuba i jarma skalarni magnetski potencijal jednak nuli.

Pri proračunu polja u zubima polazi se od polja (indukcije) u zračnom rasporu. Na sl. 2. skicirano je stvarno polje u zračnom rasporu za harmonik polja čiji je polni korak mnogo veći od utorskog koraka, zatim pojednostavljeni oblik polja, te položaji koordinatnih sustava koji su korišteni pri proračunu polja i gubitaka u zubima. Pri određivanju polja u zubima polazi se od harmonika indukcije u zračnom rasporu (općenito) nepoznatog porijekla. Za indukciju u zračnom rasporu smatra se da je pozitivna ako je usmjerena od statora prema rotoru. Međutim, kako je povoljno smatrati da indukcija iz zračnog raspore ulazi u statorski zub, pretpostavlja se jednadžba indukcije u zračnom rasporu

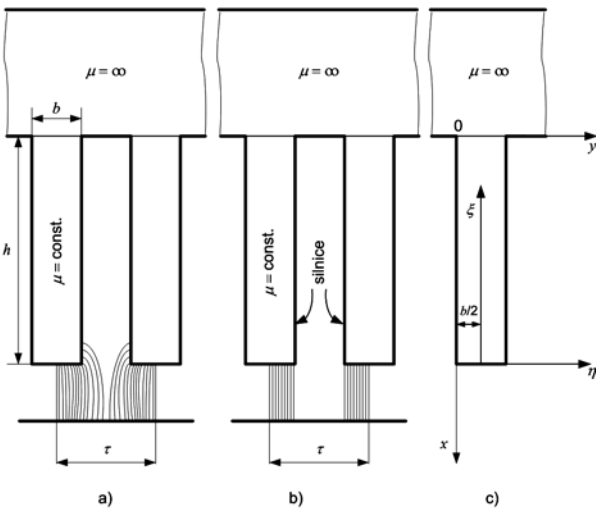
$$b_\mu(x, t) = -B_\mu \cos(\mu x - \omega_\mu t - \varphi_\mu), \quad (1)$$

odnosno u koordinatnom sustavu $0\xi\eta$ (za mali zračni raspor)

$$\vec{b}_\mu = B_\mu \cos\left(\frac{\mu}{R}\eta - \omega_\mu t - \varphi_\mu\right) \vec{a}_\xi. \quad (2)$$



Sl. 1. Geometrijski oblik statorskog lima s pravokutnim zubima
Fig. 1. Geometric shape of the stator lamella with rectangular teeth



Sl. 2. Polje u zračnom rasporu i koordinatni sustavi (a - stvarno polje u utorskom koraku, b - pojednostavljeno polje na utorskom koraku i c - koordinatni sustavi)

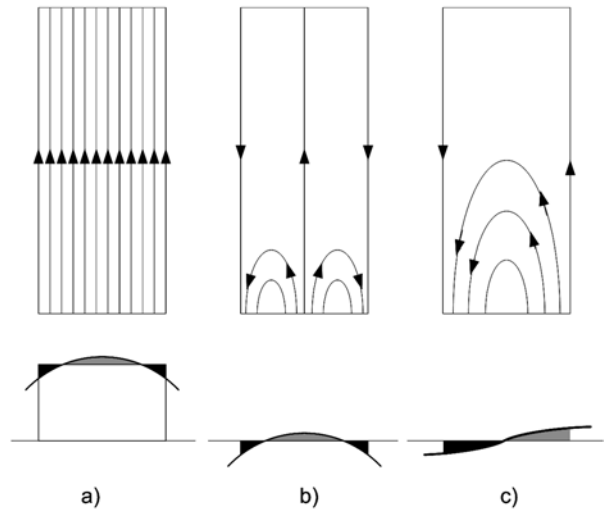
Fig. 2. Field in the airgap and coordinate systems (a - real field on the slot step, b - simplified field on the slot step and c - coordinate systems)

Koordinata x na sredini zračnog raspora u (1) mjeri se u radijanima, dok se koordinata x na sl. 2. c) mjeri u metrima. Rotirajući val prema (1) može se rastaviti na dva oscilirajuća polja (stojni valovi)

$$b_\mu = B_\mu \cos(\omega_\mu t + \varphi_\mu) \cos\left(\frac{\mu}{R}\eta\right) + B_\mu \sin(\omega_\mu t + \varphi_\mu) \sin\left(\frac{\mu}{R}\eta\right) \quad (3)$$

Na sl. 3. skicirane su komponente polja u zubu uslijed indukcije prema (3). Polje u zubu može se odrediti iz Laplaceove jednadžbe za skalarni magnetski potencijal

$$\Delta\varphi^* = \frac{\partial^2\varphi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi^*}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$



Sl. 3. Komponente polja u zubu (a - srednja vrijednost polja od kosinus komponente indukcije, b - ostatak polja od kosinus komponente indukcije i c - polje od sinus komponente indukcije)

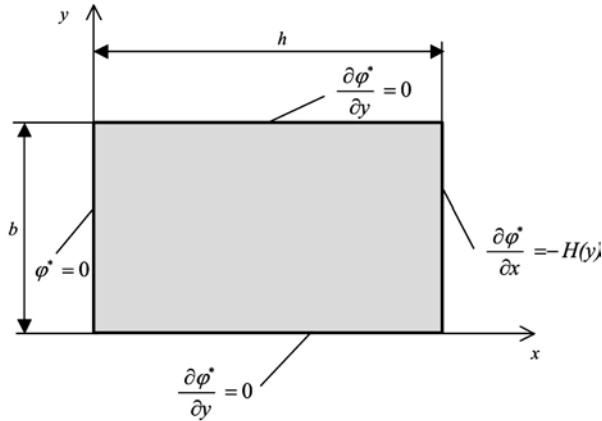
Fig. 3. Field components in the tooth (a - field mean value of the cosine induction component, b - remaining fields of the cosine induction component and c - field of the sine induction component)

Na sl. 4. nacrtan je zub, koordinatni sustav i naznačeni su rubni uvjeti. Laplaceova jednadžba za skalarni magnetski potencijal, u ovom slučaju, može se riješiti separacijom varijabli, tako da se pretpostavi da je rješenje produkt funkcija samo jedne varijable

$$\varphi^*(x, y) = X(x) Y(y). \quad (5)$$

Uvrštenjem (5) u (4) dobije se

$$\frac{1}{X} \frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2Y}{dy^2} = 0. \quad (6)$$



Sl. 4. Pravokutni statorski zub i rubni uvjeti
Fig. 4. The rectangular stator tooth and boundary conditions

Jednadžba (6) je zadovoljena za

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = k^2 > 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -k^2 < 0. \quad (8)$$

Rješenja (7) i (8) su

$$X = A \operatorname{sh}(kx) + B \operatorname{ch}(kx) \quad (9)$$

$$Y = C \sin(ky) + D \cos(ky). \quad (10)$$

Iz rubnih uvjeta za stjenke zuba i za korijen zuba dobije se da je $B = C = 0$ i $k = k_n = \frac{n\pi}{b}$, pa je rješenje za potencijal

$$\begin{aligned} \varphi^*(x, y) &= \sum_{n=0,1,\dots}^{\infty} A_n D_n \operatorname{sh}(k_n x) \cos(k_n y) = \\ &= \sum_{n=0,1,\dots}^{\infty} E_n \operatorname{sh}(k_n x) \cos(k_n y) \end{aligned} \quad (11)$$

Za određivanje konstanti E_n , treba izraz za polje u zubu

$$\begin{aligned} H_x(x, y) &= -\frac{\partial \varphi^*}{\partial x} = \\ &= -\sum_{n=0,1,\dots}^{\infty} \frac{n\pi}{b} E_n \operatorname{ch}\left(\frac{n\pi}{b} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \end{aligned} \quad (12)$$

za koordinatu $x = h$, izjednačiti sa zadanim poljem na granici

$$\begin{aligned} h_{\mu Fe}(y, t) &= \\ &= \frac{-l_e}{l_u \mu_o \mu_r} \left\{ B_\mu g_1(t) \cos\left[\frac{\mu}{R} \left(y - \frac{b}{2}\right)\right] + B_\mu g_2(t) \sin\left[\frac{\mu}{R} \left(y - \frac{b}{2}\right)\right] \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

U (13) je l_e efektivna duljina paketa limova, a l_u duljina željeza, dok su

$$g_1(t) = \cos(\omega_\mu t + \varphi_\mu) \quad (14)$$

$$g_2(t) = \sin(\omega_\mu t + \varphi_\mu). \quad (15)$$

Uz oznake $k_{Fe} = l_u/l_e$, te uz

$$H_1 = \frac{B_\mu}{k_{Fe} \mu_o \mu_r} g_1(t) = H_\mu g_1(t) \quad (16)$$

$$H_2 = \frac{B_\mu}{k_{Fe} \mu_o \mu_r} g_2(t) = H_\mu g_2(t), \quad (17)$$

nakon razvoja polja na granici prema (13) u Fourierov red, te izjednačavanja koeficijenata s koeficijentima iz (12) dobije se rezultat

$$\varphi^*(x, y) = \varphi_1^*(x, y) + \varphi_2^*(x, y), \quad (18)$$

gdje su

$$\varphi_1^*(x, y) = H_1 \frac{\sin\left(\mu \frac{b}{2R}\right)}{\mu \frac{b}{2R}} x + H_1 \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\frac{4\mu}{bR}}{\left(\frac{\mu}{R}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \frac{\sin\left(\mu \frac{b}{2R}\right)}{\frac{n\pi}{b} \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)} \operatorname{sh}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right), \quad (19)$$

$$\varphi_2^*(x, y) = H_2 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\frac{4\mu}{bR}}{\left(\frac{\mu}{R}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \frac{\cos\left(\mu \frac{b}{2R}\right)}{\frac{n\pi}{b} \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)} \operatorname{sh}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right). \quad (20)$$

U posebnim slučajevima kada je $\mu = n \frac{R\pi}{b}$, potencijali se određuju po L'Hospitalovom pravilu. Iz $\vec{H} = -\nabla \varphi^*$ dobije se magnetsko polje

$$\vec{H} = \vec{i}H_x + \vec{j}H_y, \quad (21)$$

$$H_x = H_{1x} + H_{2x}, \quad (22)$$

$$H_y = H_{1y} + H_{2y}, \quad (23)$$

gdje su

$$H_{1x}(x, y) = -H_1 \frac{\sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right)}{\alpha_\mu \frac{\pi}{2}} - H_1 \frac{4}{\pi} \alpha_\mu \sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right) \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right)}{(\alpha_\mu^2 - n^2) \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)}, \quad (24)$$

$$H_{2x}(x, y) = -H_2 \frac{4}{\pi} \alpha_\mu \cos\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right) \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right)}{(\alpha_\mu^2 - n^2) \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)}, \quad (25)$$

$$H_{1y}(x, y) = H_1 \frac{4}{\pi} \alpha_\mu \sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right) \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{sh}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \sin\left(n\pi \frac{y}{b}\right)}{(\alpha_\mu^2 - n^2) \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)}, \quad (26)$$

$$H_{2y}(x, y) = H_2 \frac{4}{\pi} \alpha_\mu \cos\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right) \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{sh}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \sin\left(n\pi \frac{y}{b}\right)}{(\alpha_\mu^2 - n^2) \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)}, \quad (27)$$

$$\alpha_\mu = \mu \frac{b}{R\pi}. \quad (28)$$

3 Gubici u zubima Teeth losses

Za određivanje gubitaka u zubima paketa limova potrebno je prvo odrediti trenutačni iznos gubitaka u jednom zubu jednog lima

$$P_{\text{dud}}(t) = \frac{1}{\kappa_{Fe} V_{\text{al}}} \iiint |\vec{J}(x, y, z, t)|^2 dV. \quad (29)$$

Pravokutni zub (jedan lim) i položaj koordinatnog sustava prikazani su na sl. 5. Za proračun gubitaka prema (29) potrebno je odrediti vektor gustoće struje

\vec{J} . Za poznatu raspodjelu magnetskog polja u zubu $\vec{H}(x, y, t)$ gustoća struje može se odrediti iz jednadžbi:

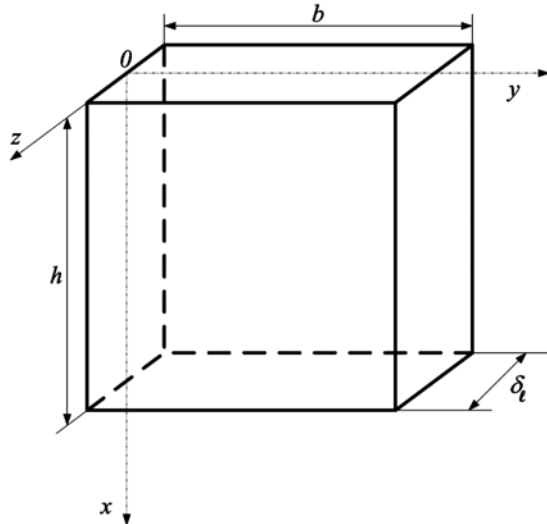
$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (30)$$

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}, \quad (31)$$

$$\vec{J} = \kappa \vec{E}. \quad (32)$$

Rješenje treba zadovoljiti i jednadžbu

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0. \quad (33)$$



Sl. 5. Jedan pravokutni zub jednog lima i koordinatni sustav
Fig. 5. One rectangular tooth of one lamella and coordinate system

Uz zanemarenje utjecaja vrtložnih struja na raspodjelu indukcije u zubu, može se pretpostaviti da se J_y linearno mijenja s koordinatom z i naknadno uzeti u obzir efekt potiskivanja toka u limu. Također, može se pretpostaviti da je vektor \vec{J}_y proporcionalan s \vec{H}_x , ali vremenski pomaknut za 90° . Dakle, sukladno izrazima

za polje u limu može se za J_y komponentu gustoće struje napisati

$$J_y(x, y, z, t) = \left\{ k_1 g_2(t) + k_2 F_1(x, y) g_2(t) + k_3 F_2(x, y) g_1(t) \right\} z \quad (34)$$

gdje su

$$F_1(x, y) = \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right)}{\left(\alpha_\mu^2 - n^2\right) \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)} \quad \text{i} \quad (35)$$

$$F_2(x, y) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right)}{\left(\alpha_\mu^2 - n^2\right) \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)}. \quad (36)$$

Valne duljine za proračun gubitaka značajnih harmonika u pravilu su mnogo veće od debljine lima, pa se može zanemariti J_z komponenta gustoće struje. Uvrštavanjem (34) u (30) dobije se

$$J_x(x, y, z, t) = \left\{ k_2 F_3(x, y) g_2(t) + k_3 F_4(x, y) g_1(t) \right\} z \quad \text{i} \quad (37)$$

$$J_z(x, y, z, t) = \left[k_1 - \mu_{Fe} \kappa_{Fe} \frac{\sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right)}{\alpha_\mu \frac{\pi}{2}} H_\mu \omega_\mu \right] g_2(t) y +$$

$$+ \left[k_2 - \mu_{Fe} \kappa_{Fe} \frac{4}{\pi} \alpha_\mu \sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right) H_\mu \omega_\mu \right] g_2(t) \int F_1(x, y) dy +$$

$$+ \left[k_3 + \mu_{Fe} \kappa_{Fe} \frac{4}{\pi} \alpha_\mu \cos\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right) H_\mu \omega_\mu \right] g_1(t) \int F_2(x, y) dy = 0, \quad (38)$$

gdje su

$$F_3(x, y) = \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{sh}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \sin\left(n\pi \frac{y}{b}\right)}{\left(\alpha_\mu^2 - n^2\right) \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)} \quad \text{i} \quad (39)$$

$$F_4(x, y) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{sh}\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \sin\left(n\pi \frac{y}{b}\right)}{\left(\alpha_\mu^2 - n^2\right) \operatorname{ch}\left(n\pi \frac{h}{b}\right)}. \quad (40)$$

Jednadžba (38) je uvijek zadovoljena ako su

$$k_1 = \mu_{Fe} \kappa_{Fe} \frac{\sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right)}{\alpha_\mu \frac{\pi}{2}} H_\mu \omega_\mu, \quad (41)$$

$$k_2 = \mu_{Fe} \kappa_{Fe} \frac{4}{\pi} \alpha_\mu H_\mu \omega_\mu \sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{i} \quad (42)$$

$$k_3 = -\mu_{Fe} \kappa_{Fe} \frac{4}{\pi} \alpha_\mu H_\mu \omega_\mu \cos\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right). \quad (43)$$

Trenutačna vrijednost gubitaka u jednom zubu jednog lima je

$$P_{dd\mu l}(t) = \frac{1}{\kappa_{Fe} V_{dl}} \iiint |J_x^2 + J_y^2| dx dy dz, \quad (44)$$

a srednja vrijednost tih gubitaka je

$$\begin{aligned} P_{dd\mu l} &= \frac{\omega_\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} P_{dd\mu l} dt = \\ &= \frac{1}{\kappa_{Fe}} \int_{-\frac{\delta_l}{2}}^{\frac{\delta_l}{2}} \int_0^b \int_0^h \frac{\omega_\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} (J_x^2 + J_y^2) dt dx dy dz \end{aligned} \quad (45)$$

Integriranjem prema (45) dobije se

$$P_{dd\mu l} = \frac{\delta_l^3}{24 \kappa_{Fe}} \left[\frac{\kappa_{Fe} B_\mu \omega_\mu}{k_{Fe}} \right]^2 \left\{ h b \left(\frac{\sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right)}{\alpha_\mu \frac{\pi}{2}} \right)^2 + \frac{R b}{\mu} K(\mu) \right\}, \quad (46)$$

gdje je

$$K(\mu) = \frac{8\alpha_\mu^3}{\pi^2} \left\{ \sum_{n=2,4,\dots} \frac{\sin^2\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right)}{n(n^2 - \alpha_\mu^2)^2} \text{th}\left(n\pi \frac{h}{b}\right) + \sum_{n=1,3,\dots} \frac{\cos^2\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right)}{n(n^2 - \alpha_\mu^2)^2} \text{th}\left(n\pi \frac{h}{b}\right) \right\}. \quad (47)$$

U vitičastoj zagradi na desnoj strani jedn. (46) su dva člana. Prvi član potječe od polja na sl. 3. a), a drugi član od polja na sl. 3. b) i c), što se može pratiti kod izvoda formula za jedinstveno polje i gubitke u limu. Homogeno polje na sl. 3. a) polazište je za proračun pulzacijskih gubitaka, a polje na sl. 3. b) i sl. 3. c) za proračun površinskih gubitaka [2].

Ukupni gubici u zubima dobiju se pomoću jednadžbe (46) množenjem s brojem zubi i omjerom dužine željeza prema debljini lima

$$P_{dd\mu} = Q \frac{l_u}{\delta_l} P_{dd\mu l} = P_{dd\mu l \text{ pul}} + P_{dd\mu l \text{ pov}}, \quad (48)$$

gdje su pulzacijski gubici u zubima

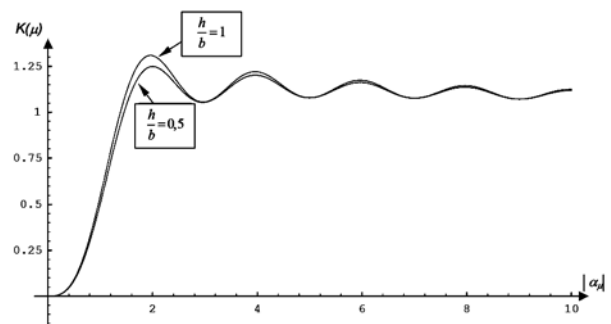
$$P_{dd\mu l \text{ pul}} = \frac{\kappa_{Fe}}{24 k_{Fe}} (\omega_\mu \delta_l)^2 \left[B_\mu \frac{\sin\left(\alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right)}{\alpha_\mu \frac{\pi}{2}} \right]^2 Q l_e h b, \quad (49)$$

a površinski gubici su

$$P_{dd\mu l \text{ pov}} = \frac{\kappa_{Fe}}{24 k_{Fe}} (\omega_\mu B_\mu \delta_l)^2 2\pi R l_e \frac{b}{\tau} \frac{R}{\mu} K(\mu). \quad (50)$$

Iz izvoda polja i gubitaka proizlazi da se za pravokutne zube, uz navedene pretpostavke $\mu_{Fe} = \text{konst.}$ i $\kappa_{Fe} = \text{konst.}$, pulzacijski i površinski gubici vrtložnih

struja mogu računati odvojeno. Ta spoznaja koristi se i kod proračuna gubitaka u zubima složenijih oblika.



Sl. 6. Faktor utjecaja otvora utora na površinske gubitke
Fig. 6. Influence factor of slot on the surface losses

Jednadžbe (49) i (50) izvedene su uz pretpostavku da je polje u zračnom rasporu oblika prema sl. 2. b). Za određivanje konačnih izraza za gubitke potrebno je prvo izvršiti korekcije, kojima se uzima u obzir stvarna raspodjela polja prema sl. 2. a). Izraz za proračun pulzacijskih gubitaka u pravokutnim zubima tada je

$$P_{dd\mu l \text{ pul}} = \frac{\kappa_{Fe}}{24 k_{Fe}} (\omega_\mu \delta_l)^2 \left[k_C B_\mu \frac{\sin\left(\frac{\tau}{k_C b} \alpha_\mu \frac{\pi}{2}\right)}{\alpha_\mu \frac{\pi}{2}} \right]^2 V_e, \quad (51)$$

gdje je k_C Carterov faktor za stator ili rotor, ovisno gdje se računaju gubici, a nadomjesni volumen zubi je

$$V_e = Q l_e h b. \quad (52)$$

Za ostale oblike zuba treba u (28) i (51) uzeti da je $b=b_1$ (širina zuba uz zračni raspor) i volumen računati s nadomjesnom širinom zuba

$$b_e = \frac{b_1^2}{h} \int_0^h \frac{dx}{b(x)}, \quad (53)$$

dakle

$$V_e = Q l_e h b_e. \quad (54)$$

Zbog vrlo složenog polja i uz zračni raspor, za pravokutne zube i za složenije oblike zuba najbolje je površinske gubitke računati pojednostavljeno

$$P_{dd|upov} = \frac{\kappa_{Fe} k_C^2}{24 \kappa_{Fe}} \left(\omega_\mu B_\mu \delta_l \right)^2 2 \pi R l_e \frac{b}{\tau} \frac{R}{\mu} K(\mu). \quad (55)$$

Faktor $K(\mu)$ prema (47) općenitiji je od odgovarajućeg faktora u [2]. Taj faktor (u [2]) dobije se ako se u (47) uzme da je $\text{th}\left(n\pi \frac{h}{b}\right) = 1$, što je u pravilu dopušteno zbog $(h/b) > 1$ u izvedenim strojevima. Faktor utjecaja otvora utora na površinske gubitke prema (47) prikazan je na sl. 6. Naravno, za zube koji nisu pravokutnog oblika treba u (28) i (47) uzeti $b=b_1$.

Formule za proračun pulzacijskih i površinskih gubitaka vrtložnih struja (51) i (55) potrebno je nadopuniti s korekcijama utjecaja potiskivanja toka u limovima, utjecaja prigušenja toka u zubima, te utjecaja obrade lima i paketa limova. Da bi se dobili ukupni gubici u zubima treba dodati pojednostavljeno određene gubitke histereze [1].

Kod proračuna pulzacijskih gubitaka za korekciju utjecaja potiskivanja toka u limovima [3], treba za širinu zuba $b_d = b_1^2/b_e$ odrediti indukciju, a iz nje odgovarajuću relativnu permeabilnost. Pri proračunu osnovnih gubitaka (gubitaka magnetiziranja) ona se odredi iz krivulje prvog magnetiziranja, dok za proračun dodatnih gubitaka uzrokovanih višim harmonicima polja u zračnom rasporu treba uzeti inkrementalnu ili diferencijalnu permeabilnost [3]. Kod proračuna površinskih gubitaka za određivanje permeabilnosti mjerodavna je širina zuba uz zračni raspor (kruna zuba).

Faktori prigušenja toka u zubima trebaju samo kod proračuna pulzacijskih gubitaka. Za proračun pulzacijskih gubitaka u rotorskim zubima faktor prigušenja toka određen je u [3] za neskošene rotore, dok se za proračun pulzacijskih gubitaka u statorskim zubima može, u pravilu, uzeti da je približno jednak jedan.

Najteže je odrediti faktore obrade lima i paketa limova, jer oni osim o svojstvima lima ovise o rezu lima i tehnologiji izrade paketa. Za određivanje tih faktora

potrebno je raspolagati s mjerenjima utjecaja vrste obrade (tokarenje, brušenje) na probama lima [4], te poznavati tehnologiju izrade paketa limova. Na kraju je i pak potrebno, natraške, iz mjerenja gubitaka (osnovnih i dodatnih) i proračuna po teorijskim formulama za gubitke, korigirati faktore određene iz mjerenja na probama lima.

4

Zaključak

Conclusion

Gubici vrtložnih struja u pravokutnim zubima određeni su iz resultantnog polja u zubima, koje uzrokuje harmonik indukcije u zračnom rasporu. Na taj način je, uz pretpostavke $\mu_{Fe}=\text{konst.}$ i $\kappa_{Fe}=\text{konst.}$, gotovo egzaktno određen utjecaj geometrije lima na gubitke.

Pokazuje se da se, uz pretpostavke $\mu_{Fe}=\text{konst.}$ i $\kappa_{Fe}=\text{konst.}$, ukupni gubici vrtložnih struja u pravokutnim zubima mogu razdvojiti na pulzacijske i površinske gubitke, što je i do sada rađeno u poznatoj literaturi, ali bez dokaza.

Na kraju su date upute kako se za zube svih oblika mogu odrediti ukupni gubici u zubima. Za to je potrebno uzeti u obzir histerezne gubitke u limovima, te korekcije uslijed potiskivanja toka u limovima, prigušenja toka u zubima za pulzacijske gubitke i korekcije uslijed obrade lima i paketa limova.

5

Literatura

References

- [1] Richter, R. Elektrische Maschinen I, Basel/Stuttgart, Birkhäuser Verlag, 1967.
- [2] Danilevič, Ja. B.; Kašarskij, E. G. Dobavočnye poteri v električeskikh mašinah, Moskva/Leningrad, Gosudarstvennoe energetičeskoe izdateljstvo, 1963.
- [3] Taegen, F. Zusatzverluste von Asynchronmaschinen. // Acta Technica ČSAV, 13 (1968), str. 1-31.
- [4] Babić. S. Utjecaj tehnoloških postupaka prerade na magnetska svojstva neorijentiranog magnetskog lima. // V. savjetovanje Elektromotorni pogoni, Poreč, 24.-26.04.1990.

Popis upotrebljenih oznaka

List of used symbols

b – indukcija u zračnom rasporu (funkcija prostora i vremena), T

b – širina zuba, m

B – amplituda indukcije, T

E – električno polje, V/m

h – visina zuba, m

H – jakost magnetskog polja, A/m

J – gustoća struje, A/m²

k – konstante sa raznim dimenzijama

n – cijeli broj (redni broj harmonika)

p – trenutni iznos gubitaka, W

Q – broj zuba

R – polumjer provrta (statorskog) paketa limova, m
 t – vrijeme, s
 V – volumen, m³
 x – koordinata u zračnom rasporu, rad
 x, y, z – koordinate u pravokutnom koordinatnom sustavu, m
 δ – debljina, m
 η – koordinata, m
 κ – vodljivost, S/m
 μ – broj pari polova
 ξ – koordinata, m
 φ – fazni kut, rad
 φ^* – skalarni magnetski potencijal, A
 τ – utorski korak, m
 ω – kružna frekvencija, rad/s

Indeksi

Indexes

d – gubici, zub
 e – efektivna (idealna) vrijednost (npr. duljine paketa limova)
 Fe – željezo
 l – lim
pov – površinski (gubici)
pul – pulzacijski (gubici)
 u – netto (duljina željeza)
 x – komponenta (vektora)
 y – komponenta (vektora)
 z – komponenta (vektora)
 μ – broj pari polova

Author's Address (Adresa autora):

prof. dr. sc. Stjepan, Štefanko
KONČAR-Institut za elektrotehniku d.d.
Fallerovo šetalište 22
10000 Zagreb

mr. sc. Željko, Hederić
Elektrotehnički fakultet u Osijeku
Kneza Trpimira 2b.
31000 Osijek