

SUPERPOZICIJA MODALNIH ODGOVORA SPEKTRALNE ANALIZE

Tanja Kalman, Vladimir Sigmund

Prethodno priopćenje

Modalna analiza je standardna metoda linearne seizmičke analize konstrukcija. Superpozicija pojedinih tonova nije standardizirana i postoje različite preporuke za primjenu pojedinih metoda. U radu su diskutirani rezultati vršnih dinamičkih odgovora numeričkih modela armirano-betonske okvirne konstrukcije s ispunama (s i bez torzionih formi osciliranja) opterećeni spektrom odgovora i vremenskim zapisom reprezentativnih potresa. Uspoređeni su rezultati dobiveni s tri metode modalne superpozicije: ABS, SRSS i CQC s pripadajućim vrijednostima dobivenim vremenskim zapisom potresa radi utvrđivanja točnosti uporabljenih kombinacijskih pravila. Analizirani su rezultati za sve modele i metode superpozicije te su date preporuke za primjenu pojedinih metoda.

Ključne riječi: spektralna analiza, vremenski odgovor, metode superpozicije, kombinacije modalnih odgovora

Superposition of Modal Responses in Spectral Analysis

Preliminary notes

Modal analysis is a standard method for a structure earthquake response analysis. The combination of various response modes is not standardized and there are three most often used methods of modal superposition: ABS, SRSS and CQC. Exact results of seismic response are obtained by time history analysis, we using a set of representative earthquakes. In order to evaluate the validity of different superposition methods, were defined building models that cover a broad range of interest regarding stiffness (and its distribution along the height and in floor) and their response time histories were analyzed for a set of ground motions that represent soft and stiff ground. The suggestions for everyday use were outlined.

Keywords: spectral analysis, time history, model structures, response combination rules

1

Uvod

Introduction

Jedna od najvažnijih primjena teorije dinamike konstrukcija u građevinarstvu je odgovor konstrukcija pri djelovanju potresa. Za dobivanje odgovora konstrukcije često se za opterećenje potresom koristi zapis ubrzanja tla u ovisnosti o vremenu (eng. time history). Odgovori konstrukcije u takvom slučaju opterećenja daju referentne vrijednosti, ali u funkciji vremena.

Druga metoda pomoću koje se direktno određuju vršni odgovori konstrukcije je spektar odgovora (eng. response spectra). Spektar odgovora se dobiva iz zapisa potresa akceleracije u vremenu i predstavlja vršni odgovor svih mogućih linearnih sustava s jednim stupnjem slobode izloženih određenoj komponenti potresnog opterećenja i prikazuje funkciju vršnog odgovora (akceleracije, brzine ili pomaka) u ovisnosti o prirodnom periodu T ili frekvenciji f . Svaki takav prikaz ima fiksnu vrijednost koeficijenta prigušenja.

Pri opterećenju građevine spektrom odgovora dobivaju se približne vrijednosti vršnog odgovora jer kombinacija modalnih odgovora uzima u obzir vršne vrijednosti odgovora za pojedine oblike ne vezujući se za vremenski korak u kojem su vršne vrijednosti nastale. Ovakva metoda smatra se dostatno točnom za inženjersku primjenu ukoliko određena kombinacija modalnih odgovora daje dostatno referentne vrijednosti.

U radu će se izvršiti usporedba kombinacija spektralne analize (ABS, SRSS, CQC) s analizom zapisa potresa u funkciji vremena koja daje referentne

vrijednosti odgovora za promatrani potres.

2

Modalna analiza i odgovori konstrukcije u ovisnosti o vremenu

Modal Analysis and Time History Responses

Modalna analiza je dinamička analiza linearnih sustava s N stupnjeva slobode koja se zasniva na metodi razvijanja po vlastitim oblicima ili tonovima. Ova metoda je primjenjiva ako je vremenska ovisnost sila pobude svih masa ista ili razmjerno ista što u slučaju potresnog opterećenja zadovoljava traženi uvjet.

Rješenje problema svodi se na rješavanje matrične diferencijalne jednadžbe:

$$[m] \cdot \{\ddot{u}\} + [c] \cdot \{\dot{u}\} + [k] \cdot \{u\} = \{p(t)\}, \quad (1)$$

gdje je:

$[m]$ - dijagonalna matrica masa

$[k]$ - puna matrica krutosti

$\{\ddot{u}\}$, $\{\dot{u}\}$, $\{u\}$ - vektori ubrzanja, brzine i pomaka kata

$\{p(t)\}$ - opterećenje.

Dijagonalizacijom matrice prigušenja i matrice krutosti rastavlja se diskretan sustav s N stupnjeva slobode na N nezavisnih diskretnih sustava od kojih je svaki s jednim stupnjem slobode. Ovakvo rastavljanje se naziva modalna analiza.

Da bi se izvršila dijagonalizacija matrica c i k

uvodi se transformacija koordinata:

$$\{u\} = [\Phi] \cdot \{Y\}, \quad (2)$$

gdje je:

$\{u\}$ - vektor prvobitnih generaliziranih (nepoznatih) koordinata

$[\Phi]$ - matrica transformacije čiji su stupci proporcionalni vektorima vlastitih oblika

$\{Y\}$ - vektor normalnih koordinata.

Primjenom osobine ortogonalnosti masa, krutosti i prigušenja

$$\Phi_n^T \cdot m \cdot \Phi_j = 0; \quad \Phi_n^T \cdot k \cdot \Phi_j = 0; \quad \Phi_n^T \cdot c \cdot \Phi_j = 0; \quad n \neq j. \quad (3)$$

i uvođenjem oznaka za generaliziranu masu M_n , generaliziranu krutost K_n , generaliziranu silu $P_n(t)$ i generalizirano prigušenje C_n za ton n :

$$M_n = \Phi_n^T \cdot m \cdot \Phi_n; \quad K_n = \Phi_n^T \cdot k \cdot \Phi_n; \quad P_n(t) = \Phi_n^T \cdot p(t); \quad C_n = \Phi_n^T \cdot c \cdot \Phi_n. \quad (4)$$

dobiva se diferencijalna jednadžba koja se odnosi na n -ti oblik osciliranja diskretnog sustava sa N stupnjeva slobode, sljedećeg oblika:

$$M_n \cdot \ddot{Y}_n + C_n \cdot \dot{Y}_n + K_n \cdot Y_n = P_n(t), \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

Modalna diferencijalna jednadžba za ton n (5) vrijedi i u slučaju potresa pri čemu je:

$$P_n(t) = \Phi_n^T \cdot p_{ef} = -\Phi_n^T \cdot m \cdot \ddot{u}_g(t) \cdot I, \quad (6)$$

gdje je:

p_{ef} - vanjske efektivne sile jednake produktu katnih masa i ubrzanja podloge

$\ddot{u}_g(t)$ - ubrzanje temeljnog tla (podloge)

I - jedinični vektor stupac.

S obzirom da je matrica masa dijagonalna može se pisati:

$$\Phi_n^T \cdot m \cdot I = \sum_{j=1}^N m_j \cdot \Phi_{nj} = L_n. \quad (7)$$

Vrijednost L_n predstavlja faktor učešća ili participacije, odnosno iznos s kojim n -ti ton učestvuje u prijenosu seizmičkog opterećenja. Ovaj faktor se smanjuje s povećanjem broja tona jer je doprinos viših tonova

u prijenosu seizmičkog opterećenja znatno manji zbog malih vrijednosti pomaka viših vlastitih oblika.

Prema tome u slučaju opterećenja silama potresa modalna jednadžba (5) poprima oblik:

$$\ddot{Y}_n + 2 \cdot \xi_n \cdot \omega_n \cdot \dot{Y}_n + \omega_n^2 \cdot Y_n = -\frac{L_n}{M_n} \cdot \ddot{u}_g(t), \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Rješenje ove diferencijalne jednadžbe dano je u poznatoj formi Duhamelovog integrala iz kojeg se dobiva modalni pomak $Y_n(t)$:

$$Y_n(t) = -\frac{L_n}{M_n} \cdot \frac{1}{\omega_{nD}} \cdot \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{-\xi_n \omega_n (t-\tau)} \cdot \sin[\omega_{nD}(t-\tau)] \cdot d\tau \quad (10)$$

$$J_n(t) = \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{-\xi_n \omega_n (t-\tau)} \cdot \sin[\omega_{nD}(t-\tau)] \cdot d\tau. \quad (11)$$

Unutarnje sile u sustavu, poprečne katne sile i momenti, nastale prethodno dobivenim vrijednostima deformacija sustava, određuje se primjenom koncepta ekvivalentnih bočnih sila f . To su one sile koje primijenjene na sustav uzrokuju pomake.

Ukupna poprečna sila u razini temelja zgrade:

$$V_0(t) = -\sum_{n=1}^N \frac{L_n}{M_n} \cdot \frac{\omega_n^2}{\omega_{nD}} \cdot J_n. \quad (12)$$

Ukupni moment u razini temelja zgrade:

$$M_0 = -\sum_{n=1}^N \frac{L_n}{M_n} \cdot \frac{\omega_n^2}{\omega_{nD}} \cdot \{h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_j \quad \dots \quad h_N\} \cdot m \cdot \Phi_n \cdot J_n \quad (13)$$

Odgovor konstrukcije (deformacija, unutarnje sile, naprezanja) na djelovanje potresa uzimajući u obzir zapis potresa u funkciji akceleracije tla jednak je zbroju pojedinačnih doprinosa svakog vlastitog oblika u jednom vremenskom koraku:

$$r(t) = r_1(t) + r_2(t) + \dots + r_n(t) + \dots + r_N(t). \quad (14)$$

3 Spektralna analiza Spectral Analysis

U slučaju opterećenja konstrukcije spektrom odgovora dobivenim iz zapisa potresa, pri analizi sustava s jednim stupnjem slobode vrijedi izraz:

$$u_{\max} = S_d = \frac{S_v}{\omega} = \frac{S_a}{\omega^2}, \quad (15)$$

gdje su:

S_d – spektralni pomak

S_v – spektralna pseudo brzina

S_a – spektralna pseudo akceleracija.

U modalnoj analizi ove veličine imaju sljedeće oznake u ovisnosti o pojedinim oblicima:

$$S_{dn} = S_d(\omega_n, \xi_n); S_{vn} = S_v(\omega_n, \xi_n); S_{an} = S_a(\omega_n, \xi_n), \\ n = 1, 2, \dots, N. \quad (16)$$

Modalni pomak u slučaju spektralne teorije ima maksimalnu vrijednost:

$$\bar{Y}_n = \frac{L_n}{M_n} \cdot S_{dn}. \quad (17)$$

Maksimalne vrijednosti presječnih sila u razini temelja:

$$\bar{V}_{0n} = \frac{L_n^2}{M_n} \cdot S_{an}; \quad \bar{M}_{0n} = \frac{L_n}{M_n} \cdot S_{an} \cdot \sum_{j=1}^N h_j \cdot m_j \cdot \Phi_{jn}, \\ n = 1, 2, \dots, N. \quad (18)$$

Maksimalni odgovor konstrukcije (deformacija, unutarnje sile, naprezanja) na djelovanje potresa, uzimajući u obzir spektar odgovora, jednak je kombinaciji maksimalnih pojedinačnih doprinosa svakog vlastitog oblika pri čemu se zanemaruju vremenski koraci u kojima su dosegnute maksimalne vrijednosti.

Kombinacije koje se koriste u spektralnoj analizi daju vrijednosti približne stvarnom odgovoru konstrukcije.

ABS – suma apsolutnih vrijednosti (eng. absolute sum) – modalna kombinacija koja pretpostavlja da sve vršne vrijednosti modalnih odgovora nastaju u istom vremenskom koraku, pri čemu je ukupni odgovor suma apsolutnih vrijednosti pojedinačnih vršnih odgovora tonova:

$$r_0 \leq \sum_{n=1}^N |r_{n0}|. \quad (19)$$

Ova kombinacija daje najveće moguće vrijednosti odgovora konstrukcije i zbog toga se rijetko koristi u inženjerskoj praksi.

SRSS – kvadratni korijen iz sume kvadrata (eng. square root of sum of squares) – modalna kombinacija koja kvadrira vršnu vrijednost svakog oblika. Korijen sume kvadrata tih vršnih vrijednosti daje ukupni odgovor:

$$r_0 \equiv \left(\sum_{n=1}^N r_{n0}^2 \right)^{1/2}. \quad (20)$$

Ova modalna kombinacija pretpostavlja da su maksimalne modalne vrijednosti statistički neovisne. Kako se radi o kvadratima vrijednosti svaka vršna vrijednost postaje pozitivna. U slučaju konstrukcija kod kojih je veliki broj prirodnih frekvencija gotovo identičan ova pretpostavka neće vrijediti i ova modalna kombinacija tada neće dati zadovoljavajuće vrijednosti ukupnog odgovora.

CQC – kompletna kvadratna kombinacija (eng. complete quadratic combination), predstavlja produkt vršnih vrijednosti i -tog i n -tog oblika i korelacijskog koeficijenta ρ_{in} za ta dva oblika. Korelacijski koeficijent varira između vrijednosti 0 i 1 i jednak je jediničnoj vrijednosti za $i = n$.

$$r_0 \equiv \left(\sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \rho_{in} \cdot r_{i0} \cdot r_{n0} \right)^{1/2} \quad (21)$$

Jednadžba (21) može se napisati i u sljedećem obliku:

$$r_0 \equiv \left(\sum_{n=1}^N r_{n0}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \rho_{in} \cdot r_{i0} \cdot r_{n0} \right)^{1/2}; \quad i \neq n. \quad (22)$$

Jednadžba (22) predstavlja u prvoj sumi kombinaciju SRSS koja daje pozitivni član, s obzirom na to odgovor dobiven CQC kombinacijom može biti manji ili veći od odgovora dobivenim SRSS kombinacijom.

Korelacijski koeficijent prema Der Kiureghian-u:

$$\rho_{in} = \frac{8\sqrt{\zeta_i \zeta_n} (\beta_{in} \zeta_i + \zeta_n) \beta_{in}^{3/2}}{(1 - \beta_{in}^2)^2 + 4\zeta_i \zeta_n \beta_{in} (1 + \beta_{in}^2) + 4(\zeta_i^2 + \zeta_n^2) \beta_{in}^2}, \quad (23)$$

gdje je:

ζ - faktor prigušenja

$\beta_{in} = \frac{\omega_i}{\omega_n}$ - koeficijent odnosa vlastitih frekvencija i -tog i n -tog oblika.

Ukoliko postoji isti faktor prigušenja za sve tonove jednadžba (23) se pojednostavljuje i glasi:

$$\rho_{in} = \frac{8\zeta^2 (1 + \beta_{in}) \beta_{in}^{3/2}}{(1 - \beta_{in}^2)^2 + 4\zeta \beta_{in} (1 + \beta_{in})^2}. \quad (24)$$

Korelacijski koeficijent naglo se smanjuje ukoliko između dvije prirodne frekvencije ω_i i ω_n postoji velika razlika. To je naročito slučaj s konstrukcijama s malim prigušenjem. Za konstrukcije s dobro raspodijeljenim prirodnim frekvencijama korelacijski koeficijent se gubi pa kombinacijsko pravilo CQC prelazi u SRSS.

Kombinacijska pravila davati će zadovoljavajuće vrijednosti za potresne uzbude koje imaju širok opseg vlastitih frekvencija s dugačkim fazama visokih amplituda potresa, koje su nekoliko puta duže od prirodnih perioda konstrukcije i nisu premalo prigušene, odnosno modalne kombinacije neće biti pogodne za kratkotrajne impulsne harmonične potresne uzbude.

4 Numerički modeli Numerical Models

U numeričkom dijelu rada obrađeni su rezultati za pet modela pri čemu je svaki od njih bio opterećen s tri potresa (svaki u dvije horizontalne komponente), te su uspoređivani rezultati vremenskog odgovora i spektralne analize.

Pretpostavljen je koeficijent prigušenja kod svih

tonova od 2,5 % od kritičnog.

Svih pet modela imaju iste tlocrtne dimenzije i visine etaža, kao i dimenzije konstruktivnih elemenata.

Model A je karakteristični armiranobetonski okvir, dok su modelima B i C dodane zidane ispune različito razmještene po tlorisu.

U modelu B1 je zidana ispuna raspoređena simetrično po tlorisu i visini zgrade, dok je u modelu B2 primjer iste raspodjele zidane ispune po tlorisu, ali s mekim prizemljem.

U modelu C1 ispuna je raspoređena nesimetrično po tlorisu, ali ima jednolik raspored ispuna po visini, dok u modelu C2 ispuna raspoređena nesimetrično po tlorisu i visini zgrade (prizemlje ima raspodjelu kako je prikazano u tablici 1, dok ostale etaže imaju raspodjelu ispune kao model C1).

Za numeričko modeliranje korišten je program ETABS ver. 9.1 [3].

Tablica 1. Prikaz geometrijskih i materijalnih karakteristika numeričkih modela
Table 1. Scheme of geometry and material characteristics of numerical models

			GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE		MATERIJALNE KARAKTERISTIKE
M O D E L A	M O D E L L	M O D E L	ploča d (cm)	18	beton C30/37 $E=3,25 \times 10^7$ kN/m ²
		D E L	greda b/h (cm)	30/50	
		L	stup b/h (cm)	50/50	čelik RA 400/500 $E=2 \times 10^8$ kN/m ²
		A	zid d (cm)	20	opeka $E=5 \times 10^6$ kN/m ²
	B1	C1			
	B2	C2			

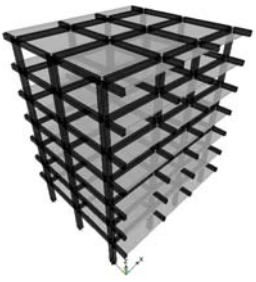
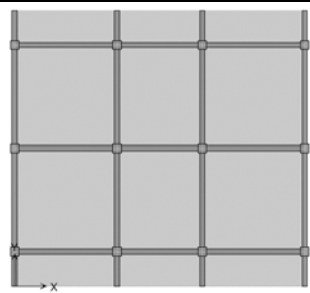
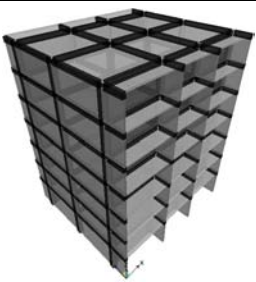
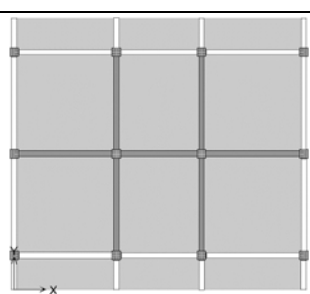
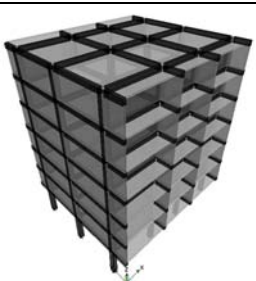
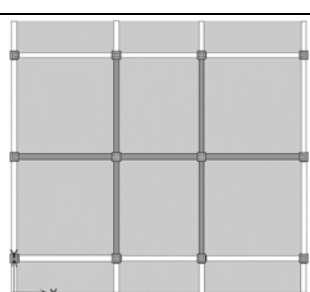
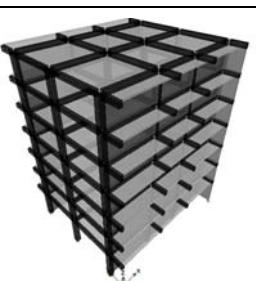
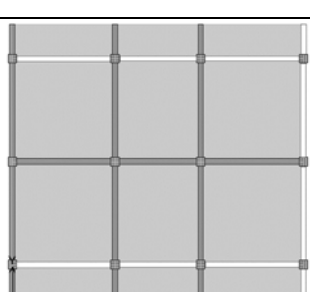
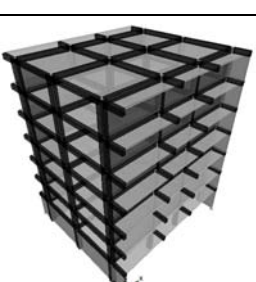
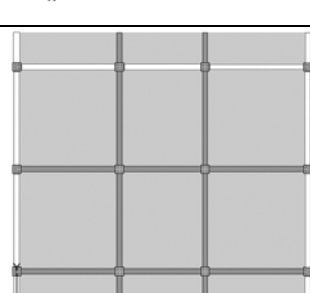
Pri numeričkom modeliranju potresnog opterećenja korištena su dva načina: zapis ubrzanja tla u vremenu i spektar odgovora za tri potresa u dvije horizontalne komponente. Za potresna opterećenja korišteni su zapisi potresa s intenzitetom koji odgovara IX. potresnoj zoni po MSK skali te s vrijednostima maksimalnih ubrzanja (0,3g - 0,45g). Frekventni sastav potresa

je takav da pokriva područje od krutih do mekih tla, tj. pokrivaju projektno interesantno područje.

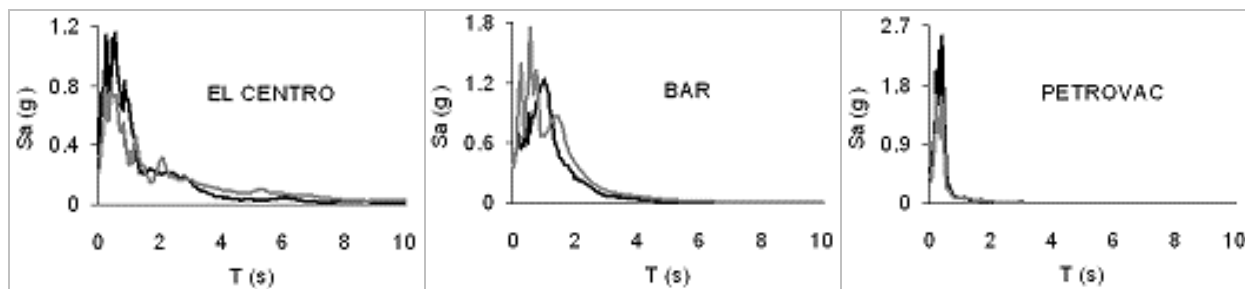
Smjer sjever-jug zadan je u smjeru x , a smjer istok-zapad u smjeru y globalnog koordinatnog sustava i istovremeno je zadavana pobuda u dva okomita smjera (smjer x sa 100 % vrijednosti i smjer y sa 30 % vrijednosti).

Tablica 2. Vršne vrijednosti potresa
Table 2. Peak values of earthquake

	VREMENSKI ZAPIS		SPEKTAR ODGOVORA	
	X	Y	X	Y
EL CENTRO	0,349g	0,214g	1,154g	0,790g
BAR	0,375g	0,363g	1,235g	1,758g
PETROVAC	0,484g	0,341g	2,556g	1,644g

	PROSTORNI PRIKAZ	TLORIS
MODEL A		
MODEL B1		
MODEL B2		
MODEL C1		
MODEL C2		

Slika 1. Prostorni prikazi i tlorisi modela s raspodjelom zidanih ispuna
 Fig. 1. 3D and ground plan scheme of models with distribution of wall filling



Slika 2. Spektri odgovora za oba horizontalna smjera: crna crta - X smjer i siva crta - Y smjer
 Fig. 2. Spectrums of answers for both horizontal directions: black line - X direction and grey line - Y direction

Tablica 3. Vrijednosti perioda za prvih šest tonova po modelima
 Table 3. Values of periods for the first six tones by models

OBLIK	Model A <i>T</i> , s	Model B1 <i>T</i> , s	Model B2 <i>T</i> , s	Model C1 <i>T</i> , s	Model C2 <i>T</i> , s
1	1,405	0,414	0,755	0,786	0,720
2	1,306	0,357	0,713	0,361	0,423
3	1,304	0,265	0,643	0,299	0,303
4	0,449	0,134	0,194	0,250	0,223
5	0,422	0,118	0,166	0,143	0,138
6	0,419	0,089	0,116	0,118	0,128

5

Rezultati

Results

U obradi podataka uspoređeni su periodi pojedinih modela po tonovima i u analizi reakcija vrijednosti dobivene kombinacijama modalnih odgovora ABS, SRSS, CQC i točnih vrijednosti dobivenih analizom vremenskog zapisa potresa.

Prema vremenskoj analizi može se utvrditi koja će kombinacija dati točnije vrijednosti s obzirom na bliskost vrijednosti perioda dva uzastopna oblika konstrukcije. Ukoliko je vrijednost perioda drugog moda u odnosu na prethodni veća od 90 % prethodne ne preporuča se uporaba SRSS, nego CQC kombinacije.

Rezultati su se uspoređivali na osnovu vrijednosti poprečnih reakcija za oba horizontalna smjera i momenta torzije u rubnim stupovima modela. Prikaz usporednih vrijednosti po kombinacijama i potresima za model C1 vidljiv je na slici 3.

6

Zaključak

Conclusion

U radu je izvršena analiza pet modela istih tlocrtnih dimenzija i visina etaža, ali različitih krutosti po tlorisu i po visini što je utjecalo na vrijednosti prirodnih perioda, formi osciliranja te karakteristika odgovora.

Svi modeli su opterećeni potresima u vidu zapisa potresa u vremenu u dvije komponente te su tako

dobiveni rezultati dali reprezentativne vrijednosti.

Spektralna analiza i kombinacije modalnih odgovora za sve modele i potrese dale su dostatan raspon vrijednosti koje su uspoređene s reprezentativnima.

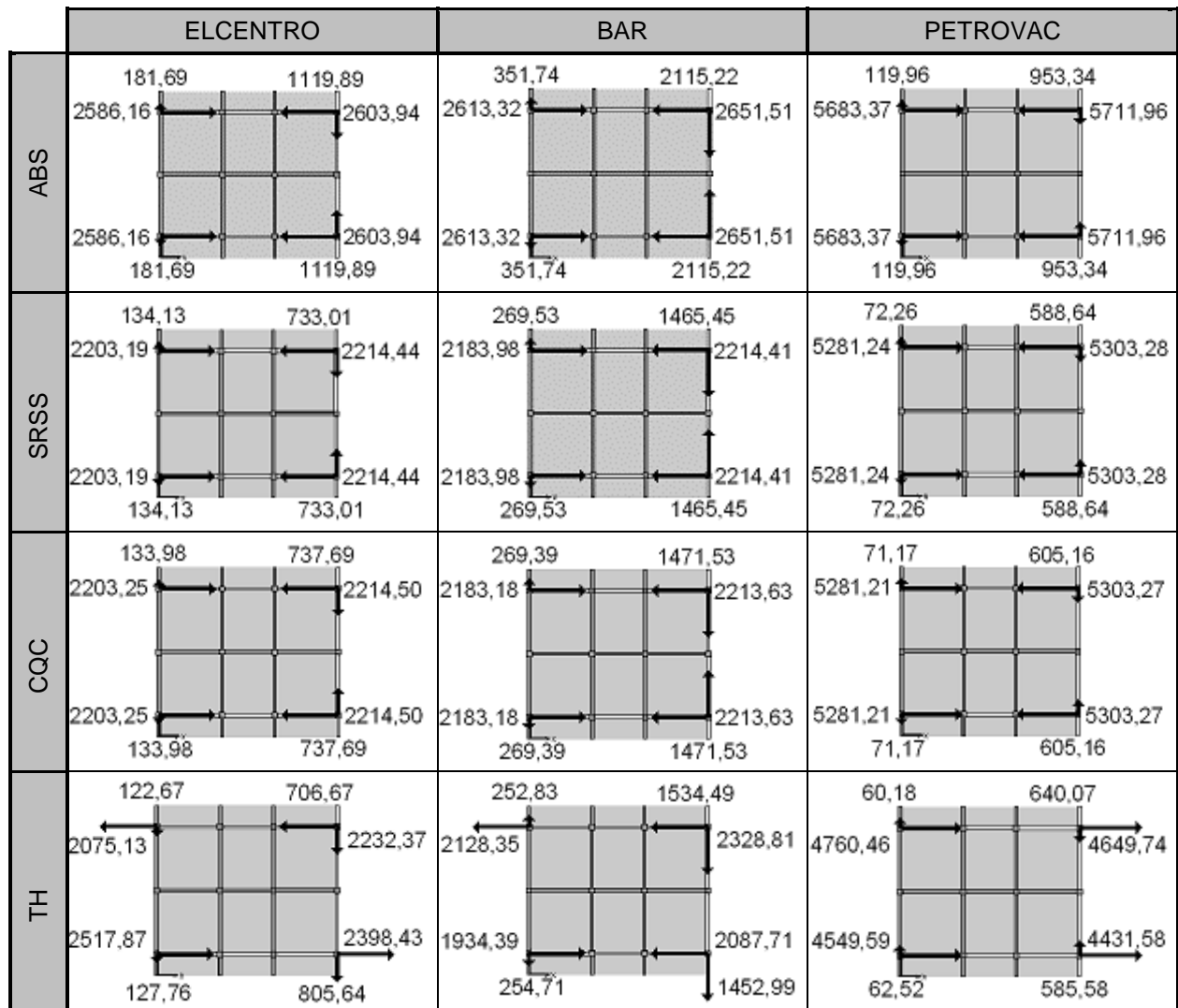
Metoda spektralne analize direktno daje idealizirane maksimalne vrijednosti odgovora konstrukcije potrebne za proračun, dok metoda s opterećenjem zapisom potresa u vremenu daje točne odgovore konstrukcije, ali u ovisnosti o vremenu.

Vremenska analiza odgovora konstrukcije, koja daje točne vrijednosti odgovora u vremenu, omogućava usporedbu rezultata s različitim metodama modalnih kombinacija. Iz rezultata koji pokrivaju širok spektar frekvencija građevina od interesa (sa i bez utjecaja torzije), širok spektar pobuda (na mekim i krutim tlima) može se zaključiti o uporabivosti metoda:

SRSS kombinacija daje veće razlike u odnosu na stvarne točne vrijednosti odgovora u slučaju tonova s uzastopnim bliskim vrijednostima perioda. Takve razlike pokriva kombinacija CQC. U slučaju neregularnih konstrukcija u pravilu se javljaju frekvencije jednolike u paru tonova pa je preporučljivo koristiti CQC kombinaciju.

ABS kombinacija daje uvijek veće vrijednosti što je vidljivo i u provedenoj analizi s prosječnim povećanjem od oko 30 %, pa je kao moguća metoda kombinacije modalnih odgovora uporabljiva samo s ciljem ostajanja na strani sigurnosti.

CQC modalna kombinacija daje najmanja odstupanja od točnih vrijednosti kod svih razmatranih modela (u prosjeku oko 3 %) te se preporučuje kao najpouzdanija za inženjersku praksu.



Slika 3. Reakcije u rubnim stupovima po kombinacijama i potresima za model C1
 Fig. 3. Reaction forces in kerb-pillars by combinations and earthquakes for model C1

Tablica 4. Tablica rezultata srednjih vrijednosti po modelima i potresima u odnosu na jedinične vrijednosti dobivene vremenskim zapisom
 Table 4. Results of middle-values by models and earthquakes in relation to values obtained with time entry

		ABS	SRSS	CQC
MODEL A	EL CENTRO	1,364	0,962	0,963
	BAR	1,252	1,058	1,059
	PETROVAC	1,526	0,951	0,954
MODEL B1	EL CENTRO	1,200	0,961	0,962
	BAR	1,218	0,962	0,964
	PETROVAC	1,216	1,061	1,062
MODEL B2	EL CENTRO	1,119	1,098	1,098
	BAR	1,060	1,046	1,046
	PETROVAC	1,131	0,990	0,990
MODEL C1	EL CENTRO	1,407	1,049	1,048
	BAR	1,351	1,044	1,042
	PETROVAC	1,628	1,092	1,083
MODEL C2	EL CENTRO	1,482	1,214	1,210
	BAR	1,390	1,114	1,112
	PETROVAC	1,112	0,925	0,923

6**Literatura**

References

- [1] Chopra, Anil, K. Dynamics of Structures, Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [2] Čaušević, Mehmed. Potresno inženjerstvo (odabrana poglavlja), Školska knjiga, Zagreb, 2001.
- [3] ETABS ver. 9.1, Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, Computers and structures, Inc., Berkley, 2006.

Author's Address (Adresa autora):

Tanja Kalman, dipl.ing.grad.
Građevinski fakultet u Osijeku
Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera
Crkvena ulica 21, Osijek
e-mail: tkalman@gfos.hr

Prof.dr.sc. Vladimir Sigmund, dipl.ing.grad.
Građevinski fakultet u Osijeku
Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera
Crkvena ulica 21, Osijek
e-mail: sigmund@gfos