

The project "Advancement of methods of exploitation of bauxite and their application" financed by Ministry of Science and Technology of the Republic of Croatia

NUMERIČKO MODELIRANJE DISKONTINUIRANOG STIJENSKOG MATERIJALA U PODRUČJU PLASTIČNOSTI

Biljana KOVAČEVIĆ-ZELIĆ, Davorin KOVAČIĆ i Slavko VUJEC

*Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu,
Pierottijeva 6, HR-10000 Zagreb, Hrvatska*

Key-words: Numerical modelling, Constitutive laws, Theory of plasticity, Rock material, Discontinuity, Anisotropy, FLAC

The paper deals with the problem of discontinuous rock material modelling within the framework of theory of plasticity. The applicability of two models, i.e. Mohr-Coulomb's ideal plasticity and plastic anisotropy (ubiquitous joint model), is examined. Numerical analyses were performed with FLAC - finite difference code. The comparison of above mentioned constitutive models is made through the demonstrated mechanical behaviour in the direct shear test.

Uvod

Pojedini stijenski materijali, ukoliko ne sadrže diskontinuitete, bliski su po svom mehaničkom ponašanju idealnim materijalima. No, rijetko u njima nailazimo na potrebu provođenja numeričkih analiza u svrhu praktičnih zadaća. Takve se analize češće provode u stijenskim materijalima koji su neidealni na jedan ili više načina. Mnogi od njih ispunjeni su porama, mikropukotinama ili makrodiskontinuitetima, te je njihovo ponašanje bitno različito od ponašanja homogenog stijenskog materijala (G o o d m a n, 1977).

Razvoj mehanike stijena omogućio je dobro poznavanje ponašanja izotropnog stijenskog materijala (intaktnog ili jako diskontinuiranog) i korištenje tih znanja pri projektiranju i izvođenju različitih objekata u njima. Međutim, mehaničko ponašanje umjereno diskontinuiranih stijena još uvijek je problematično iz nekoliko razloga. Najprije, njihova čvrstoća zavisi o svojstvima intaktne stijene i prisutnih diskontinuiteta, često je prisutna anizotropija čvrstoće, kao i različiti oblici loma zavisno o stanju diskontinuiteta i vrsti opterećenja. Zatim, takav se materijal teško može adekvatno ispitati laboratorijskim mjerenjima, pa je poznavanje ulaznih veličina za numeričke analize ograničeno (K a z a k i d i s & D i e d e r i c h s, 1993).

Prikaz rezultata ispitivanja posmične čvrstoće diskontinuiteta i diskontinuiranih stijena nalazimo kod Hoek-a (H o e k, 1983). Čvrstoća stijenskog materijala zavisi o čvrstoći intaktnih blokova, te o broju, orijentaciji, razmaku i posmičnoj čvrstoći na plohama diskontinuiteta. Procjena stvarne posmične čvrstoće tako složenog materijala sadrži ogromne teoretske i eksperimentalne poteškoće. Ponašanje stijenskog materijala koji je intaktan ili sadrži samo jedan diskontinuitet teoretski je objašnjeno i

Ključne riječi: Numeričko modeliranje, Konstitutivni zakoni, Teorija plastičnosti, Stijenski materijal, Diskontinuiranost, Anizotropija, FLAC

Razmatra se problematika modeliranja diskontinuiranog stijenskog materijala u području plastičnosti. Ispituje se primjena modela idealne Mohr-Coulombove plastičnosti i modela plastične anizotropije. Numeričke analize provedene su korištenjem programskog paketa FLAC. Usporedba navedenih konstitutivnih modela načinjena je preko uočenog mehaničkog ponašanja u pokusu direktnog smicanja.

relativno se lako ispituje eksperimentalno. No, ponašanje jače diskontinuiranih stijena slabo je teoretski opisano, a eksperimenti su vrlo složeni i skupi.

U numeričkom se smislu ponašanje stijenskog materijala može opisati korištenjem različitih konstitutivnih modela. Ukoliko se u razmatranom problemu očekuju naprezanja približno jednaka čvrstoći materijala, potrebno je koristiti modele koji uvode nelinearni konstitutivni zakon. Ako je stijenski materijal intaktan može se primijeniti model idealne plastičnosti. Međutim, ako sadrži familiju paralelnih diskontinuiteta potrebno je u model uključiti pojavu anizotropije čvrstoće (W i t t k e, 1977).

U članku se upravo razmatra problematika modeliranja takvog materijala u području plastičnosti. U prethodnom članku (K o v a č e v i ć - Z e l i ć et al., 1995) modelirano je ponašanje diskontinuiranog stijenskog materijala u području elastičnosti, te opisan utjecaj diskontinuiranosti na deformabilnost materijala. Ovdje će se isti materijal modelirati korištenjem modela idealne plastičnosti i plastične anizotropije, a usporedba načiniti i sa stajališta lomne čvrstoće.

Elastoplastični konstitutivni modeli

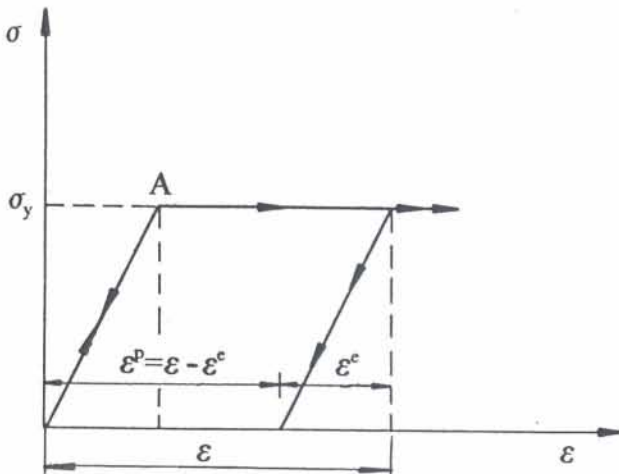
Odnos naprezanja i deformacija za stijenske materijale najčešće je nelinearan. Deformacije su u tom slučaju dijelom povratne a dijelom nepovratne. Postoji nekoliko pristupa u definiranju njihovog konstitutivnog ponašanja od kojih će ovdje detaljnije biti opisane osnovne postavke Mohr-Coulombove plastičnosti (izotropne i anizotropne), koja se najčešće primjenjuje u numeričkim analizama.

Model Mohr-Coulombove plastičnosti

Osnovni pojmovi za opisivanje elasto-plastičnog ponašanja materijala pokazani su na slici 1 i to za idealiziranu krivulju naprezanje-deformacija za jednoosni pokus u ciklusu opterećenje-rasterećenje-ponovno opterećenje (N a y l o r et al., 1981).

Za potpuno opisivanje ponašanja elasto-plastičnog materijala potrebno je definirati slijedeće (Naylor et al., 1981):

- odnos naprezanja i deformacija u području elastičnosti,
- plohu popuštanja tj. granicu između područja elastičnosti i plastičnosti,
- zakon tečenja tj. odnos naprezanja i deformacija u području plastičnosti,
- zakon očvršćavanja tj. promjene plohe popuštanja s promjenom plastične deformacije.



Sl. 1. Idealizirana krivulja naprezanje-deformacija za jednoosni pokus elasto-idealno plastičnog materijala
Fig. 1. Uniaxial stress-strain relationship of an elastic-ideally plastic material

Prvim zahtjevom definira se veličina elastične deformacije, a posljednja tri predstavljaju postojanje, smjer i veličinu plastične deformacije. Zakon očvršćavanja nije definiran za idealno-plastičan materijal, nego samo za slučajeve elasto-plastičnog materijala s očvršćavanjem odnosno omekšavanjem (*hardening, softening*).

Odnos naprezanja i deformacija u području elastičnosti

Prije no što se dosegne granica popuštanja, odnos naprezanja i deformacija prikazan je standardnom relacijom (1) koja vrijedi za linearno elastičan materijal:

$$\{\sigma\} = [D_e]\{\varepsilon\} \quad (1)$$

gdje su $\{\sigma\}$ i $\{\varepsilon\}$ vektori komponenta naprezanja i relativnih deformacija, a $[D_e]$ matrica elastičnosti.

Kriterij popuštanja

Kriterij popuštanja je skalarna funkcija naprezanja F , koja određuje nivo naprezanja kod kojeg započinju plastične deformacije, a prikazuje se u slijedećem obliku (Naylor et al., 1981):

$$F(\sigma) \leq 0 \quad (2)$$

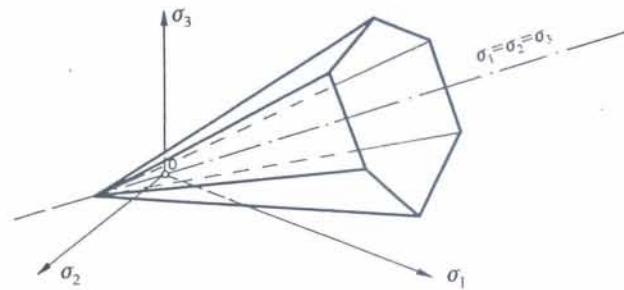
U prostoru naprezanja, sa osima koje predstavljaju komponente naprezanja ili funkcije tih komponenta, kriterij popuštanja prikazan je plohom popuštanja.

Ako točka, koja predstavlja trenutno stanje naprezanja, leži unutar te plohe nalazimo se u području elastičnosti. Ako, međutim, točka leži na plohi popuštanja materijal se nalazi u plastičnom stanju. Kao što je vidljivo iz jednadžbe (2), točka ne može ležati izvan te plohe.

Za stijenske materijale najčešće se upotrebljava Mohr-Coulombov kriterij popuštanja. Za slučaj $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ izraz (2) može se napisati u slijedećem obliku:

$$\sigma_1(1 - \sin\varphi) - \sigma_3(1 + \sin\varphi) - 2c \cos\varphi = 0 \quad (3)$$

gdje su σ_1 , σ_2 i σ_3 glavna naprezanja, c kohezija, a φ kut unutrašnjeg trenja. Grafički prikaz u prostoru glavnih naprezanja predstavlja plohu popuštanja u obliku nepravilne heksagonske piramide (sl. 2).



Sl. 2. Mohr-Coulombova ploha popuštanja u prostoru glavnih naprezanja
Fig. 2. Mohr-Coulomb yield surface in principal stress space

Zakon tečenja

Zakonom tečenja definira se smjer inkrementa plastične deformacije u odnosu na plastični potencijal Q , a prikazuje se slijedećom jednadžbom (Naylor et al., 1981):

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (4)$$

gdje su $\dot{\varepsilon}^p$ inkrement plastične deformacije, $\dot{\lambda}$ pozitivna konstanta proporcionalnosti, a Q skalarna funkcija naprezanja.

Funkcija plastičnog potencijala Q prikazuje se na slijedeći način:

$$Q = \sigma_1(1 - \sin\Psi) - \sigma_3(1 + \sin\Psi) - 2c \cos\Psi = 0 \quad (5)$$

Kut Ψ je kut dilatacije, kojim se određuje veličina plastične volumenske deformacije u odnosu na veličinu plastične posmične deformacije (Vermeer & de Borst, 1984).

Ako je $Q=F$ zakon tečenja je asocijativan, a to znači da smjer plastičnih deformacija zavisi o plohi popuštanja. Ako $Q \neq F$ zakon tečenja je neasocijativan, što znači da smjer plastičnih deformacija ne ovisi o plohi popuštanja. Neasocijativan zakon tečenja smatra se boljim za primjenu u mehanici stijena i mehanici tla (Naylor et al., 1981; Vermeer & de Borst, 1984).

Formulacija konstitutivnih odnosa za elasto-plastičan materijal

Za razliku od zakona primjenjenog za linearno-elastičan materijal, kada se puno opterećenje nanosi odjednom, pri modeliranju elasto-plastičnog ponašanja konstitutivni zakon dovodi u vezu inkremente naprezanja i inkremente relativnih deformacija (N a y l o r et al., 1981).

Odnos naprezanja i deformacija u inkrementalnom obliku daje se izrazom:

$$\dot{\sigma} = D_{ep} \dot{\epsilon} \quad (6)$$

gdje je D_{ep} elasto-plastična matrica.

Inkrement ukupne relativne deformacije je zbroj inkrementa elastične i inkrementa plastične relativne deformacije:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p \quad (7)$$

Plastično tečenje odnosno deformiranje desit će se samo ako su zadovoljena dva uvjeta:

$$F(\sigma) = 0 \quad (8)$$

$$\dot{F}(\sigma) = 0 \quad (9)$$

Iz dosad navedenih jednadžbi i uvjeta, može se izvesti odnos naprezanje-deformacija za elasto-plastičan materijal, (N a y l o r et al., 1981):

$$\dot{\sigma} = \left[D_e - \frac{D_e \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D_e}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D_e \frac{\partial Q}{\partial \sigma}} \right] \cdot \dot{\epsilon} \quad (10)$$

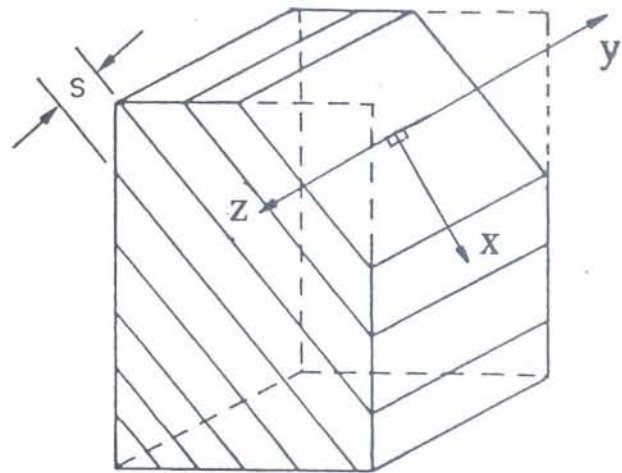
gdje simbol T označava operaciju transponiranja.

Model anizotropne plastičnosti

Model anizotropne plastičnosti je model u kojem se pretpostavlja jedna familija paralelnih diskontinuiteta unutar homogenog matičnog materijala koji se ponaša kao idealno plastičan. Tečenje u takvom složenom materijalu može se dogoditi ili po matičnom materijalu ili po diskontinuitetima ili kombinirano. To zavisi o svojstvima matičnog materijala i diskontinuiteta, o nagibu familije diskontinuiteta i o stanju naprezanja.

Osnova ovog modela je idealizirani prikaz jednoliko razlomljene stijene (sl. 3). Pri provođenju radova u stijenskim materijalima često se nailazi na ovakvu situaciju, naročito u sedimentnim stijenama. U tim stijenama obično nalazimo familije paralelnih diskontinuiteta, čiji je razmak s relativno mali. Očito je da će mehaničke karakteristike takvog materijala zavisiti kako o svojstvima intaktne stijene tako i o svojstvima diskontinuiteta.

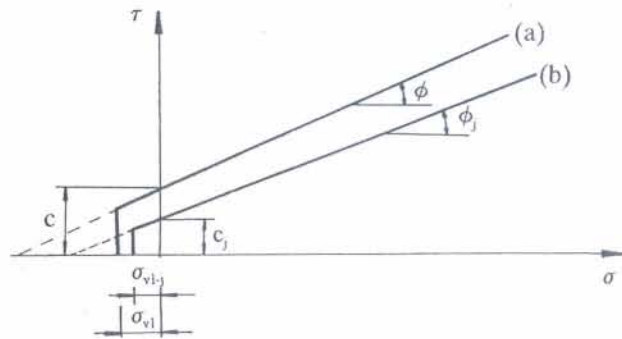
Za model se usvaja izotropan konstitutivni zakon dok se naprezanja nalaze ispod čvrstoće materijala (W i t t k e, 1977). Čvrstoća se opisuje posebno za intaktnu stijenu i diskontinuitete Mohr-Coulombovim kriterijem loma.



Sl. 3. Model diskontinuiranog stijenskog materijala
Fig. 3. Model of the discontinuous rock material

Vršna čvrstoća izotropne intaktne stijene prikazana je anvelopom (a) i parametrima σ_{v1} , c i ϕ (sl. 4). Kako stijena ima paralelne pukotine, za njih se uvodi kriterij loma prikazan na slici anvelopom (b) i definiran parametrima σ_{v1-j} , c_j i ϕ_j . Tada čvrstoća prikazana anvelopom (a) vrijedi za orijentacije ravnina različite od orijentacije pukotina, a posmična čvrstoća paralelno pukotinama i vlačna čvrstoća okomito na pukotine smanjene su u odnosu na sve ostale smjerove u svakoj točki stijenske mase, prema anvelopi (b).

Takav model primjenjiv je dakle za familije diskontinuiteta s razmakom diskontinuiteta malim u



Sl.4 Mohr-Coulombov kriterij loma: (a) intaktna stijena, (b) diskontinuitet
Fig. 4. Mohr-Coulomb failure criteria: (a) intact rock, (b) discontinuity

usporedbi s dimenzijama projektiranog rada. Stijenska se masa u tom slučaju promatra kao kvazi-homogeni kontinuum.

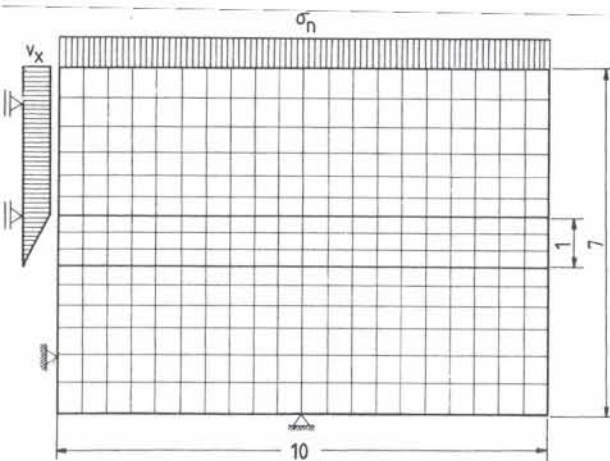
Modeliranje pokusa direktnog smicanja

Kako bi se ispitale mogućnosti modeliranja stijenskih materijala u okviru teorije plastičnosti, proveden je niz numeričkih analiza pokusa direktnog smicanja (K o v a č e v i ć - Z e l i ć, 1994). Svi proračuni provedeni su uz korištenje programskog paketa FLAC - Fast Lagrangian Analysis of Continua

(1991). U program je ugrađeno nekoliko konstitutivnih odnosa, od kojih su u ovom radu korištena dva:

- model idealne elasto-plastičnosti i
- model anizotropne plastičnosti (*ubiquitous joint model*).

Osnovna mreža modela s graničnim uvjetima prikazana je na slici 5. Dimenzije modela bile su 10x7 cm s razmakom gornje i donje kutije od 1 cm, što odgovara međunarodnom standardu za laboratorijsko ispitivanje posmične čvrstoće stijenskih materijala (ISRM, 1974). Mreža se sastojala od ukupno 20x15 elemenata, od toga u zoni smicanja 20x3 elemenata.



Sl. 5. Osnovna mreža s graničnim uvjetima
Fig. 5. Basic mesh and boundary conditions

Modelirane su dvije vrste uzoraka: uzorci bez diskontinuiteta (homogen, izotropan materijal) i uzorci koji sadrže jednu familiju paralelnih planarnih diskontinuiteta bez ispune. Za prvu vrstu uzoraka korišten je model idealne plastičnosti, a za drugu vrstu uzoraka model plastične anizotropije. Usvojene vrijednosti svojstava intaktne stijene i diskontinuiteta (C r o s t a, 1993) prikazane su u tablici 1.

Prva faza pokusa, koja odgovara nanošenju vertikalne sile u eksperimentu, modelirana je tako da je zadano početno stanje naprezanja za slučaj spriječenog bočnog širenja. U drugoj fazi pokusa, nanošenje posmične sile u eksperimentu, zadane su u modelu početne brzine v_x u određenim točkama. To odgovara pokusu s kontroliranim prirastom deformacije. Ponašanje materijala opisano je parametrima posmične čvrstoće tj. modelima idealne plastičnosti ili plastične anizotropije. Prvi model opisuje ponašanje intaktnog stijenskog materijala, a drugi diskontinuiranog stijenskog materijala. S obzirom na pretpostavku da je za razmatrani problem smicanja važna orijentacija diskontinuiteta u odnosu na smjer horizontalne sile, provedene su kod drugog modela analize uz promjenu kuta anizotropije od 0° - 180° s

Tablica 1: Svojstva intaktne stijene i diskontinuiteta, (C r o s t a, 1993)
Table 1: Properties of intact rock and rock joint, (C r o s t a, 1993)

Svojstvo (Property)	Stijena (Intact rock)	Diskontinuitet (Rock joint)
Gustoća (density) ρ (kg/m ³)	2,5	-
modul volumne promjene (bulk modulus), K (GPa)	20	-
posmični modul (shear modulus), G (GPa)	10	-
kohezija (cohesion), c (MPa)	5	0
kut trenja (friction angle), φ (°)	50	25
vlačna čvrstoća (tension limit) σ_{vl} (MPa)	4	0
kut anizotropije (angle of anisotropy) Θ (°)		0-180

intervalom od 10° . Sve analize provedene su za slučaj ravnog stanja deformacija.

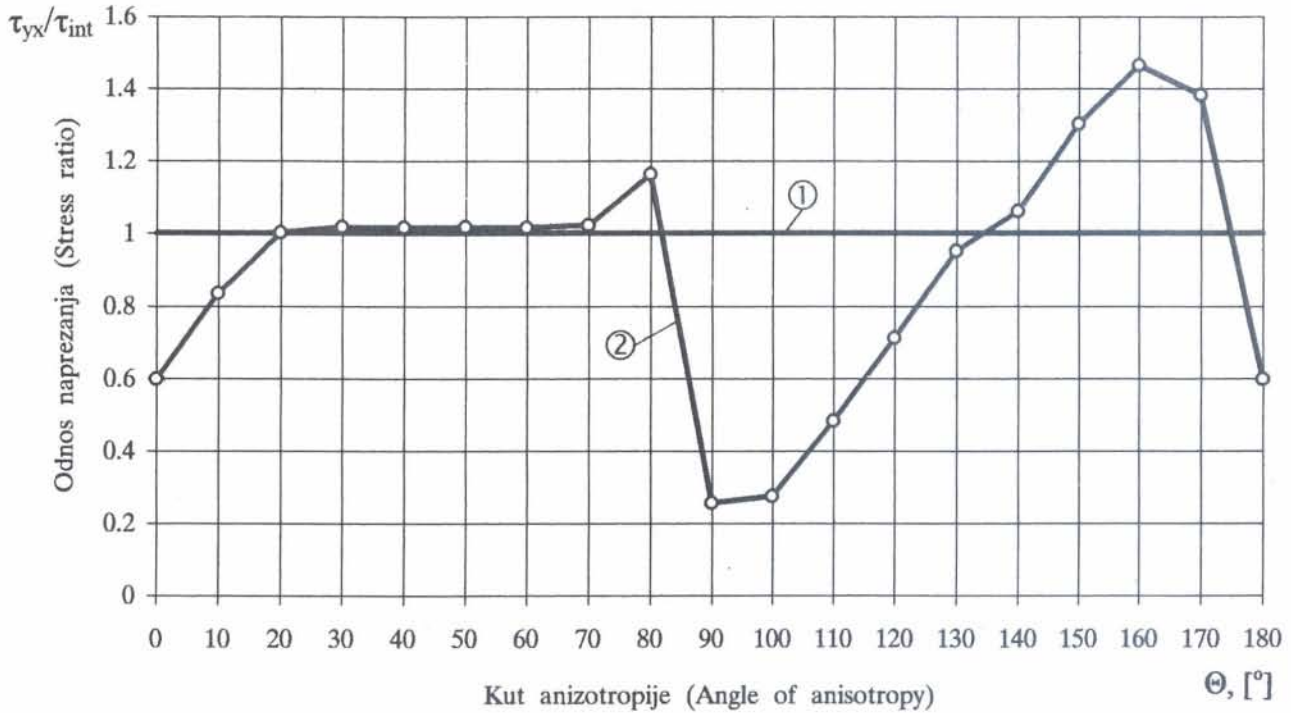
U svrhu usporedbe navedenih konstitutivnih modela promatrane su srednje vrijednosti posmičnih naprezanja u zoni smicanja u stanju loma, oblik krivulje posmično naprezanje-horizontalni pomak, te vrsta loma.

Rezultati pokusa direktnog smicanja

Rezultati provedenih numeričkih analiza bit će prikazani pomoću dobivenih vrijednosti posmičnih naprezanja, deformabilnosti uzoraka te vrste loma. Kako je već ranije izloženo u stijenskom materijalu koji se sastoji od dvije komponente tj. intaktne stijene i diskontinuiteta, lom se može desiti po bilo kojoj od tih dviju komponenti ili kombinirano. U provedenim analizama upravo su dobivena sva tri slučaja loma, ovisno o vrijednosti kuta anizotropije Θ . To je utjecalo kako na veličinu posmičnih naprezanja tako i na deformabilnost uzoraka.

Dijagram na slici 6 prikazuje ovisnost prosječnog posmičnog naprezanja τ_{yx} u zoni smicanja o orijentaciji diskontinuiteta odnosno kutu anizotropije Θ . Po definiciji to prosječno posmično naprezanje u trenutku loma predstavlja posmičnu čvrstoću materijala u pokusu direktnog smicanja. Za prikaz rezultata korišten je bezdimenzijski odnos τ_{yx}/τ_{int} , pri čemu je τ_{int} prosječno granično posmično naprezanje za intaktnu stijenu. Kako bi se lakše uočila zavisnost mehaničkog ponašanja diskontinuiranog materijala o orijentaciji diskontinuiteta, na dijagramu je prikazan i rezultat dobiven za intaktni materijal.

Uočava se bitna razlika u ponašanju diskontinuiranog i intaktnog stijenskog materijala. U provedenim analizama pokazalo se da pojava diskontinuiteta ne utječe na mehaničko ponašanje diskontinuiranog stijenskog materijala samo za jedan relativno uski raspon kuta



Sl. 6. Ovisnost posmičnog napreznja o orijentaciji diskontinuiteta
Fig. 6. Shear stress depending on orientation of discontinuities

Legenda (Legend):

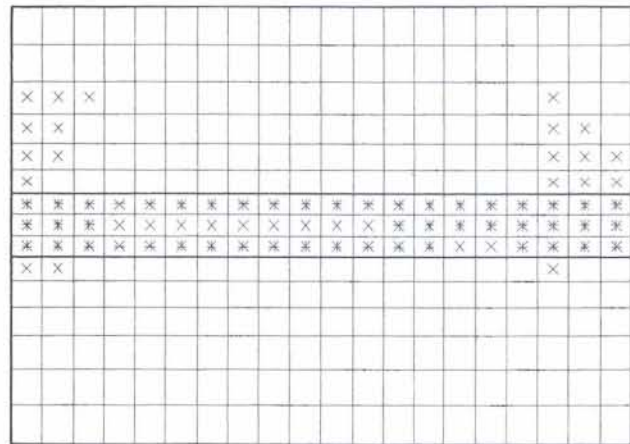
- 1 Model Mohr-Coulombove plastičnosti (Mohr-Coulomb's plasticity model)
- 2 Model plastične anizotropije (Ubiquitous joint model)

anizotropije ($20^{\circ} \leq \Theta \leq 70^{\circ}$). Za sve ostale vrijednosti kuta Θ taj utjecaj je značajan, pa se tako mogu uočiti dva maksimuma i dva minimuma na krivulji prikazanoj slikom 6.

Međutim, čitavi raspon kuteva Θ mogao bi se podijeliti na dva područja i to na tzv. 'pozitivne' orijentacije u odnosu na smjer djelovanja posmične sile ($0^{\circ} \leq \Theta < 90^{\circ}$) i područje 'negativne' orijentacije ($90^{\circ} \leq \Theta < 180^{\circ}$).

U području 'pozitivnih' orijentacija pojava diskontinuiteta uopće ne utječe na veličinu posmične čvrstoće za kuteve $20^{\circ} \leq \Theta \leq 70^{\circ}$. Lom se dešava samo po matričnom stijenskom materijalu (sl. 7). Za kuteve 0° i 10° dobiva se sniženje (lokalni minimum), a za kut 80° povećanje posmičnog napreznja τ_{yx} (lokalni maksimum) u odnosu na intaktnu stijenu. Lom se u tim slučajevima dešava samo po pukotinama ili dominantno po pukotinama (sl. 8).

U području 'negativnih' orijentacija utjecaj diskontinuiteta puno je značajniji. Tako se dobiva apsolutni minimum posmičnog napreznja τ_{yx} za kut Θ približno jednak 90° - 100° i apsolutni maksimum za kut Θ od približno 160° . Lom se dešava uglavnom po diskontinuitetima. Jedino za kuteve Θ jednake 130° i 140° događa se kombinirani lom (sl. 9), a napreznje u tim uzorcima blisko je onima za intaktni materijal.

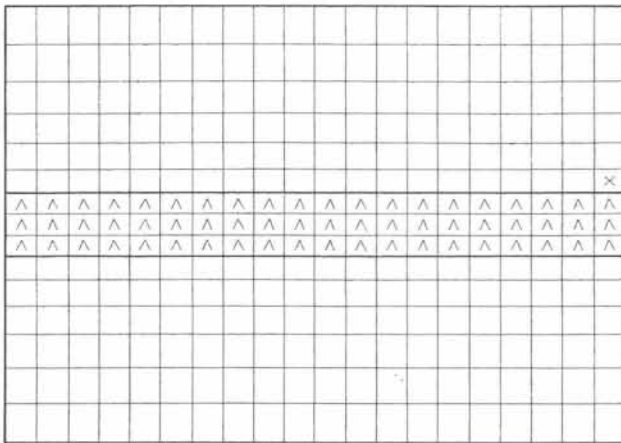


Sl. 7. Indikatori plastičnosti - $\Theta = 20^{\circ}$ - 70°
Fig. 7. Plasticity indicator - $\Theta = 20^{\circ}$ - 70°

Legenda (Legend):

- * popuštanje materijala (at yield)
- x elastičan, ranije popuštanje materijala (elastic, at yield in past)

Usporede li se rezultati ovih numeričkih pokusa sa sličnim ispitivanjem diskontinuiranog stijenskog materijala u elastičnom području (Kovačević-Zelić et al., 1995) može se uočiti sljedeće. U području 'negativnih' orijentacija diskontinuiteta uočava se približno isti trend na krivulji $(\tau_{yx}/\tau_{int}) - \Theta$. Kod toga dolazi čak do neočekivanog porasta odnosa τ_{yx}/τ_{int}

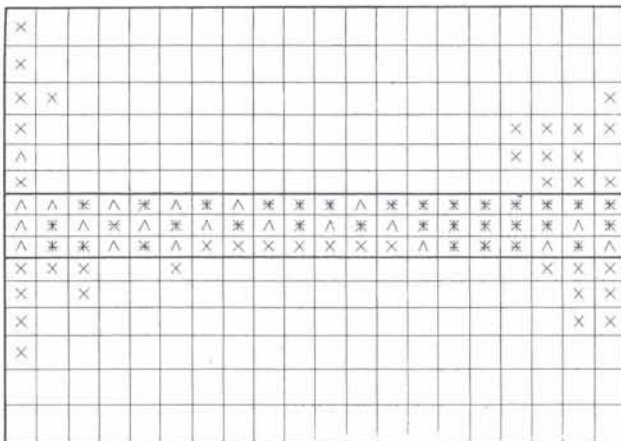


Sl. 8. Indikatori plastičnosti - $\Theta=0^\circ$
Fig. 8. Plasticity indicator - $\Theta=0^\circ$

Legenda (Legend):

- Λ lom po diskontinuitetima (slip along ubiquitous joint)
- x elastičan, ranije popuštanje materijala (elastic, at yield in past)

iznad vrijednosti 1. Ovdje valja ponovo upozoriti da se radi o prosječnim vrijednostima τ_{yx} i τ_{int} . S druge strane, takav rezultat upućuje na poseban oprez prilikom interpretacije rezultata pokusa direktnog smicanja. Međutim, rezultati su bitno različiti u području 'pozitivnih' orijentacija. U prethodnom



Sl. 9. Indikatori plastičnosti - $\Theta=130^\circ$
Fig. 9. Plasticity indicator - $\Theta=130^\circ$

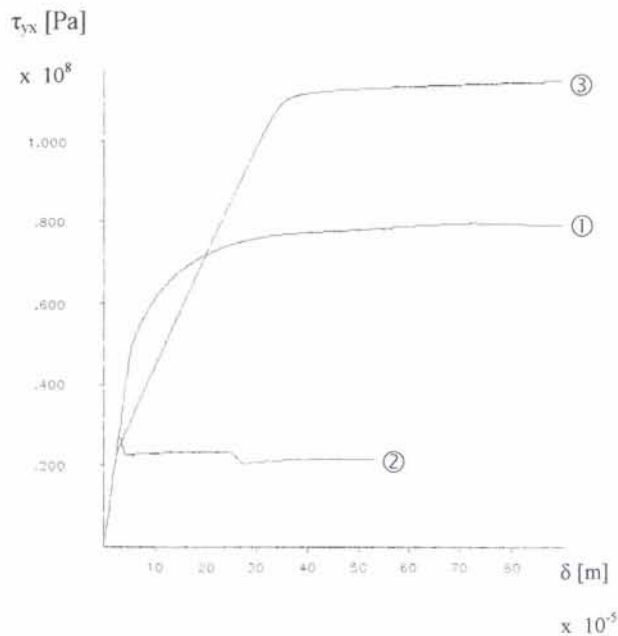
Legenda (Legend):

- * popuštanje materijala (at yield)
- x elastičan, ranije popuštanje materijala (elastic, at yield in past)
- Λ lom po diskontinuitetima (slip along ubiquitous joint)

ispitivanju nije se, naravno, moglo modelirati stanje popuštanja odnosno loma materijala. Međutim, upravo to stanje uzrokuje preraspodjelu naprezanja u zoni smicanja. U modelu plastične anizotropije takvo stanje naprezanja može biti nepovoljno s obzirom na orijentaciju diskontinuiteta ('pozitivne' orijentacije), pa tada pojava diskontinuiteta utječe na vrstu loma i veličinu posmičnih naprezanja.

Kao dopuna ovim razmatranjima mogu poslužiti laboratorijska istraživanja (K a w a m o t o, 1970) na umjetnim materijalima u kojima je simulirana slojevitost uzoraka. U pokusu direktnog smicanja slojevitog materijala za 'pozitivne' orijentacije diskontinuiteta uočena je jedna lomna ploha dok se za neke 'negativne' orijentacije dobivaju dvije približno paralelne lomne plohe, što uzrokuje i povećanje lomne čvrstoće u tim slučajevima. Ta ispitivanja pokazala su dakle da posmična čvrstoća te veličina i oblik zone smicanja zavise o nagibu slojnih ploha u odnosu na smjer horizontalne sile u pokusu direktnog smicanja. Važno je napomenuti da je uočen isti trend u ponašanju diskontinuiranih materijala dobiven tim eksperimentalnim ispitivanjima i numeričkim analizama opisanim u ovom članku.

Na slici 10 prikazani su rezultati analiza preko odnosa srednjeg posmičnog naprezanja u zoni smicanja i posmičnog pomaka, $\tau_{yx}-\delta$. Krivulja 1 prikazuje rezultate za slučaj loma po intaktnom matričnom materijalu (model anizotropne plastičnosti) s kutevima anizotropije $20^\circ \leq \Theta \leq 70^\circ$. Ta krivulja ujedno je identična onoj za uzorak homogenog materijala bez diskontinuiteta (model idealne plastičnosti). U slučaju loma po diskontinuitetima (model anizotropne plastičnosti) dobivaju se za slučaj minimalne ($\Theta=100^\circ$) i maksimalne vrijednosti posmičnog naprezanja ($\Theta=160^\circ$) krivulje 2 i 3. Jedino u slučaju loma po matričnom stijenskom



Sl. 10. Ovisnost posmičnog naprezanja i posmičnog pomaka
Fig. 10. Shear stress depending on shear displacement

Legenda (Legend):

- 1 Model Mohr-Coulombove plastičnosti (Mohr-Coulomb's plasticity model)
- Model plastične anizotropije (Ubiquitous joint model)
 - $\Theta=20^\circ-70^\circ$
- 2 Model plastične anizotropije (Ubiquitous joint model)
 - $\Theta=100^\circ$
- 3 Model plastične anizotropije (Ubiquitous joint model)
 - $\Theta=160^\circ$

materijalu krivulja je 'glatka'. Lom po diskontinuitetima uzrokuje nasuprot tome nagle promjene na krivulji za slučajeve kada su diskontinuiteti približno okomiti na smjer posmične sile tj. za $\Theta=90^{\circ}$ - 100° . Kod 'negativnih' orijentacija diskontinuiteta uočava se jedna mala promjena nagiba na krivulji pri malim pomacima, a zatim se krivulja glatko nastavlja do granične vrijednosti posmičnog naprezanja.

Također, uočava se da te promjene nastaju pri približno jednakom posmičnom pomaku. Međutim, za kut $\Theta=100^{\circ}$ to ujedno predstavlja i početak loma materijala. Nasuprot tome za kut $\Theta=160^{\circ}$ to uzrokuje povećanje deformabilnosti uzorka ali lom materijala nastaje pri znatno većim pomacima i vrijednostima posmičnog naprezanja.

Zaključak

U članku su prikazane mogućnosti numeričkog modeliranja stijenskog materijala u području plastičnosti. Pri tome su korišteni model idealne Mohr-Coulombove plastičnosti i model plastične anizotropije. Prvim modelom opisuje se ponašanje intaktnog, a drugim diskontinuiranog stijenskog materijala.

Provedene numeričke analize pokazuju da se pojava diskontinuiranosti može modelirati u području plastičnosti s obzirom na uočene razlike u ponašanju diskontinuiranog u odnosu na intaktni stijenski materijal.

Međutim, ovaj model ima i neke nedostatke. Za analize s modelima idealne plastičnosti i plastične anizotropije odnos naprezanja i deformacija jednak je u elastičnom području. To se događa stoga što se za diskontinuitete u ulaznim podacima uopće ne zadaju vrijednosti elastičnih konstanti, koje bi morale biti različite od onih za intaktni materijal. Ova pretpostavka ne smatra se realnom jer materijal koji u sebi sadrži familiju diskontinuiteta pokazuje veću deformabilnost od intaktnog što je i prikazano u prethodnom članku (K o v a č e v i ć - Z e l i ć et al., 1995).

Osim toga, u ulaznim podacima za model plastične anizotropije nema mogućnosti zadavanja kuta dilatacije Ψ na diskontinuitetu. Međutim, pojava dilatacije odnosno volumenske deformacije u smicanju uočena je kako kod homogenih materijala tako i kod diskontinuiteta. Kako volumenska deformacija utječe na veličine glavnih naprezanja pa time i posmične čvrstoće, ova bi se pojava trebala ugraditi u model plastične anizotropije.

Prilikom interpretacije rezultata numeričkog modeliranja pokusa direktnog smicanja potrebno je posebnu pažnju posvetiti raspodjeli posmičnog naprezanja po plohi smicanja. To se naročito odnosi na pokušaj definiranja čvrstoće preko prosječnih vrijednosti naprezanja na plohi sloma. Ove napomene posljedica su i činjenice da je stvarno stanje naprezanja u uzorku prilikom pokusa

direktnog smicanja složenije nego npr. u slučaju triaksialnog pokusa (H u d e c i F r g i ć, 1994).

Model se ipak smatra korisnim iz slijedećeg razloga. Iz stijenskog materijala koji u sebi sadrži familiju paralelnih diskontinuiteta, a naročito ako su oni na malom razmaku, vrlo je teško pripremiti uzorak i laboratorijski ga ispitati. Takav bi materijal za ekvivalentno eksperimentalno ispitivanje zahtijevao izradu barem 90 uzoraka (serije od 5 uzoraka za 18 orijentacija diskontinuiteta). Uzorci bi dakle morali biti rezani pod različitim kutevima u odnosu na ravnine diskontinuiteta. Ako međutim možemo nezavisno izmjeriti svojstva diskontinuiteta i intaktna stijene (2 serije ispitivanja od 5 uzoraka) model plastične anizotropije omogućava numeričko modeliranje takvog materijala uz puno manje eksperimentalnog rada.

Na temelju izloženoga zaključuje se slijedeće. Stijenski materijal može se modelirati modelom idealne plastičnosti samo ako je intaktan. Diskontinuirani stijenski materijal trebao bi se u području plastičnosti modelirati modelom plastične anizotropije, jer taj model daje bitno različite rezultate od prethodno navedenog sa stajališta čvrstoće materijala. Ako se međutim želi ispitati deformabilnost diskontinuiranog materijala, preporučuje se provjera s eksperimentalnim rezultatima ili paralelno korištenje modela transversalne anizotropije s modelom plastične anizotropije.

Primljeno: 8. III. 1995.

Prihvaćeno: 20. VI. 1995.

LITERATURA

- Crosta, G. (1993): Joint patterns and anisotropic rock mass deformational behaviour. *Proceed. ISRM Intern. Symp. on Safety and Environmental Issues in Rock Engineering - Eurock'93*, L. Ribeiro E Sousa & N.F. Grossmann (eds.), Balkema, 63-70 pp., Rotterdam.
- Goodmann, R. E. (1977): Analysis in Jointed Rocks. In: Gudehus, G. (ed.): *Finite Elements in Geomechanics*, John Wiley & Sons, 351-375 pp., London.
- Hoek, E. (1983): Strength of jointed rock masses, 23rd Rankine Lecture. *Geotechnique* 33, No. 3, 187-223.
- Hudec, M. i Frgić, L. (1994): Prognoza odvala u tunelima prema geološki definiranim ravninama diskontinuiteta. *Rud.-geol.-naft. zb.*, 6, 61-70, Zagreb.
- Kazakidis, V. N. & Diederichs, M. S. (1993): Technical Note: Understanding Jointed Rock Mass Behaviour Using a Ubiquitous Joint Approach. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 30, No. 2, 163-172, Pergamon Press, Oxford.
- Kawamoto, T. (1970): Macroscopic Shear Failure of Jointed and Layered Brittle Media. *Proceed. 2nd Congress ISRM*, Vol. 2, paper 3-31. Privredni pregled, Beograd.
- Kovačević-Zelić, B. (1994): Numeričko modeliranje ponašanja stijenskih materijala pri provođenju radova u rudarstvu. Magistarski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb.
- Kovačević-Zelić, B., Kovačić, D. i Vujeć, S. (1995): Numeričko modeliranje diskontinuiranog stijenskog materijala u elastičnom području. *Rud.-geol.-naft. zb.* Vol. 7, 37-43, Zagreb.
- Naylor, D. J., Pande, G. N., Simpson, B. and Tabber, R. (1981): *Finite Elements in Geotechnical Engineering*. Pineridge Press, 245 pp, Swansea.
- Vermeer, P. A. & de Borst, R. (1984): Non-associated

- plasticity for soils, concrete and rock. *Heron*, Vol. 29, No. 3, 1-64.
- Witke, W. (1977): Static Analysis for Underground Openings in Jointed Rock. In: Desai, C. S. & Christian, J. T. (editors): Numerical Methods in Geotechnical Engineering, McGraw-Hill, 589-638 pp., New York.
- ...(1974): Suggested Methods for Determining Shear Strength. In: Brown, E. T. (ed.): Rock Characterisation Testing & Monitoring, ISRM Suggested Methods, Pergamon Press, 129-140 pp., Oxford.
- ...(1991). FLAC, Users Manual, Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis, Minnesota.

Numerical Modelling of Discontinuous Rock Mass in the Plastic Domain

B. Kovačević-Zelić, D. Kovačić and S. Vujec

Some rock masses are quite competent and free of discontinuities, but analysis is rarely necessary in them. More often, the analyses are performed in rocks which are non-ideal in one or more ways.

In spite of recent advances in rock mechanics, mechanical behaviour of moderately jointed rock masses is still problematic. Shear strength could be highly anisotropic especially in rock masses with preferentially oriented weaknesses. The behaviour of such rock masses is influenced by the mechanical characteristics of intact rock and discontinuities.

The article deals with the problem of discontinuous rock material modelling within the framework of theory of plasticity. The applicability of some constitutive models is examined.

Basic principles of the Mohr-Coulomb's plasticity (isotropic and anisotropic) are presented (Eq. 1-10; Figs. 1-2). Mohr-Coulomb's ideal plasticity is used for intact rock material.

Anisotropic plasticity (ubiquitous joint model) is based on the idealised representation of a rock mass containing one set of aligned planar discontinuities (Fig. 3). The strength of such material is expressed by two failure criteria, one for intact rock and one for discontinuities (envelopes *a* and *b* on Fig. 4).

The comparison of the above mentioned models is conducted by the numerical modelling of the direct shear test. The analyses are performed using finite difference code FLAC. Basic mesh and boundary conditions are shown in Fig. 5. Two types of samples are used: samples of intact rock (homogenous, isotropic material) and samples that contain one set of parallel planar discontinuities. The assumed properties of the intact rock and discontinuities are presented in Table 1.

The parametric analysis is performed to examine the influence of the orientation of discontinuities on the average shear stress in the shear zone (Fig. 6). The non-dimensional stress ratio τ_{yx}/τ_{int} is used for comparison (τ_{yx} and τ_{int} are average shear stresses for ubiquitous joint model and model of ideal plasticity, respectively).

The significant difference in the mechanical behaviour of these two models is evident. Three types of failure were noticed: yield in the solid (intact rock) or along the slip plane or both (Figs. 7-9). The demonstrated behaviour in shear was influenced by that fact (Fig. 10).

The possible range of angle of anisotropy could be divided to the 'positive' orientations ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$) and 'negative' orientations ($90^\circ \leq \theta < 180^\circ$). The influence of discontinuities on the mechanical behaviour is much larger for 'negative' orientations where absolute minimum and absolute maximum on the curve in Fig. 6 are observed. This may be affected by the size and shape of shear zone which depends on orientation of discontinuities. Similar results are reported on artificial discontinuous samples in laboratory testing.

The ubiquitous joint model introduces the influence of the discontinuities i.e. their orientation on the rock mechanical behaviour. For the practical purposes, this model could be useful for closely spaced discontinuous rocks. Sample preparation and laboratory testing is for such materials extremely difficult. But, if we can measure the strength parameters for intact rock and discontinuities separately, the parametric analysis with ubiquitous joint model could be performed.

Some drawbacks of the model were also noticed. Dilatancy is not introduced in model for discontinuities which affects the normal stress on the shear plane and shear strength. In the elastic domain the influence of discontinuities is also not introduced. This can be partially overcome with the combined use of transversely isotropic model in elastic domain and ubiquitous joint model in plastic domain.

Following the previous conclusions, it is recommended to apply plasticity models more frequently. But, if we examine deformability of discontinuous rock material, additional care is needed as well as comparison with laboratory results.