

Kriterij predviđanja vlačne čvrstoće tkanina u proizvoljnim smjerovima

Prof.dr.sc. **Željko Penava**, dipl.ing.
Prof.dr.sc. **Diana Šimić**, dipl.ing.¹
Dr.sc. **Željko Knezić**, dipl.ing.
Sveučilište u Zagrebu, Tekstilno-tehnološki fakultet
Zavod za projektiranje i menadžment tekstila
¹Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet
Zavod za tehničku mehaniku
Zagreb, Hrvatska
e-mail: zeljko.penava@ttf.hr
Prispjelo 10.1.2014.

UDK 677.017.4:539.32

Određivanje mehaničkih svojstava i predviđanje ponašanja tkanina tijekom proizvodnih procesa i konačno u samoj upotrebi, jako je važan dio tekstilne znanosti. Ovisno o smjeru djelovanja vlačne sile mijenja se i vlačna čvrstoća tkanine zbog njenih anizotropnih svojstava. Predviđanje vlačne čvrstoće tkanina u određenim smjerovima djelovanja sile postaje vrlo važan čimbenik ne samo u primjeni nego i u analitičkim studijama. U ovom radu analizira se Cheng-Tan kriterij proračuna čvrstoće, odnosno kriterij otkazivanja tkanine. Na temelju eksperimentalnih rezultata Cheng-Tan su istraživali ovisnost vlačne čvrstoće tkanina o smjeru djelovanja vlačne sile. Koristili su harmonijski kosinuso red za računanje vlačne čvrstoće anizotropne tkanine u proizvoljnom smjeru. U ovom radu su za četiri vrste tkanina pamuk, vuna, vuna+lycra i PES određene veličine prekidnih vlačnih sila eksperimentalno u laboratoriju i to za sedam različitih smjerova (kutovi od 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°). Pomoću tih eksperimentalno dobivenih vrijednosti i koristeći Cheng-Tan kriterij čvrstoće, teorijski su onda izračunate vlačne čvrstoće tkanina za proizvoljno odabrane smjerove. Dokazalo se da se pomoću harmonijskog izraza mogu aproksimirati eksperimentalni rezultati, tako da se vlačna čvrstoća zbog anizotropije tkanine može izraziti i analitički. Cheng-Tan kriterij čvrstoće ima sposobnost predviđanja vlačne čvrstoće tkanina s visokom točnošću.

Ključne riječi: tkanina, prekidna vlačna sila, vlačna čvrstoća, Cheng-Tan kriterij čvrstoće, harmonijska funkcija

1. Uvod

U radu su analizirani kriteriji za proračun vlačne čvrstoće tkanina. Tkanine su posebna vrsta anizotropnih materijala koji imaju dvije međusobno okomite ravnine elastične simetrije i pripadaju u skupinu orto-

tropnih materijala [1-3]. Iako primjena tekstila u različitim industrijskim granama sve više raste, posebno u izradi kompozitnih materijala, tkanine se koriste kao pojačanje za kompozite i za izradu padobrana, a razumijevanje ponašanja mehaničkih svojstava tkanina još je uvijek ograničeno

[4-6]. Ponašanje tkanine i deformacije su izuzetno važni pri promjeni kuta nagiba djelovanja vlačne sile (opterećenja), posebno u tehničkom tekstilu. Kada se kut djelovanja vanjskog opterećenja mijenja, mijenjaju se elastične konstante i vlačna čvrstoća tkanine. Veličina prekidne sile,

produljenje, te inicijalni moduli elastičnosti i vlačna čvrstoća tkanine određuju se eksperimentalno, ispitivanjem tkanine u laboratoriju. Stoga je neophodno bolje razumijevanje mehaničkih svojstava ponašanja tkanina [7]. U tome veoma važnu ulogu ima interakcija između pređa u tkaninama pod vlačnom silom i njihov utjecaj na konačnu vlačnu čvrstoću tkanine.

Kilby je među prvima počeo proučavati mehanička svojstva tkanina pod djelovanjem vlačnog opterećenja [8]. On polazi od klasične teorije elastičnosti, s pretpostavkom da je tkanina anizotropni materijal s dvije ravnine simetrije. Mjerio je vlačna svojstva tkanina u proizvoljnom smjeru djelovanja vlačne sile. Izveo je generalizirani modul tkanine, prikazujući ovisnost modula elastičnosti tkanine u odnosu na smjer djelovanja vlačne sile.

Važan dio mehanike tekstila je određivanje mehaničkih svojstava i predviđanje ponašanja tkanina u upotrebi i tijekom proizvodnih procesa. Ovom problematikom tijekom godina bavili su se mnogi istraživači [9, 10]. Predviđanje vlačne čvrstoće tkanine je važno u teoriji i praksi. Ovisnost i promjena vlačne čvrstoće tkanine zbog njenih anizotropnih svojstava određuje se eksperimentalno na dinamometru. Harmonijski izraz je usvojen kako bi se aproksimirali eksperimentalni rezultati, tako da se vlačna čvrstoća kod anizotropije može izraziti i analitički.

Početkom 1970-ih predviđanje čvrstoće anizotropnih materijala postaje važan čimbenik, ne samo u primjeni nego i u analitičkim studijama. Jedan od pristupa određivanju čvrstoće je upotreba kriterija proračuna čvrstoće koji se temelji na eksperimentalno dobivenim vrijednostima čvrstoće, dobivene u nekoliko određenih smjerova.

1.1. Hankinsonov kriterij čvrstoće

Prvu poznatu empirijsku formulu za određivanje jednoosne tlačne čvrstoće drva je 1921. godine postavio Hankinson [11]. Drvo i tkanina su najčešći

ortotropni materijali [12, 13]. Ravnine elastične simetrije ortotropnih materijala su ravnine ortotropije, a njihovi presjeci osi ortotropije. U ortotropne materijale koji se najviše upotrebljavaju pripadaju drvo, šperploče, staklom ojačani plastici, laminati i drugi kompozitni materijali, te tkanine. Ti materijali se najviše koriste u obliku ploča u kojima je ravninsko stanje naprežanja [14, 15]. Element ortotropne ploče u kojem vlada ravninsko stanje naprežanja, prikazan je na sl.1 [1-3].

Hankinsonova empirijska formula je matematički odnos za predviđenu tlačnu čvrstoću drveta, izraz (1). Izražava tlačnu čvrstoću pod nekim kutom kao funkciju tlačne čvrstoće u smjeru i poprečno od smjera vlakana i proizvoljnog kuta djelovanja sile.

$$\sigma_{\varphi} = \frac{\sigma_0 \cdot \sigma_{90}}{\sigma_{90} \cdot \sin^n \varphi + \sigma_0 \cdot \cos^n \varphi} \quad (1)$$

gdje je: φ - kut djelovanja opterećenja (tlačne sile), $n=2$, σ_{φ} - tlačna čvrstoća pod kutom φ , σ_0 - tlačna čvrstoća okomito na vlakna, σ_{90} - tlačna čvrstoća paralelno s vlaknima.

Hankinsonov kriterij je začuđujuće točan za mnoge vrste drva. Kasnije su drugi istraživači otkrili da eksponent n može varirati između 2 i 2,5.

Jednadžba (1) je strogo empirijska i pogodna je za računanje vlačne čvrstoće drva. Tada n varira između 1,5 i 2.

1.2. Tsai i Wu kriterij čvrstoće

Tsai i Wu (1971.) su razvili trodimenzionalnu općenitu teoriju čvrstoće [16-18] koja pretpostavlja da se otkazivanje na površini materijala može opisati polinomom, izraz (2):

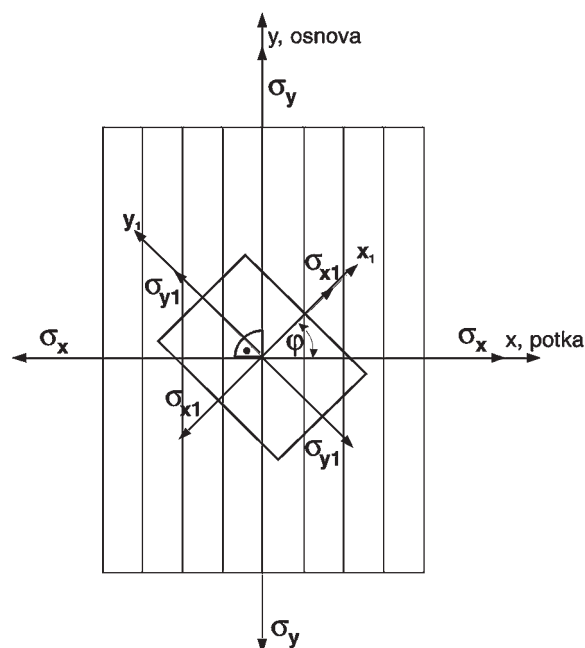
$$k_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j + k_i \cdot \sigma_i = 1 \quad (2)$$

gdje su: $i, j = 1 - 6$.

Tsai-Wu kriterij čvrstoće se koristi uz pretpostavku da vrijedi za tkanine, barem u prvom kvadrantu u kojem je čvrstoća tkanine vlačna. Nepoznati koeficijenti interakcije naprežanja k_{ij} kriteriju čvrstoće u izrazu (2) se određuju na osnovi eksperimentalnih rezultata. Tsai-Wu teorija za ulazne podatke zahtijeva vlačnu i tlačnu čvrstoću. Ako postoje samo podaci za vlačnu čvrstoću ili samo za tlačnu čvrstoću, tada se koristi Tsai-Hill teorija.

1.3. Tsai-Hill kriterij čvrstoće

Tsai-Hill kriterij čvrstoće se koristi u proučavanju drvenih materijala, kompozita koji su ojačani vlaknima, te u geotekstilu [19, 20]. Tsai-Hill kriterij



Sl.1 Ravninsko stanje naprežanja u elementu ortotropne ploče

je kvadratični interaktivni kriterij koji se primjenjuje na višeslojne kompozite i geotekstil [21]. Ova teorija je ograničena na ortotropne materijale s vrlo visokom tlačnom čvrstoćom.

1.4. Cheng-Tan kriterij čvrstoće

Da bi se dobio što realniji pristup računanju vlačne čvrstoće tkanina u određenim smjerovima, Cheng-Tan su na temelju eksperimentalnih rezultata istraživali ovisnost vlačne čvrstoće tkanina o smjeru djelovanja vlačne sile [22]. Oni su koristili harmonijski kosinusov red za računanje vlačne čvrstoće anizotropne tkanine u bilo kojem smjeru. Taj kriterij, koji je nazvan otkazivanje zbog jednoosnog opterećenja, ima sposobnost izračuna vlačne čvrstoće s visokom točnosti u proizvoljnom smjeru.

Koordinatni sustav ortotropne ploče odnosno tkanine, prikazan je na sl.1. Na sl.1 σ_x je prikazano normalno naprezanje pod djelovanjem vlačne sile. Funkcija čvrstoće se može razviti u trigonometrijsku Fourierovu seriju, odnosno kosinusov red, izraz (3).

$$\sigma_\varphi = \left(\sum_{n=0,2,4,\dots} C_n \cdot \cos n \cdot \varphi \right)^{-1} \quad (3)$$

gdje je: φ - smjer djelovanja vlačne sile (kut što ga pravac djelovanja sile zatvara sa smjerom potke), σ_φ - vlačna čvrstoća u smjeru kuta φ , $n = 0, 2, 4, \dots$, C_n - koeficijenti koji se određuju pomoću već danih ili eksperimentalno dobivenih vrijednosti vlačne čvrstoće u nekoliko određenih smjerova u kojima je eksperiment lakše izvesti.

Veličine prekidnih vlačnih sila tkanina za proizvoljne kutove određene su eksperimentalno u laboratoriju. Dokazano je da se pomoću harmonijskog izraza (3) mogu aproksimirati eksperimentalni rezultati, tako da se vlačna čvrstoća zbog anizotropije tkanine može izraziti i analitički. Visoka točnost računanja vlačne čvrstoće, koristeći jednadžbu (3), može se postići ako postoji što veći broj eksperimentalno dobivenih vrijednosti čvrstoća. Pomoću tih eksperimentalno dobivenih vrijednosti se određuje

Tab.1 Konstrukcijske karakteristike ispitivanih uzoraka

Sirovinski sastav	100 % pamuk	100 % vuna	95 % vuna 5 % Lycra	100 % poliester
Finoća osnove (tex)	32	50,6	28	32
Finoća potke (tex)	30	47	30	22
Gustoća tkanine u smjeru osnove (niti/cm)	22	26	32	31
Gustoća tkanine u smjeru potke (niti/cm)	22	18	29	26
Plošna masa (g/m ²)	150,3	234,8	178,2	164,6
Debljina (mm)	0,318	0,568	0,328	0,252

nepoznati koeficijenti C_n . Koristeći Cheng-Tan kriterij čvrstoće, teorijski se računaju vlačne čvrstoće tkanina za proizvoljno odabrane smjerove.

2. Eksperimentalni dio

U eksperimentalnom dijelu rada se određuju veličine vlačnih sila pomoću kojih se računaju vlačne čvrstoće tkanina ovisno o smjeru djelovanja vlačne sile na tkaninu. U tu svrhu primijenjene su klasične metode i instrumenti za ispitivanje vlačnih svojstava tkanina.

2.1. Uzorci za ispitivanje

Ovo istraživanje provedeno je na četiri tkanine različitog sirovinskog sastava (pamuk, vuna, vuna+lycra, PES), te istog veza (platneni vez). Sirovinske i konstrukcijske karakteristike ispitivanih tkanina date su u tab.1.

2.2. Određivanje vlačne čvrstoće tkanina

Finoća pređe određena je gravimetrijskom metodom prema normi HRN ISO 1973:1995. Gustoća tkanine ispitivana je prema normi HRN ISO 7211-2:1984. Mjerna metoda i postupak po kojima se ispitivala debljina tkanine definirana je normom HRN ISO 5084:1996.

Ispitivanja prekidnih vlačnih sila tkanine u određenim smjerovima provedena su u Zavodu za projektiranje tekstila na Tekstilno-tehnološkom

fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, na uzorcima četiri tkanine različitog sirovinskog sastava i različitih gustoća u smjeru osnove i potke, s konstrukcijski jednakim platnenim vezom kako je prikazano u tab.1. Prije samog ispitivanja svi uzorci su kondicionirani u uvjetima standardne atmosfere (relativna vlažnost zraka $65 \pm 2 \%$, na temperaturi $20 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$). Za ovo ispitivanje izrezani su standardni uzorci dimenzija 350 x 50 mm, ukliješteni u stezaljke uređaja na razmaku od 200 mm, te izloženi jednoosnom vlačnom opterećenju do postizanja prekida.

Uzorci su rezani u sedam različitih smjerova: u smjeru osnove 90° , potke 0° , te pod kutovima 15° , 30° , 45° , 60° , 75° prema potki. Za svaki navedeni smjer djelovanja vlačne sile na uzorak tkanine, provedeno je 5 ispitivanja. Vlačna svojstva svih uzoraka ispitivana su prema HRN EN ISO 13934-1:2008 metodom ispitne trake na uređaju za mjerenje čvrstoće tkanine tj. na dinamometru.

Za ovo ispitivanje korišten je dinamometar Statimat M njemačkog proizvođača "Textechno". Dinamometar Statimat M je potpuno automatiziran, mikroprocesorski upravljani, statički dinamometar koji radi na načelu konstantne brzine deformacije. Kod ispitivanja postavljeni su sljedeći uvjeti: razmak između stezaljki: 200 mm, brzina povlačenja: 100 mm/min. Mjerni rezultati prikupljeni su i

pohranjeni na tvrdi disk računalnim programom dinamometra.

3. Rezultati ispitivanja

Srednje vrijednosti eksperimentalno dobivenih vrijednosti prekidne vlačne sile F i uzdužne deformacije ε za različite smjerove (φ) djelovanja sile prikazane su u tab.2.

Dobivene srednje vrijednosti rezultata ispitivanja djelovanja vlačne sile na uzorcima u smjeru osnove ($\varphi=90^\circ$), potke ($\varphi=0^\circ$) i pod kutovima 15° , 30° , 45° , 60° i 75° su prikazani u dijagramima F - ε , sl.2-5.

3.1. Izračun vlačne čvrstoće tkanina za proizvoljne smjerove djelovanja sile

Za tkanine koje su opterećene vlačnim silama u sedam različitih smjerova, smjer osnove ($\varphi=90^\circ$), potke ($\varphi=0^\circ$) i pod kutovima 15° , 30° , 45° , 60° i 75° jednadžba (3) se razvija u oblik:

$$\sigma_\varphi = (C_0 + C_2 \cdot \cos 2\varphi + C_4 \cdot \cos 4\varphi + C_6 \cdot \cos 6\varphi + C_8 \cdot \cos 8\varphi + C_{10} \cdot \cos 10\varphi + C_{12} \cdot \cos 12\varphi)^{-1} \quad (4)$$

$C_0, C_2, C_4, C_6, C_8, C_{10}, C_{12}$ su nepoznati koeficijenti koji se trebaju odrediti. Iz izraza (4) dobiva se sustav od sedam simultanih jednadžbi (5a-5g) iz kojih se računaju nepoznati koeficijenti C_n jednadžbe (6a-6g).

$$\frac{1}{\sigma_0} = C_0 + C_2 + C_4 + C_6 + C_8 + C_{10} + C_{12} \quad (5a)$$

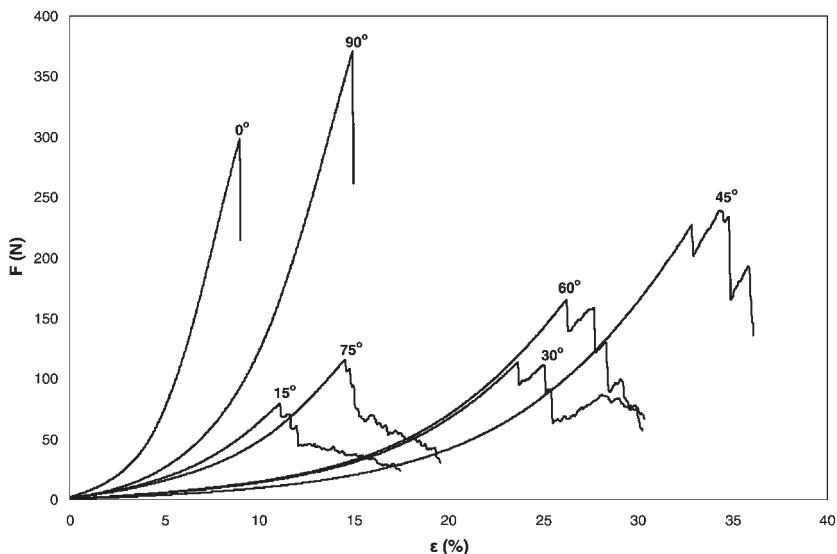
$$\frac{1}{\sigma_{30}} = C_0 + \frac{1}{2} \cdot C_2 - \frac{1}{2} \cdot C_4 - C_6 - \frac{1}{2} \cdot C_8 + \frac{1}{2} \cdot C_{10} + C_{12} \quad (5c)$$

$$\frac{1}{\sigma_{15}} = C_0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot C_2 + \frac{1}{2} \cdot C_4 - \frac{1}{2} \cdot C_8 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot C_{10} - C_{12} \quad (5b)$$

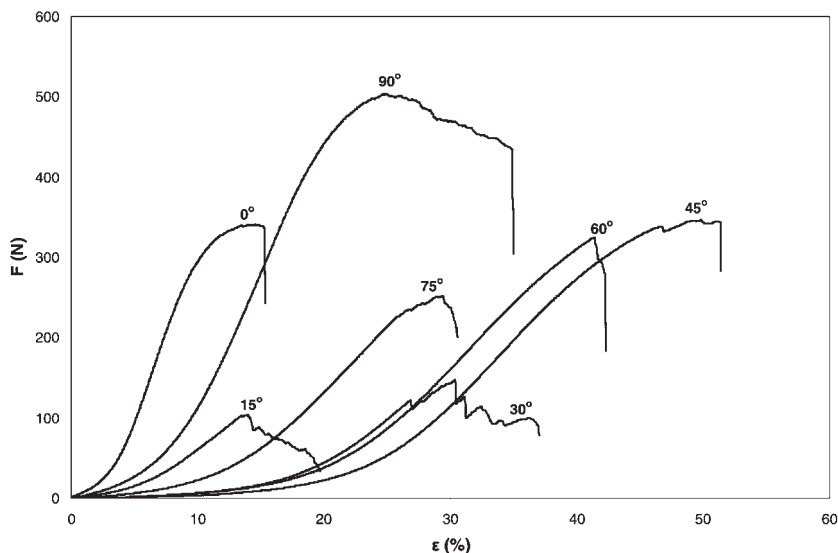
$$\frac{1}{\sigma_{45}} = C_0 - C_4 + C_8 - C_{12} \quad (5d)$$

Tab.2 Srednje vrijednosti prekidne sile i produljenja

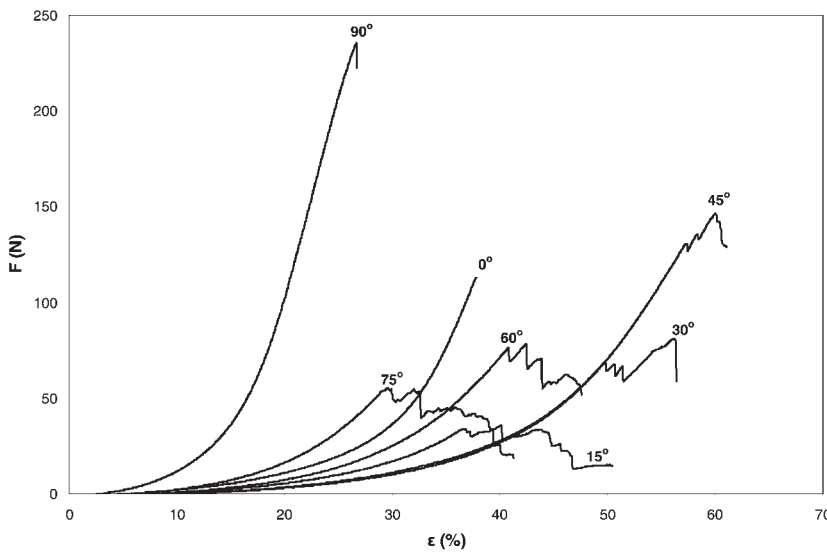
Kut φ (°)	pamuk		vuna		vuna/Lycra		PES	
	ε (%)	F (N)	ε (%)	F (N)	ε (%)	F (N)	ε (%)	F (N)
0	9,24	313,72	14,29	342,20	38,86	127,33	42,03	602,38
15	11,55	86,63	13,86	106,28	37,93	40,16	39,21	410,78
30	24,67	130,32	29,45	158,15	56,57	84,16	45,36	394,80
45	34,13	259,82	50,17	353,35	61,21	151,34	55,38	524,57
60	27,41	190,74	41,65	326,66	42,35	87,92	44,47	493,76
75	14,76	120,55	28,98	266,57	30,50	63,22	27,70	435,46
90	15,35	392,20	25,19	505,42	27,43	245,04	29,13	835,66



Sl.2 Dijagram srednje vrijednosti sile - produljenja (F- ε) za pamučnu tkaninu



Sl.3 Dijagram srednje vrijednosti sile - produljenja (F- ε) za vunenu tkaninu



Sl.4 Dijagram srednje vrijednosti sile - produljenja (F-ε) za vuna/Lycra tkaninu

$$\frac{1}{\sigma_{60}} = C_0 - \frac{1}{2} \cdot C_2 - \frac{1}{2} \cdot C_4 + C_6 - \frac{1}{2} \cdot C_8 - \frac{1}{2} \cdot C_{10} + C_{12} \quad (5e)$$

$$\frac{1}{\sigma_{75}} = C_0 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot C_2 + \frac{1}{2} \cdot C_4 - \frac{1}{2} \cdot C_8 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot C_{10} - C_{12} \quad (5f)$$

$$\frac{1}{\sigma_{90}} = C_0 - C_2 + C_4 - C_6 + C_8 - C_{10} + C_{12} \quad (5g)$$

Vrijednosti $\sigma_0, \sigma_{15}, \sigma_{30}, \sigma_{45}, \sigma_{60}, \sigma_{75}, \sigma_{90}$ (tab.3) dobivene su eksperimentalno, ispitivanjem uzoraka tkanine u laboratoriju i predstavljaju vlačne čvrstoće tkanine u određenim smjerovima djelovanja vlačne sile.

$$C_0 = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2 \cdot \sigma_0} + \frac{1}{\sigma_{15}} + \frac{1}{\sigma_{30}} + \frac{1}{\sigma_{45}} + \frac{1}{\sigma_{60}} + \frac{1}{\sigma_{75}} + \frac{1}{2 \cdot \sigma_{90}} \right) \quad (6a)$$

$$C_2 = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\sigma_0} + \frac{\sqrt{3}}{\sigma_{15}} + \frac{1}{\sigma_{30}} - \frac{1}{\sigma_{60}} - \frac{\sqrt{3}}{\sigma_{75}} - \frac{1}{\sigma_{90}} \right) \quad (6b)$$

$$C_4 = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\sigma_0} + \frac{1}{\sigma_{15}} - \frac{1}{\sigma_{30}} - \frac{2}{\sigma_{45}} - \frac{1}{\sigma_{60}} + \frac{1}{\sigma_{75}} + \frac{1}{\sigma_{90}} \right) \quad (6c)$$

$$C_6 = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\sigma_0} - \frac{2}{\sigma_{30}} + \frac{2}{\sigma_{60}} - \frac{1}{\sigma_{90}} \right) \quad (6d)$$

$$C_8 = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\sigma_0} - \frac{1}{\sigma_{15}} - \frac{1}{\sigma_{30}} + \frac{2}{\sigma_{45}} - \frac{1}{\sigma_{60}} - \frac{1}{\sigma_{75}} + \frac{1}{\sigma_{90}} \right) \quad (6e)$$

$$C_{10} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\sigma_0} - \frac{\sqrt{3}}{\sigma_{15}} + \frac{1}{\sigma_{30}} - \frac{1}{\sigma_{60}} + \frac{\sqrt{3}}{\sigma_{75}} - \frac{1}{\sigma_{90}} \right) \quad (6f)$$

$$C_{12} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2 \cdot \sigma_0} - \frac{1}{\sigma_{15}} + \frac{1}{\sigma_{30}} - \frac{1}{\sigma_{45}} + \frac{1}{\sigma_{60}} - \frac{1}{\sigma_{75}} + \frac{1}{2 \cdot \sigma_{90}} \right) \quad (6g)$$

Izračunati nepoznati koeficijenti C_n (6a-6g) prikazani u tab.4 uvrstavaju se u jednadžbu (4) pomoću koje se može izračunati predviđena vlačna čvrstoća tkanine za bilo koji smjer djelovanja vlačne sile.

Ako se mjere veličine prekidne sile u što više smjerova, tada se dobivaju i podaci za vlačnu čvrstoću u tim smjerovima. Formula (4) za izračunavanje vlačne čvrstoće tkanine σ_φ za neki proizvoljni kut φ će tada s većom točnošću izračunati stvarne vrijednosti σ_φ , jer će biti poznat veći broj nepoznatih koeficijenata C_n . U tab.5 su prikazane računске vrijednosti vlačne čvrstoće tkanina σ_φ za proizvoljno odabrane smjerove djelovanja vlačne sile. Podcrtane vrijednosti u tab.5 su eksperimentalne vrijednosti vlačne čvrstoće iz tab.3.

Računske vrijednosti vlačne čvrstoće σ_φ (tab.5) i eksperimentalno dobivene vrijednosti vlačne čvrstoće σ_φ (tab.3) grafički su prikazane polarnim dijagramima (sl.6). Na sl.6 točke eksperimentalnih vrijednosti σ_φ su prikazane zacrnjenim kvadratićima.

Tkanine se nešto razlikuju od običnih anizotropnih materijala koji imaju oblik krivulje vlačne čvrstoće vrlo sličan elipsi. Krivulja vlačne čvrstoće tkanine je nepravilno valovitog oblika zbog činjenice da se struktura tkanine sastoji od međusobno ukrštenih pređa u dva ortogonalna smjera. Na takav nepravilan oblik krivulje vlačne čvrstoće utječu relativni pomaci pređa - pređa i interakcije na veznim točkama. Zbog toga nepravilan oblik krivulje vlačne čvrstoće tkanine zahtijeva njenu aproksimaciju pomoću harmonijskog izraza pa se u ovom slučaju ne koristi polinomna funkcija za proračun vlačne čvrstoće.

Da bi se što bolje razumio doprinos svakog člana (komponente) harmonijske funkcije prema ukupnoj funkciji vlačne čvrstoće, izraz (4), nacrtani su dijagrami (sl.7).

U tab.6 prikazani su izračunati koeficijenti korelacije (r). Kako broj komponenata n u jednadžbi (4) raste, tako se povećava i koeficijent korelacije r . Želi se odrediti najmanji potreban

Tab.3 Eksperimentalno dobivene vrijednosti vlačne čvrstoće tkanina σ_φ u odabranim smjerovima

Kut φ (°)	$\sigma_\varphi = F/A$ [MPa]			
	pamuk	vuna	vuna/lycra	PES
0	19,96	12,08	7,23	48,56
15	5,87	3,58	2,25	34,42
30	8,41	6,12	4,61	31,61
45	16,81	12,19	8,62	44,53
60	13,39	11,75	4,75	40,21
75	7,90	10,25	4,62	34,22
90	24,51	17,57	15,33	66,05

Tab.4 Izračunate vrijednosti koeficijenta C_n

C_n	pamuk	vuna	vuna/Lycra	PES
C_0	0,0992	0,1296	0,2176	0,0259
C_2	0,0215	0,0699	0,0788	0,0020
C_4	0,0125	0,0174	0,0341	-0,0012
C_6	-0,0132	-0,0218	0,0101	-0,0013
C_8	-0,0468	-0,0537	-0,1087	-0,0057
C_{10}	-0,0037	-0,0352	-0,0524	-0,0021
C_{12}	-0,0195	-0,0235	-0,0412	-0,0011

Tab.5 Računski dobivene vrijednosti vlačne čvrstoće tkanina σ_φ za određeni smjer

Kut φ (°)	σ_φ [MPa]			
	pamuk	vuna	vuna/Lycra	PES
0	19,96	12,08	7,23	48,56
5	13,73	8,30	5,04	45,59
10	8,02	4,85	3,00	39,56
15	5,87	3,58	2,25	34,42
20	5,50	3,42	2,22	31,50
25	6,34	4,15	2,83	30,66
30	8,41	6,12	4,61	31,61
35	11,51	9,67	8,44	34,27
40	14,51	12,50	10,95	38,76
45	16,81	12,19	8,62	44,53
50	18,55	11,39	6,48	48,62
55	17,67	11,48	5,39	46,77
60	13,39	11,75	4,75	40,21
65	9,55	11,19	4,28	34,31
70	7,78	10,29	4,14	31,98
75	7,90	10,25	4,62	34,22
80	10,40	11,85	6,36	42,35
85	17,24	15,21	10,75	56,59
90	24,51	17,57	15,33	66,05

broj komponenenata koji s dovoljnom točnosti daju vrijednost vlačne čvrstoće s doprinosom svih 7 komponenata.

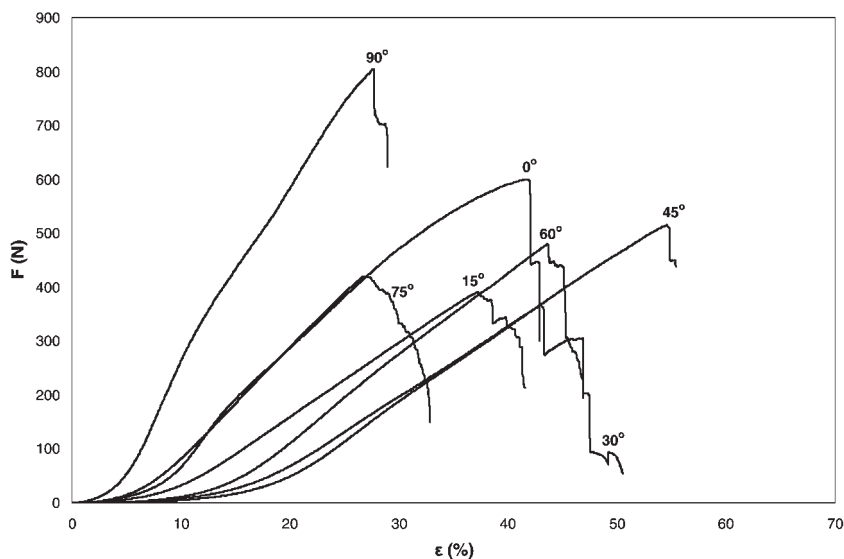
4. Rasprava

Iz dijagrama (sl.6) je vidljivo da sve vrste promatranih tkanina imaju najveću vlačnu čvrstoću u smjeru

osnove. Vlačna čvrstoća u smjeru potke je manja nego u smjeru osnove i smanjuje se kada vlačna sila mijenja svoj smjer djelovanja i zatvara s potkom kut od 15°. Daljnjim povećavanjem kuta φ , σ_φ se povećava i pri $\varphi=45^\circ-55^\circ$ ima približno jednaku vlačnu čvrstoću onoj u smjeru potki. Nakon toga se σ_φ smanjuje do kuta od 70° do 75°, te ponovo raste do smjera osnove. Sl.6 jasno prikazuje anizotropiju tkanine pomoću promjene njezine vlačne čvrstoće u ovisnosti o smjeru djelovanja vlačne sile. Od ispitanih tkanina najveću vlačnu čvrstoću ima PES tkanina, zatim pamučna tkanina, pa vunena tkanina, a najmanju vuna/Lycra tkanina.

Na sl.7 broj n pokazuje prvih n komponenti na desnoj strani jednadžbe (4) koji se koriste za konstrukciju krivulje vlačne čvrstoće. Može se zaključiti da zbog 1. konstantnog koeficijenta C_0 koji opisuje mehaničko ponašanje izotropnog elementa, odgovarajuća krivulja vlačne čvrstoće opisuje kružnicu koja definira neovisnost veličine vlačne čvrstoće o smjeru djelovanja sile. Dodajući harmonijske komponente 2 i 3, krivulja postaje sve više eliptična s duljom osi u smjeru osnove tkanine (uzdužni smjer). Harmonijske komponente 4, 5, 6 mijenjaju elipse u više nepravilne krivulje odražavajući tako strukturu tkanine. Prikazana je i krivulja vlačne čvrstoće s doprinosom svih 7 komponenata. Može se zaključiti da komponente 4, 5, 6 i 7 u vlačnoj čvrstoći predstavljaju bitna svojstva koja su svojstvena (jedinствена) samo za tkanine.

Za pamučnu, vunenu, vuna/Lycra i PES tkaninu prvih pet komponenata daju vlačnu čvrstoću s koeficijentom korelacije, tab.6, koji je u granicama 0,807 do 0,927 i potvrđuje vrlo visoku povezanost vlačne čvrstoće s doprinosom svih sedam komponenata i vlačne čvrstoće s pet komponenata. Najveći koeficijent korelacije ima PES tkanina $r=0,927$, a najmanji pamučna tkanina $r=0,807$. PES tkanina ima još veći $r=0,988$ ako se vlačna čvrstoća računa sa šest kom-

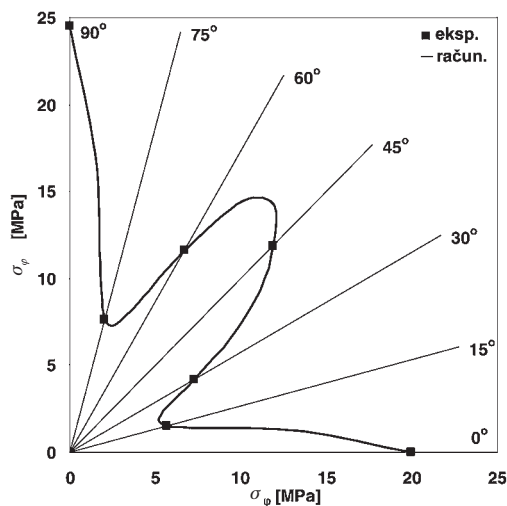


Sl.5 Dijagram srednje vrijednosti sile - produljenja (F-ε) za PES tkaninu

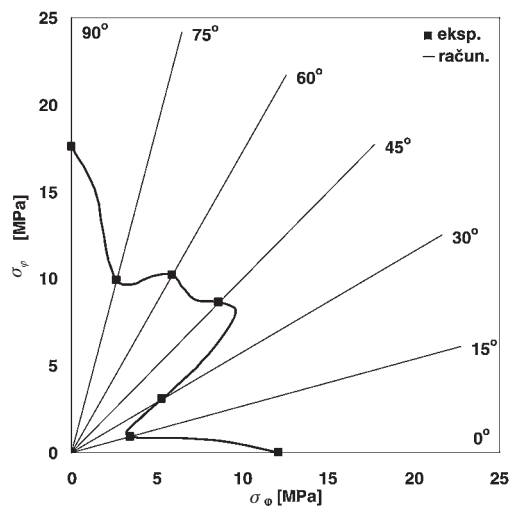
ponenata, dok je za ostale tkanine povoljnije uzeti samo pet komponenta za računanje vlačne čvrstoće.

5. Zaključak

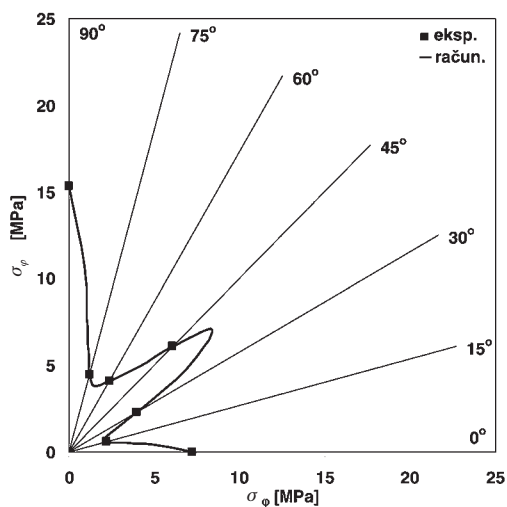
Računska vlačna čvrstoća anizotropnih tkanina može se aproksimirati harmonijskim izrazom, a točnost aproksimacije se može poboljšati s povećavanjem broja harmonijskih komponenta u izrazu, tj. kriteriju za određivanje vlačne čvrstoće. Prvi konstantni harmonijski koeficijent odgovara vlačnoj čvrstoći tkanine na razini izotropnog materijala. Prve dvije komponente nižeg reda prikazuju eliptičan oblik krivulje vlačne čvrstoće koja još podsjeća na obične



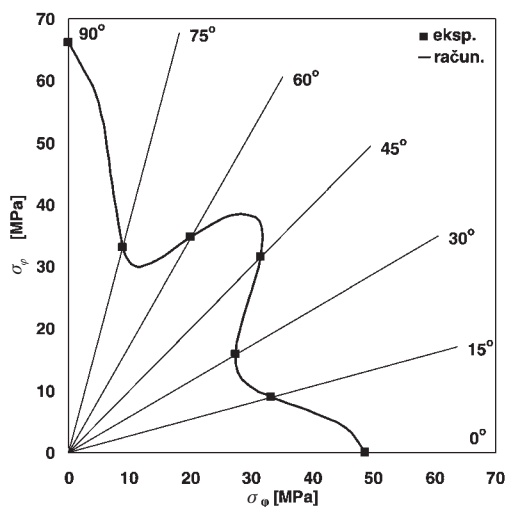
a) Pamučna tkanina



b) Vunena tkanina



c) Vuna/Lycra tkanina



d) PES tkanina

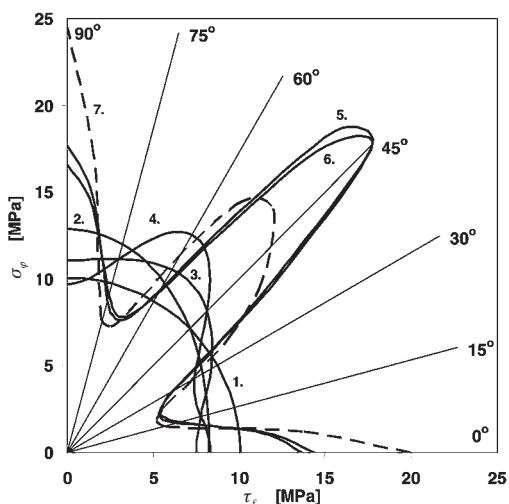
Sl.6 Polarni dijagrami vlačne čvrstoće tkanina σ_ϕ [MPa] dobiveni eksperimentalno i računski

Tab.6 Vrijednosti koeficijenta korelacije r

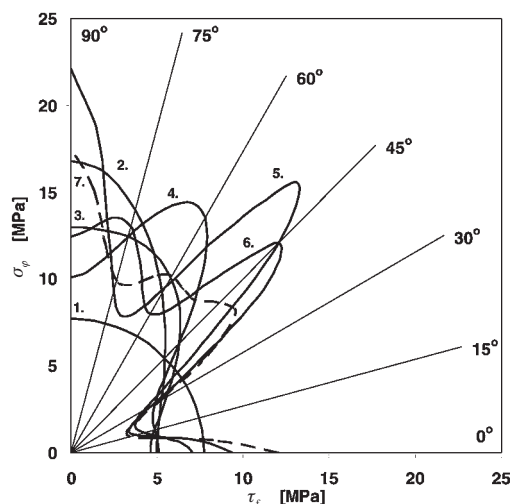
n komponenti	r			
	pamuk	vuna	vuna/Lycra	PES
1	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,287	0,701	0,443	0,358
3	0,279	0,711	0,351	0,478
4	0,229	0,551	0,446	0,396
5	0,807	0,826	0,886	0,927
6	0,798	0,827	0,806	0,988

Literatura:

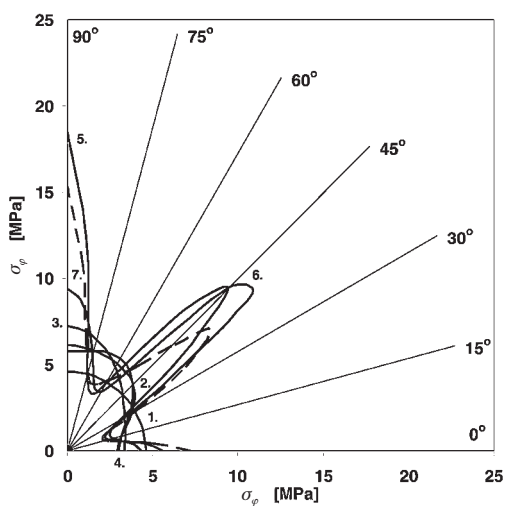
- [1] Penava Ž., D. Šimić: Analiza elastičnih konstanti tkanina za proizvoljno odabrane smjerove rastezanja, *Tekstil* 52 (2012.) 7-12, 169-179
- [2] Penava Ž., D. Šimić: Analysis of Different Weaves Impact on Apparent Elasticity Constants of Woven Fabrics, *Book of Proceedings*



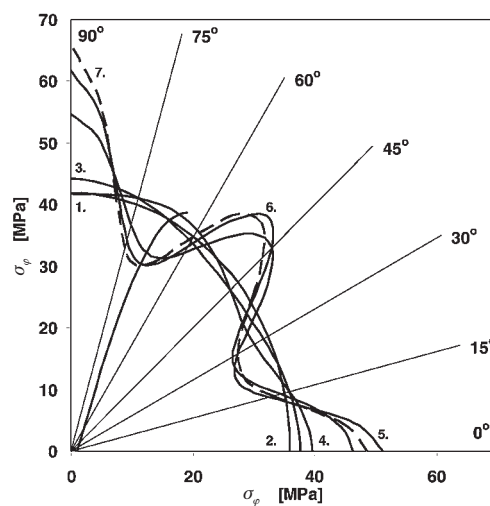
a) Pamučna tkanina



b) Vunena tkanina



c) Vuna/Lycra tkanina



d) PES tkanina

Sl.7 Dijagram vlačne čvrstoće tkanine obzirom na broj harmonijskih komponentata

krute anizotropne materijale. Za određivanje vlačne čvrstoće tkanina u izrazu su potrebne komponente višeg reda da bi se prikazale nepravilnosti tkanine. Utvrđeno je da je najmanji potreban broj komponentata

pet, koji s dovoljnom točnošću daju vrijednost vlačne čvrstoće s doprinosom svih sedam komponentata. Najveću vlačnu čvrstoću tkanine imaju u smjeru osnove.

of the 6th International Textile, Clothing & Design Conference-Magic World of Textiles, Dubrovnik, Croatia, 7-10 October, 2012, 555-560, ISSN: 1847-7275

- [3] Penava Ž. i sur.: Određivanje elastičnih konstanti za tkaninu u keper vezu, Zbornik radova 6. znanstveno-stručno savjetovanje Tekstilna znanost i gospodarstvo, Zagreb, Hrvatska, 24. siječnja 2013, 85-90, ISSN 1847-2877
- [4] Azzi V. D., S.W. Tsai: Anisotropic Strength of Composites, *Experimental Mechanics*, 5 (1965) 9, 283-288
- [5] Hoffman O.: The Brittle Strength of Orthotropic Materials, *Journal of Composite Materials*, 1 (1967) 4, 200-206
- [6] Pipes R.B., B.W. Cole: On the Off-axis Strength Test for Anisotropic Materials, *Journal of Composite Materials* 7 (1973) 2, 246-256
- [7] Kovar R., B.S. Gupta: Study of the Anisotropic Nature of the Rupture Properties of a Plain Woven Fabric, *Textile Research Journal* 79 (2009) 6, 506-516
- [8] Kilby W.F.: Planar Stress-Strain Relationship in Woven Fabrics, *Journal of Textile Institute* 54 (1963) 1, T9-T27
- [9] Lekhnitskii S.G.: *Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body*, Mir Publishers, Moscow, 1981
- [10] Zouari R. et al.: Experimental and numerical analyses of fabric off-axes tensile test, *The Journal of The Textile Institute* 101 (2010) 1, 58-68
- [11] Hankinson R. L.: Investigation of crushing strength of spruce at varying angles of grain, *Air Service Information Circular No. 259*, U.S. Air Service. (1921)
- [12] Liu J.Y.: Evaluation of the Tensor Polynomial Strength Theory for Wood, *Journal of Composite Materials* 18 (1984) 3, 216-226
- [13] Norris C. B.: *Strength of Orthotropic Materials Subjected to Combined Stress*, report no. 1816, USDA Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison, WI, 1950.
- [14] Herman K.: *Teorija elastičnosti i plastičnosti*, Element, Zagreb, 2008., ISBN: 978-953-197-682-4
- [15] Pan N., Yoon M-Y.: Structural Anisotropy, Failure Criterion, and Shear Strength of Woven Fabrics, *Textile Research Journal* 66 (1996) 4, 238-244
- [16] Tsai S. W., E.M. Wu: A general theory of strength for anisotropic materials, *Journal of Composite Materials* 5 (1971) 1, 58-80
- [17] Wu E.M.: Optimal experimental measurements of anisotropic failure tensors, *Journal of Composite Materials* 6 (1972.) 4, 472-489
- [18] Wu R.Y., Z. Stachurski: Evaluation of the Normal Stress Interaction Parameter in the Tensor Polynomial Strength Theory for Anisotropy Materials, *Journal of Composite Materials* 18 (1984) 5, 456-463
- [19] Hill R. A: *Theory of Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals*, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 193 (1948.) 1033, 281-297
- [20] Theocaris P.S., T.P. Philippidis: Extreme Properties of the Failure Function in Initially Anisotropic Elastic Solids, *International Journal of Fracture* 41 (1989) 1, R9-R13
- [21] Novais-Ferreira H., M.G. Quaresma: Anisotropy of Mechanical Properties of Geotextiles, 3rd International Conference on Geotextiles, Vienna, Austria, 1986.
- [22] Cheng S., Tan S.C.: Failure Criteria for Fibrous Anisotropic Materials, *Journal of Materials in Civil Engineering* 5 (1993) 2, 198-211

SUMMARY**Prediction criterion of fabric tensile strength in arbitrary directions***Ž. Penava, D. Šimić Penava¹, Ž. Knezić*

Determination of mechanical properties and predicting the behavior of woven fabrics during the manufacturing process and finally in the use is an important part of textile science. Depending on the direction of the tensile force, tensile strength of the fabric changes due to its anisotropic properties. Prediction of fabric tensile strength in various directions of the force becomes very important factor not only in the implementation but also in analytical studies. This paper investigates and analyzes Cheng-Tan strength calculation criterion or failure criterion for woven fabrics. Based on the experimental results, Cheng-Tan investigated the dependence of tensile strength on the direction of the tensile force. They used a harmonic cosine series to calculate the off-axial tensile strength of an anisotropic woven fabric at any direction. In this paper values of breaking tensile forces are determined experimentally in laboratory for four types of fabric (cotton, wool, wool + lycra and PES) and in seven different directions (angles of 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°). Using these experimentally obtained values and using the Cheng-Tan strength criterion, the theoretical fabric tensile strength for an arbitrarily chosen direction are calculated. A harmonic expression is then adopted to approximate the experimental results so that this tensile strength anisotropy of woven fabric can be expressed analytically. Cheng-Tan strength criterion has the ability to predict the fabrics tensile strength with high accuracy.

Key words: woven fabric, breaking tensile force, tensile strength, Cheng-Tan strength criterion, harmonic expression

University of Zagreb, Faculty of Textile Technology

¹*University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering*

Zagreb, Croatia

e-mail: zeljko.penava@ttf.hr

Received, January 10, 2014

Vorhersagekriterium für die Reißfestigkeit von Geweben in beliebigen Richtungen

Bestimmung von mechanischen Eigenschaften und der Vorhersage des Verhaltens von Geweben während des Herstellungsverfahrens und schließlich bei ihrer Verwendung ist ein wichtiger Teil der Textilwissenschaft. Je nach der Richtung der Zugkraft wird die Zugfestigkeit des Gewebes aufgrund seiner anisotropen Eigenschaften verändert. Die Vorhersage der Zugfestigkeit in bestimmten Richtungen der Kraftwirkung ist ein sehr wichtiger Faktor, nicht nur bei der Anwendung, sondern auch in analytischen Untersuchungen. Dieser Artikel analysiert das Cheng-Tan-Kriterium der Festigkeitsberechnung bzw. des Versagekriteriums von Geweben. Basierend auf den experimentellen Ergebnissen untersuchten Cheng Tan die Abhängigkeit der Zugfestigkeit von der Richtung der Zugkraft. Sie verwendeten die harmonische Kosinusreihe, um die Zugfestigkeit der anisotropen Textilien in einer beliebigen Richtung zu berechnen. In dieser Arbeit wurden Zugkraftgrößen für vier Arten von Geweben aus Baumwolle, Wolle, Wollfaser+Lycra und PES experimentell im Labor und in sieben verschiedenen Richtungen (Winkel von 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°) ermittelt. Mittels dieser experimentellen Werte und unter Verwendung des Cheng Tan Festigkeitskriteriums wurden dann Zugfestigkeiten von Geweben für beliebig ausgewählte Richtungen berechnet. Es ist nachgewiesen worden, dass mit dem Begriff harmonischer Ausdruck experimentelle Ergebnisse approximiert werden, so dass Zugfestigkeit wegen der Gewebeanisotropie auch analytisch ausgedrückt werden kann. Cheng-Tan-Festigkeitskriterium besitzt die Fähigkeit, die Zugfestigkeit des Gewebes mit hoher Genauigkeit vorherzusagen.