

UDK 528.331:528.021.4:528.232.2:528.28:528.063
Pregledni znanstveni članak

Osnovni geodetski radovi prilikom uspostave pulskog bazisa i određivanja njegove duljine

Danijel ŠUGAR, Mladen ZRINJSKI – Zagreb¹,
Milan REZO – Varaždin²

SAŽETAK. U sklopu uspostave astronomsko-geodetske triangulacije na području bivše Jugoslavije 50-ih godina 20. stoljeća, od ukupno 19 bazisa u cijeloj mreži, 5 ih se nalazi na području Republike Hrvatske (Okučani, Osijek, Pula, Zagreb, Udbina). Posljednji među njima uspostavljen je pulski bazis 1959. godine. U uvodnom dijelu rada razmatra se tadašnje stanje trigonometrijske mreže I. reda te potreba njezina osuvremenjivanja, dok se u nastavku rada daje prikaz terenskih aktivnosti na uspostavi, izmjeri i računanju potrebnih korekcija i redukcija kako bi se dobila duljina pulskog bazisa na referentnom elipsoidu. Krajnji cilj uspostave bazisa i njihovih mjerenja bio je postizanje homogenoga linearnog mjerila trigonometrijske mreže na čitavom području njezina pokrivanja. Mjerenja su obavile terenske ekipe iz Vojnogeoografskog instituta u Beogradu primjenom Jäderinova bazisnog pribora. Osim prikaza potrebnih korekcija i redukcija pri računanju pulskog bazisa, dana je i procjena njihovih numeričkih vrijednosti. Izloženi su kriteriji ocjene točnosti mjerenja bazisa te posebno računanje slučajnih i sustavnih pogrešaka. Iako je koncept uspostave trigonometrijske mreže I. reda istisnut primjenom elektrooptičkih daljinomjera, a danas posebice GNSS-a, vrijedno je istaknuti postupke i napore koji su poduzimani radi uspostave ispravnih metričkih odnosa na našem teritoriju.

Ključne riječi: pulski bazis, invarne žice, Jäderinov bazisni pribor, trigonometrijska mreža, linearno mjerilo.

1. Uvod

Svrha je ovoga rada dati prikaz uspostave, izvedbe terenskih mjerenja kao i računanja potrebnih redukcija i korekcija kako bi se odredila duljina pulskog bazisa na referentnom elipsoidu. Pritom se ujedno u ovome radu ukazuje na pogrešne numeričke vrijednosti uočene u literaturi. Općenito, na osnovi duljine direktno

¹ dr. sc. Danijel Šugar, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Croatia, e-mail: dsugar@geof.hr,

doc. dr. sc. Mladen Zrinjski, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Croatia, e-mail: mzrinjski@geof.hr,

² doc. dr. sc. Milan Rezo, Geotehnički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Hallerova aleja 7, HR-42000 Varaždin, Croatia, e-mail: mrezo@gfv.hr.

mjerenog bazisa, pomoću pripadajuće bazisne mreže posredno je određena duljina tzv. izlazne stranice triangulacije. To je redovito bila stranica trokuta između dviju točaka trigonometrijske mreže I. reda čime se osiguravalo linearno mjerilo mreže na čitavom području njezina pokrivanja. S obzirom na to da je riječ o mjernim metodama i postupcima s visokim zahtjevima točnosti iz domene osnovnih geodetskih radova koji se danas više ne primjenjuju, zanimljivo je sagledati aktivnosti koje su naši prethodnici poduzimali kako bi se postigle točnosti koje se danas premašuju primjenom elektrooptičkih daljinomjera i GNSS-a pri određivanju duljina.

2. Trigonometrijska mreža I. reda

Po svojoj definiciji trigonometrijska ili triangulacijska mreža je geodetska mreža formirana od trokuta ili lanaca trokuta u kojima su mjereni pravci (kutovi), a razvija se radi uspostave geodetske osnove te nastavno, izmjere nekog područja. Da bi se odredilo linearno mjerilo takve mreže potrebno je odrediti duljinu barem jedne stranice. Sukladno načelu uspostave geodetskih mreža „iz velikog u malo“ i hijerarhijske podjele trigonometrijskih mreža na redove od I. do IV., najprije su razvijane mreže višeg reda, a zatim su unutar toga reda razvijane mreže nižeg reda. Kako su uobičajeno duljine stranica u trigonometrijskoj mreži I. reda preko 20 km (prosječno 30 km), takve se stranice nisu mogle direktno mjeriti, već se na terenu (fizičkoj površini Zemlje) uspostavljala pogodna dužina (bazis, osnovica) koja se mogla direktno mjeriti. Na osnovi direktno mjerene duljine bazisa, a preko razvijene pripadajuće bazisne mreže, određivana je duljina tzv. izlazne stranice bazisne mreže ili jednostavnije, izlazne stranice triangulacije. Općenito, trigonometrijske mreže I. reda na nekom području razvijale su se u obliku lanca trokuta (negdje su formirani lanci geodetskih četverokuta ili lanci dvostrukih trokuta) uzduž meridijana i paralela, ili se pak cijeli državni teritorij pokrivaio neprekidnom mrežom točaka – površinskom triangulacijom (Muminagić 1981, Macarol 1985). Upravo je takva bila trigonometrijska mreža I. reda na području bivše Jugoslavije.

Osnovu za postavljanje i određivanje trigonometrijske mreže I. reda na području bivše Jugoslavije, pa tako i na području današnje Republike Hrvatske, činila je austrougarska triangulacija prvoga reda koju je bečki Vojnogeografski institut (*K. u. K. Militärgeographischen Institutes*) razvio u drugoj polovini 19. stoljeća na području pod svojom nadležnošću (područje Hrvatske, Slovenije, Vojvodine, Bosne i Hercegovine, primorski dio Crne Gore). Geodetske koordinate trigonometrijskih točaka objavljene su u katalogu *Die Ergebnisse der Triangulierungen des K. u. K. Militärgeographischen Institutes*, izdanom u Beču 1901. i 1902. godine (Peterca i Čolović 1987). Za fundamentalnu točku izabrana je točka *Hermannskogel* kod Beča, a mreža je orijentirana na osnovi azimuta prema austrijskoj točki *Hundsheimer Berg*, koja se nalazi zapadno od Bratislave. Mreža na području bivše Jugoslavije razvijana je 50-ak godina, tj. od 1900. do 1949. U razdoblju nakon Drugoga svjetskog rata (od 1946. do 1949.) obavljani su završni radovi na njezinoj uspostavi. Tako je trigonometrijska mreža I. reda završena na području Slavonije, prerađena na cijelom primorskom dijelu te je proširena na područje zapadne Slovenije i zapadne Hrvatske, na kojem je postojala prethodna austrougarska mreža I. reda. Nakon ispitivanja kvalitete kutnih mjerenja zaključeno je da gotovo svi trokuti pokazuju nesuglasicu zatvaranja manju od 3'', zbog čega je odlučeno da nije

potrebno obaviti nova mjerenja već da se mreža izjednači pomoću postojećih mjerenja te nastavno priključi tadašnjoj mreži I. reda (točke u zaleđu hrvatskog primorja). Međutim, prilikom terenskih mjerenja na razvijanju trigonometrijskih mreža II. i III. reda na području Istre i hrvatskog primorja tijekom 1947. godine, utvrđeno je da pojedine trigonometrijske točke prvoga reda nisu identične starim austrougarskim točkama. Zbog toga je u primorskom dijelu Hrvatske od Istre do otoka Lastova 1948. godine obnovljena trigonometrijska mreža prvoga reda. Izjednačenjem tog dijela trigonometrijske mreže I. reda i računanjem koordinata novoodređenih točaka, završena je dugogodišnja uspostava trigonometrijske mreže I. reda bivše Jugoslavije (Peterca i Čolović 1987, Delčev i dr. 2014). Stabilizacije tih trigonometrijskih točaka I. reda zajedno s pripadajućim koordinatama predstavljaju osnovu onoga što nazivamo *Hrvatskim državnim koordinatnim sustavom* (HDKS).

3. Uspostava astronomsko-geodetske mreže

Već po završetku uspostave trigonometrijske mreže I. reda, istraživanja su pokazala da mreža ima znatne nedostatke, koji se mogu sažeti u sljedećem (Peterca i Čolović 1987): nedostaci u unutarnjoj točnosti i homogenosti, pogrešan smještaj na referentnom elipsoidu te pogrešna orijentacija u prostoru. Od početka uspostave trigonometrijske mreže I. reda mijenjale su se metode mjerenja, instrumentarij i njihova točnost, načini signalizacije točaka te načini obrade mjerenja, što je sve rezultiralo neujednačenim mjerilom i heterogenom položajnom točnošću mreže. Postignuti rezultati kutnih mjerenja u mreži nisu bili u skladu s tada važećim međunarodnim kriterijima (Peterca i Čolović 1987). Naime, sukladno preporukama kongresa IUGG-a (*International Union of Geodesy and Geophysics*) održanom u Stockholmu 1930. godine, trigonometrijska mreža I. reda treba osigurati da prosječna nesuglasica zatvaranja trokuta ne bude veća od 1", s time da se može tolerirati samo mali broj trokuta s maksimalnom nesuglasicom od 3". Mjerilo trigonometrijske mreže I. reda, čija je uspostava dovršena 1949. godine, temeljilo se na mjerenjima 14 bazisa i pripadajućih bazisnih mreža. Takva mjerenja koja su obavljena u različitim vremenskim razdobljima te korištenje različite mjerne opreme, rezultirali su različitim točnostima mjerenja bazisa, a često je nedovoljna točnost kutnih mjerenja u bazisnim mrežama uzrokom relativno niskih točnosti računski određenih izlaznih stranica triangulacije (ibid.). Osim nedovoljno točnih kutnih mjerenja, kao najveći nedostatak trigonometrijske mreže I. reda istaknut je pogrešan smještaj na elipsoidu te orijentacija u prostoru. Naime, oslanjanjem mreže na staru austrougarsku mrežu čija je fundamentalna točka *Hermannskogel* pogrešno određena (astronomska dužina λ dobivena je geodetskim prenošenjem s bečkog opservatorija), preuzete su i pogreške sadržane u koordinatama točaka koje su korištene kao zadane veličine. Ono što je tada već bilo poznato, a poslije i potvrđeno GPS mjerenjima (vidi npr. Bašić i Bačić 2000, Bašić 2009), jest da je trigonometrijska mreža I. reda na području Hrvatske pomaknuta od pravog položaja po geodetskoj dužini za $\Delta\lambda = \lambda_{\text{Bessel}_{1841}} - \lambda_{\text{GRS80}} \approx +17''$, a po geodetskoj širini za $\Delta\varphi = \varphi_{\text{Bessel}_{1841}} - \varphi_{\text{GRS80}} \approx +1''$. Zbog nehomogenosti mreže te razlike nisu konstantne veličine već su dane samo njihove prosječne vrijednosti. Dodatno, postojele su indicije da su azimuti pravaca u cijeloj mreži pogrešni za oko +7" (Peterca i Čolović 1987), što je potvrđeno prilikom uspostave *Hrvatske geomagnetske sekularne mreže* (HGSM), kada je utvrđena prosječna razlika azimuta $\Delta\alpha = \alpha_{\text{Bessel}_{1841}}$

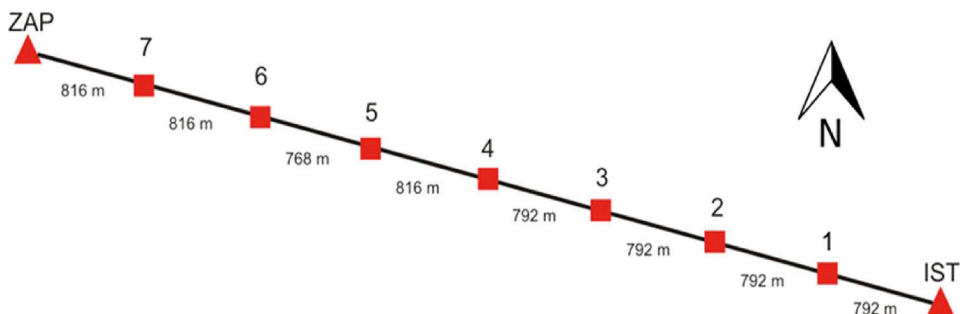
$- \alpha_{\text{GRS80}} = +8,7''$ (Šugar i dr. 2012a). Dodatno, na HGSM točki POKUpsko provedena su i astronomska mjerenja radi određivanja azimuta. Astronomski određen azimut pokazao je vrlo dobro slaganje s elipsoidnim (GRS80) azimutom određenim iz koordinata točaka dobivenih primjenom relativnoga statičkog GNSS opažanja i GPPS CROPOS-a. Usporedba azimuta na geomagnetskoj sekularnoj točki POKUpsko pokazala je razliku $\Delta\alpha = \alpha_{\text{Bessel 1841}} - \alpha_{\text{GRS80}} = +7,8''$ (Šugar i dr. 2012b), što je dodatna potvrda pogreške orijentacije trigonometrijske mreže I. reda.

Istovremeno sa završetkom uspostave trigonometrijske mreže I. reda počele su opsežne pripreme za početak radova na njezinu osuvremenjivanju i pretvaranju u astronomsko-geodetsku mrežu koja bi po svom položaju na referentnom elipsoidu bila točna, pravilno orijentirana, visoke unutarnje točnosti i konstantnog mjerila (Peterca i Čolović 1987). Tako je već 1948. godine započelo mjerenje potrebnog broja novih bazisa i određivanje dovoljnog broja *Laplaceovih* točaka. Kako bi se osiguralo mjerilo mreže, potrebno je bilo teritorij bivše Jugoslavije pokriti s 19 bazisa na prosječnoj međusobnoj udaljenosti od 145 km. Istraživanja su pokazala da je navedeni broj bazisa dovoljan da se u astronomsko-geodetskoj mreži osigura linearna točnost i ista održi u granicama tada važećih međunarodnih kriterija (ibid.). Zatim su 1953. godine ponovno izmjereni kutovi u trokutima mreže I. reda u kojima je pogreška zatvaranja bila veća od $3''$. Međutim, poslije je utvrđeno da se nova kutna mjerenja ne mogu usuglasiti sa starima pa je 1957. godine odlučeno da se pristupi sustavnoj obnovi stabilizacije trigonometrijskih točaka i kutnih mjerenja u cijeloj mreži sukladno jedinstvenoj metodologiji. Projektom je obuhvaćeno 327 točaka povezanih u 575 trokuta (tadašnja trigonometrijska mreža I. reda sastojala se od 341 točke međusobno povezane u 595 trokuta). U novu mrežu nisu uključene sve točke stare mreže, neke su raspoređene na pogodnijim lokacijama. Na taj je način mreža pojednostavnjena, poboljšana je oblik trokuta, eliminirane su neke dijagonalne veze u mreži i osigurano je da se oko svake neperiferne točke u mreži može formirati centralni geodetski sustav (Peterca i Čolović 1987).

Na realizaciji projektirane astronomsko-geodetske mreže radilo se intenzivno više od 20 godina. U planiranju radova, njihovoj organizaciji i terenskoj provedbi sudjelovali su tadašnja *Savezna geodetska uprava* (SGU) i *Geografski institut JNA*. Međutim, 1973. godine dolazi do ukidanja SGU-a te se poslovi iz njegove nadležnosti prebacuju na republičke, odnosno pokrajinske geodetske uprave (Peterca 1984, Peterca i Čolović 1987). Umjesto ukinutog SGU-a formiran je *Međurepubličko-pokrajinski kolegij za geodeziju*, koji je trebao nastaviti započete aktivnosti (Božićnik 1984). Nažalost, tada je došlo do prekida gotovo svih osnovnih geodetskih radova u bivšoj Jugoslaviji te je država ostala bez suvremene fundamentalne položajne osnove. Od ukupno 19 bazisa u astronomsko-geodetskoj mreži, 11 ih je bilo novoprojektirano. Pet (novoprojektiranih) bazisa nalazi se na području Republike Hrvatske, i to na lokacijama: Okučani, Osijek, Pula, Zagreb i Udbina. Duljine svih bazisa u rasponu su od 5,9 km do 9,1 km, prosječno 7,6 km. Izbor njihovih lokacija, stabilizaciju točaka kao i sama mjerenja obavile su terenske ekipe Geografskog instituta JNA u razdoblju od 1949. do 1959. godine (Peterca i Čolović 1987). Prema preporukama Međunarodne geodetske asocijacije (*International Association of Geodesy – IAG*), maksimalna srednja kvadratna relativna pogreška mjerenja bazisa može iznositi 1:1 000 000, a izlazne stranice bazisne mreže 1:400 000 (Muminagić 1981).

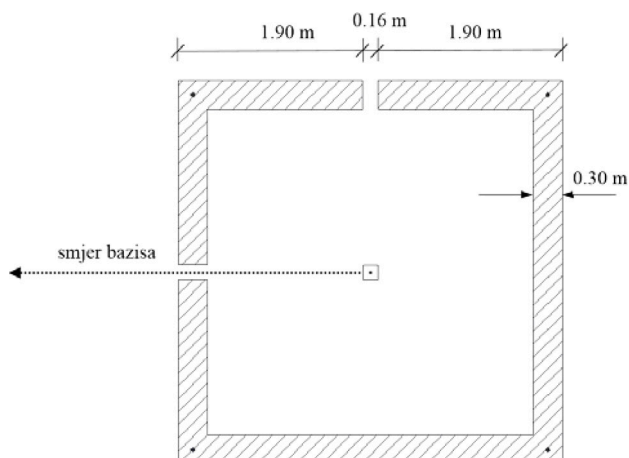
4. Pulski bazis

Od svih bazisa projektiranih u sklopu uspostave astronomsko-geodetske mreže, posljednji je uspostavljen onaj u blizini Pule. Terenski radovi na uspostavi pulskoga bazisa obavljani su 1958. godine, a sama mjerenja 1959. godine. Mjerenju bazisa prethodila je stabilizacija podzemnih i nadzemnih centara krajnjih točaka bazisa, podjela bazisa na sekcije te stabilizacija sekcijskih stupova.



Slika 1. Pulski bazis s krajnjim točkama (IST i ZAP), sekcijskim stupovima (1–7) te naznačenim duljinama sekcija.

Prilikom projektiranja bazisa vodilo se računa o tome da duljina sekcija bude djeljiva s 24 (duljina žica) te da visinska razlika između raspona bude što manja (Peterca i Čolović 1987). Bazis u duljini od približno 6384 m pruža se od istočne točke (IST) koja se nalazi južno od mjesta Šišan do zapadne točke (ZAP) koja se nalazi južno od vrha brežuljka na području zvanom Monte Manjo (tal. *Monte Magno*) (slika 1). Cijela je duljina bazisa podijeljena na 8 sekcija, čiji su krajevi stabilizirani masivnim betonskim stupovima tlocrtnih dimenzija 40×40 cm i visine približno 1 m. Uobičajeno je podzemni dio stabilizacije bio širi, a dubina približna visini nadzemnog dijela (Radošević 1958). Stabilizacije sekcijskih stupova izrađivane su na licu mjesta, tj. *in situ*. Na gornjoj površini stabilizacijskih stupova ubetonirani su mesingani profili na kojima su bile urezane dvije crtice (jedna u smjeru pružanja bazisa, druga okomita na taj smjer), koje su predstavljale indekse za čitanje duljina. Krajnje točke bazisa stabilizirane su sukladno načinu koji je uveo pruski geodet *Dittrich* 1932. godine (Radošević 1958, Stefanović 1958). Taj je način prihvaćen i u tadašnjoj Jugoslaviji pa su svi bazisi u sklopu uspostave astronomsko-geodetske mreže stabilizirani upravo na taj način. Više o tom načinu stabilizacije može se pronaći primjerice u Čubranić (1974) i Muminagić (1981). Kao nadzemna oznaka krajnjih točaka bazisa korištena je granitna stabilizacija tlocrtnih dimenzija 15×15 cm. Oko tog centra podignuta je betonska ograda oblika kvadrata duljine stranice 3,96 m, visine i debljine zida oko 30 cm. U uglovima zida stabilizirane su bolcne koje predstavljaju bočna osiguranja. U smjeru pružanja bazisa kao i u smjeru okomitom na taj smjer, u zidu postoje prorezi širine 16 cm koji su vjerojatno služili za spuštanje vertikale sa signala na podzemni centar točke, što je obavljano pomoću teodolita. Prikaz tlocrta stabilizacije istočne točke pulskog bazisa (IST) s dimenzijama zaštitnog zida i točkama bočnih osiguranja dan je na slici 2.



Slika 2. Nadzemna stabilizacija istočne točke bazisa.



Slika 3. Podzemna stabilizacija istočne točke bazisa (Černe 2014).

Zbog uništene nadzemne stabilizacije istočne točke bazisa, koja je ujedno i trigonometrijska točka drugoga reda (TT 280), na jesen 1989. godine djelatnici tvrtke Geoservis d. o. o. iz Pule pokušali su doći do podzemnog centra. Budući da je podzemni centar bio zaštićen betonskom pločom, ona je morala biti razbijena kako bi se došlo do stabilizacije samoga podzemnog centra (slika 3). Mjerenjima je utvrđeno da se podzemni centar nalazi točno u presjeku dijagonala između bočnih osiguranja. Nakon sanacije podzemnog centra, u vertikali iznad njega postavljena je nadzemna stabilizacija u obliku kvadra $15 \times 15 \times 60$ cm od kamena kirmenjaka s mesinganom bolcnom (Černe 2014). Poslije je istočna točka pulskog bazisa uključena u tzv. 10-km GPS mrežu Republike Hrvatske. Zapadna točka pulskog bazisa stabilizirana je na isti način, međutim točka je zbog urbanizacije i izgradnje obiteljskih kuća uništena, što je i utvrđeno tijekom rekognosciranja točaka pulskog bazisa 2001. godine. Točke pulskog bazisa rekognoscirane su ponovno na proljeće 2010. godine, a fotografije tada postojećih, ali i onih prije uništenih stabilizacija

točaka objavljene su u Šugar i dr. (2013). Na slici 1 vidljivo je da duljine sekcija pulskoga bazisa iznose 768 m, 792 m, odnosno 816 m, što su sve višekratnici 24 m koliko iznosi duljina invarne žice. Duljina sekcije je takva da odgovara dnevnom učinku terenske ekipe. Sagledavanjem duljina pojedinih sekcija pulskoga bazisa, dolazi se do zaključka da se svaka sekcija sastojala od 32, 33, odnosno 34 raspona. Na fotografijama sekcijских stupova br. 1 i br. 2 pulskoga bazisa (Šugar i dr. 2013) vidljivi su mesingani reperi kojima su materijalizirani krajevi druge sekcije. Bazisi najbliži pulskom bazisu navedeni su kako slijedi: radovljički (Slovenija) se nalazi na udaljenosti 150 km, zagrebački na 180 km, dok se udbinski nalazi na udaljenosti 159 km (Radošević 1958).

4.1. Pregled terenskih aktivnosti pri uspostavi i izmjeri bazisa

Zbog jednostavnosti izvedbe terenskih mjerenja bazisa, njegova se duljina podijeli na tzv. sekcije čije su duljine višekratnici broja 24. To je u skladu s preporukom *IUGG*-a, po kojoj se bazisi (ako je to moguće) mjere bez ostatka. Točke bazisa iskolčene su u pravcu. Nad centrima krajnjih točaka bazisa podignute su dvojne piramide sa stolom za teodolit i vizurnim ciljem. Visine piramida na krajevima bazisa trebale su osigurati da vizura bude barem 8 metara iznad terena. Teodolitom centriranim na stoliću dovođeni su u pravac bazisa centri križića na mesinganim reperima koji su ugrađivani u gornje površine sekcijских stupova. Promjer tih repera je takav da omogućuje prisilno centriranje teodolita na njima. Jednom kada su definirane krajnje točke sekcija, pristupalo se podjeli sekcije na raspone. Sa sekcijских stupova utjerivani su u pravac čavli koji su zabijani u vrhove drvenih kolaca na krajevima samih raspona, a iznad kolaca su postavljeni stativi s reperima. Teodolit se centrirao na jednom sekcijском stupu, a na susjedni sekcijский stup postavljao se signal za viziranje. Nakon viziranja signala, postupno su dovođeni u pravac reperi na stativima, počevši od najdaljeg i krećući se prema instrumentu. Dovođenje u pravac (aliniranje) repera na stativima izvodilo se viziranjem na iglu, koja se često nije vidjela na većim udaljenostima. Zbog toga se svaki šesti do deseti stativ (tj. udaljenosti 144 m do 240 m) postavljao kao onaj za teodolit pa se reper i teodolit mogu po potrebi izmjenjivati na glavi stativa. Aliniranje repera na sekcijским stupovima izvedeno je pomoću teodolita Wild T3, dok je aliniranje repera na rasponima obavljeno optičkim teodolitom Zeiss Th2 (Peterca i Čolović 1987). Postupak iskolčenja raspona, dovođenje u pravac stativa s reperima kao i postupak mjerenja duljine bazisa detaljno su opisani primjerice u Svečnikov (1953), Čubranić (1974), Muminagić (1981) te Peterca i Čolović (1987).

Terenska ekipa za mjerenja bazisa sastojala se od oko 25 članova, raspoređenih u tri grupe: grupa za aliniranje (1 geodet i 2 vojnika), grupa za mjerenje žicama (4–5 geodeta i oko 13 vojnika) i grupa za niveliranje (1 geodet i 2 vojnika). Osim 1–2 kompleta invarnih žica (komplet se sastoji od tri invarne žice namotane na bubanj promjera 50 cm, koji se radi transporta i čuvanja nalazi u drvenom sanduku), za terenska mjerenja korišten je *Jäderinov bazisni pribor*, koji se sastojao: od stativa s reperima na koje su vješane invarne žice i na kojima se obavljalo očitavanje na skalama, pribora za centriranje, para blok-stativa s utezima mase 10 kg za zatezanje žica, preciznog nivelira i kratke invarne letve duljine 1 m s dvostrukom podjelom za precizno određivanje visinskih razlika između repera na stativima, od optičkog teodolita za aliniranje, suncobrana za zaštitu od direktnih Sunčevih

zraka, termometra za mjerenje temperature zraka, aneroida za mjerenje tlaka zraka te malog prijenosnog anemometra za mjerenje smjera i brzine vjetra.

Uobičajeno je dnevno mjerena jedna sekcija u jednome smjeru, a istovremeno su duljine mjerene pomoću tri žice, tj. pomoću jednoga kompleta. Dakle, mjerenje duljina po sekcijama preko prijenosnih stativa s reperima obavljano je s tri žice u jednom i drugom smjeru (Stefanović 1958). Položaj žica u odnosu na smjer mjerenja bio je takav da je podjela na skalama rasla u smjeru mjerenja. Na svakom je rasponu mjerena temperatura zraka pomoću običnog termometra s podjelom na skali od 0,5 °C, tlak zraka mjereno je aneroidom, dok su smjer i brzina vjetra kontrolirani pomoću malog prijenosnog anemometra.

4.2. Invarne žice korištene pri mjerenju pulskog bazisa

Pri mjerenju pulskog bazisa korištena su dva kompleta invarnih žica, tj. kompleti iz dvije različite serije proizvodnje: starije *Carpentier* i novije *Secretan* (Radošević 1958, Stefanović 1958). Podaci o korištenim žicama pri mjerenju pulskog bazisa dani su u tablici 1.

Tablica 1. Podaci o žicama korištenima za mjerenje pulskog bazisa (Peterca i Čolović 1987).

Komplet	Žice	Proizvođač	Vlasnik kompleta
1	S50, S51, S53	Secretan, Pariz	Savezna geodetska uprava
3	676, 679, 680	Carpentier, Pariz	Geodetski zavod Građevinskog fakulteta, Beograd

Oba kompleta invarnih žica komparirana (umjerena) su u Međunarodnom uredu za utege i mjere (fr. *Bureau International des Poids et Mesures – BIPM*) u Sèvresu kraj Pariza. Kao rezultat komparacije izdani su certifikati kojima su dane duljine tetiva lančanica žica obostrano zategnutih utezima mase 10 kg. U certifikatu su dani i srednji temperaturni koeficijenti istežanja a_m (Svečnikov 1953). Prilikom komparacije korišteni su isti oni utezi kao i pri mjerenju na terenu. Podaci o certifikatima invarnih žica sadržanih u kompletima 1 i 3 dani su u tablici 2.

Tablica 2. Podaci o certifikatima invarnih žica korištenih za izmjeru pulskog bazisa (podaci su dani u mm) (Peterca i Čolović 1987).

Datum certifikata	Komplet žica 1			Komplet žica 3		
	S50	S51	S53	676	679	680
7.3.1958.	-0,01	+0,35	+1,21	+0,33	+0,71	-0,19
26.2.1959.	-0,03	+0,37	+1,19	+0,34	+0,73	-0,17
19.10.1960.	-0,03	+0,39	+1,25	+0,32	+0,75	+0,13

U tablici 2 dane su vrijednosti izražene u mm koje treba dodati vrijednostima 24 m kako bi se dobile duljine tetiva lančanica invarnih žica obostrano zategnutih utezima mase 10 kg pri temperaturi 15 °C. S na to obzirom da su mjerenja pulskog bazisa provedena u razdoblju od kolovoza do listopada 1959. godine, računanja duljine bazisa izvedena su s vrijednostima (nominalnim duljinama tetiva) određenima dana 26. 2. 1959. Iz vrijednosti u tablici 2 primjetna je stabilnost nominalnih vrijednosti duljina tetiva invarnih žica, s izraženijim odstupanjem za žicu broj 680 iz kompleta 3.

Duljine tetiva žica iz kompleta 1 i 3 kontrolirane su na kontrolnoj geodetskoj osnovici (KGO) u Batajnici (vojna zračna luka) (Peterca i Čolović 1987), duljina koje je bila približno 960 m, što odgovara duljini 40 raspona. Krajnji je cilj tih mjerenja bio taj da se što točnije odredi duljina KGO-a koja bi služila kao jedinica mjere ostalih bazisa, tj. da se iz rezultata mjerenja u što većoj mjeri eliminiraju sustavne pogreške i time bazisi svedu na jedinstveno mjerilo. Mjerenja na KGO-u u pravilu su se izvodila nakon mjerenja pojedinog bazisa, nakon čega je slijedila komparacija u BIPM-u. Dinamika kontrolnih mjerenja na KGO-u, mjerenje pulskog bazisa te komparacije invarnih žica u Sèvresu prikazani su kako slijedi: komparacija u BIPM-u (veljača 1959.), mjerenje na KGO-u (srpanj 1959.), mjerenje pulskog bazisa (od kolovoza do listopada 1959.), mjerenje na KGO-u (studeni 1959.) te komparacija u BIPM-u (listopad 1960.). Općenito, nastojalo se očuvati vremensko razdoblje od godine dana između dviju uzastopnih komparacija u Sèvresu. Osim toga, pomoću kompleta žica prije i nakon mjerenja bazisa, tj. prije i nakon komparacije u Sèvresu, obavljano je redovito mjerenje KGO-a u Batajnici.

4.3. Korekcije i redukcije pri mjerenju bazisa invarnim žicama

Jäderinov bazisni pribor sastoji se ponajprije od invarnih žica duljine 24 m na čijim se krajevima nalaze skale duljine 8 cm s milimetarskom podjelom. Očitavanje na skalama obavlja se na milimetar, a procjenjuje se desetinka milimetra. Kako je cilj svih aktivnosti prilikom izmjere bazisa doći do pouzdane duljine geodetske linije na referentnom elipsoidu, treba upotrebljavati ispravan mjerni instrumentarij i opremu te na veličinu dobivenu mjerenjem primijeniti sve potrebne korekcije i redukcije.

Invar (*engl. invariable* – nepromjenljiv) je legura koja se sastoji od 64% čelika (Fe) i 36% nikla (Ni) te ima jako mali temperaturni koeficijent istežanja ($\alpha = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^\circ\text{C}$). Osim dva osnovna sastojka, invar sadrži i vrlo male količine kroma (Cr), ugljika (C), mangana (Mn), silicija (Si), volframa (W) i vanadija (V). Svi oni daju invaru određena poželjna svojstva, a njihov udio u leguri iznosi oko 0,5%. Do otkrića invara 1897. godine došli su *René Benoit* i *Charles Edouard Guillaume* iz BIPM-a (Svečnikov 1953, Muminagić 1981, Benčić 1990, Benčić i Solarić 2008). Karakteristike su te legure: ne oksidira, lako se polira (važno zbog ucrtavanja crtica), ima veliki modul elastičnosti, međutim pokazuje i nedostatke poput molekularne nestabilnosti (s vremenom i nakon udara) te vremenske promjenljivosti temperaturnoga koeficijenta istežanja. Zbog tih nedostataka, duljine žica s vremenom se povećavaju, međutim nedostaci s vremenom postaju manji zbog čega se invar podvrgava prirodnom i umjetnom starenju (posebna mehaničko-termalna obrada) radi postizanja molekularne stabilnosti (Muminagić 1981). Zbog navedenih nedostataka, ali i promjena duljina uzrokovanih drugim čimbenicima, potrebno je provoditi redovitu komparaciju invarnih žica.

Žice upotrebljavane za mjerenje pulskog bazisa kružnog su presjeka, promjera 1,6–1,7 mm (prosječno 1,65 mm). Žice se spremaju, čuvaju i transportiraju namotane na bubanj promjera 50 cm koji se nalazi u drvenom sanduku. Na bubnju su namotane do 4 žice, što čini jedan mjerni komplet za mjerenje bazisa. Drveni sanduk s kompletom invarnih žica namotanima na metalni bubanj prikazan je na slici 4, dok je na slici 5 prikazana skala duljine 8 cm s milimetarskom podjelom prilikom očitavanja na reperu. Obje fotografije snimljene su u *Laboratoriju za mjerenja i mjernu tehniku Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu*.



Slika 4. Metalni bubanj u drvenoj kutiji za čuvanje i transport invarnih žica.



Slika 5. Skala duljine 8 cm s milimetarskom podjelom na reperu prilikom očitavanja.

Jedinična je masa invarne žice (masa duljine 1 m) $p = 0,01732$ kg/m, što za duljinu žice od 24 m iznosi 0,41568 kg. Teorijska osnova savitljive, nerastezljive i teške niti (tj. niti koja ima masu), a čiji se krajevi nalaze u horizontalnoj ravnini (pa je zbog toga tetiva takve krivulje horizontalna) i održavaju se u ravnoteži silama koje djeluju na njezinim krajevima, prikazana je primjerice u Svečnikov (1953), Čubranić (1974) i Muminagić (1981). Međutim, realna invarna žica čiji se krajevi nalaze u horizontalnoj ravnini i održavaju u ravnoteži primjenom sila savitljiva je, rastezljiva i teška. Svaki se realan materijal pod utjecajem sila rasteže sukladno *Hookeovu zakonu* (promjena duljine proporcionalna je duljini žice i sili zatezanja, a obrnuto proporcionalna površini poprečnog presjeka i modulu elastičnosti). Prilikom komparacije, kao i prilikom mjerenja na terenu, žice se na krajevima zatežu utezima mase 10 kg. Komparacijom se određuje duljina horizontalne tetive žice, tj. lančanice, a popravka zbog istezanja žice uračunata je u nominalnu duljinu tetive te se kao takva prikazuje u certifikatu. Certifikatom se daje duljina horizontalne tetive prikazana izrazom (Muminagić 1981):

$$l_0 = S_0 - \frac{p^2 S_0^3}{24P^2} + \frac{S_0 P}{\varepsilon q}, \quad (1)$$

gdje je l_0 duljina horizontalne tetive određena komparacijom, p je masa žice jedinične duljine, S_0 je duljina lančanice, P je sila zatezanja, ε je modul elastičnosti invara, dok je q površina poprečnog presjeka žice. Iz izraza (1) vidljivo je da se duljina žice, a samim time i njezine tetive, mijenja zbog promjene temperature (mijenja se S_0), rose i kiše (mijenja se p), trenja u kugličnim ležajevima kolotura (mijenja se P), razlike geodetskih širina mjesta komparacije i mjerenja bazisa, zbog čega dolazi do promjene ubrzanja sile teže (a samim time i promjene P). Kao i kod svih mjerenja, štetni se utjecaji eliminiraju provođenjem periodičnih komparacija žica, odgovarajućim metodama rada na terenu te uvođenjem korekcija i redukcija. U nastavku će se prikazati korekcije i redukcije koje se uvode kako bi se dobila ispravna duljina pulskog bazisa.

4.3.1. Korekcija zbog utjecaja temperature na duljinu žice

Duljina horizontalne tetive lančanice l_0 određena je komparacijom pri nekoj temperaturi t_0 . Mjerenja se obično provode na terenu pri temperaturi $t \neq t_0$. Popravka zbog razlike temperature ($t - t_0$) uvodi se izrazom (Muminagić 1981):

$$\Delta l = l_0(t - t_0) \cdot [\alpha + \beta(t - t_0)] = l_0 \alpha_m(t - t_0), \quad (2)$$

gdje je α temperaturni koeficijent istezanja invara (promjena duljine za jedinicu temperature), a β je temperaturni koeficijent promjene α (promjene temperaturnog utjecaja na jedinicu temperature). Ako razlika temperature ($t - t_0$) nije velika, tada se popravka zbog temperature računa pomoću srednjega koeficijenta α_m . Uzimajući u obzir vrijednosti toga koeficijenta za invar te vodeći računa o maksimalnoj relativnoj pogrešci određivanja duljine bazisa, dolazi se do točnosti određivanja temperature $\Delta t \leq 1,43$ °C (ibid.). Da bi žice ipak što bolje poprimile temperaturu okolnog zraka, a time se i točnije odredila njihova temperatura, potrebno ih je barem pola sata prije početka mjerenja razviti i objesiti na posebne stalke koji se obično postavljaju na početku sekcije koja će se mjeriti. Od mnogih faktora koji utječu na točnost mjerenja, presudan utjecaj imaju žice kojima se mjeri bazis.

Iznimno je važno da žice budu različitih serija izrade s različitim temperaturnim koeficijentima istezanja (Svečnikov 1953).

4.3.2. Korekcija zbog nesimetrije lančanice

Općenito, u terenskim uvjetima mjerenja krajevi žice ne nalaze se u istoj horizontalnoj ravnini, već se nalaze na visinskoj razlici Δh , zbog čega dolazi do nesimetrije lančanice. Kako je nagnuta tetiva lančanice uvijek dulja od njezine horizontalne projekcije, ova potonja se određuje sukladno izrazu (Muminagić 1981):

$$l = l_0 + \frac{p^2 S_0}{24P^2} \Delta h^2. \quad (3)$$

Prvi član u gornjem izrazu predstavlja duljinu horizontalne tetive (vrijednost iz certifikata o komparaciji žice), a drugi se član računa kao korekcija za svaki raspon na kojem poprima značajnu vrijednost. Za određenu invarnu žicu duljine 24 m faktor u drugom članu predstavlja konstantu $k = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$. Primjerice, ako se pretpostavi da je na svakom rasponu pulskog bazisa visinska razlika $\Delta h = 1 \text{ m}$, tada korekcija za svaki raspon iznosi $3 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 3 \text{ }\mu\text{m}$. Ta pojava predstavlja sustavni utjecaj te pod pretpostavkom da je visinska razlika na svakom rasponu pulskog bazisa $\Delta h = 1 \text{ m}$ (pulski se bazis sastoji od ukupno 266 raspona) to ukupno iznosi 0,8 mm. Zbog svog malog iznosa ta se korekcija ne uvodi za raspone na kojima je $\Delta h < 1 \text{ m}$. Najveća visinska razlika na pojedinom rasponu pulskog bazisa iznosila je $\Delta h_{\text{maks}} = 0,976 \text{ m}$ (Peterca i Čolović 1987).

4.3.3. Korekcija zbog nagiba tetive – svođenje na horizont niže točke

Ovdje je riječ o čisto geometrijskoj korekciji koja se uvodi kako bi se dobila horizontalna duljina, koja se jedino i upotrebljava poradi osiguranja mjerila triangulacije. Popravka za redukciju kose duljine tetive na horizont niže točke računa se po izrazu (Muminagić 1981):

$$\Delta l = -\frac{\Delta h^2}{2 \cdot l} - \frac{\Delta h^4}{8 \cdot l^3} + \frac{\Delta h^2}{2 \cdot l^2} (P - Z) = I + II + III, \quad (4)$$

gdje se l odnosi na duljinu nagnute tetive, Δh je visinska razlika raspona, a $(P - Z)$ je razlika očitavanja na skalama ($P =$ prednja, $Z =$ zadnja). Duljine raspona nisu uvijek jednake 24 m, već iznose:

$$l = l_0 + (P - Z), \quad (5)$$

a s obzirom na to da razlika $(P - Z)$ može maksimalno iznositi 6–7 cm, popravka zbog redukcije na horizont zbog visinske razlike $\Delta h = 1 \text{ m}$ poprima sljedeće vrijednosti: $I = -20,833 \text{ mm}$; $II = -0,009 \text{ mm}$; $III = +0,052 \text{ mm}$. Iz izraza (4) za redukciju na horizont jedne točke vidljivo je da je iznos redukcije funkcija visinske razlike Δh i duljine l . Kako se ne bi kompromitirala relativna točnost određivanja bazisa od 1:1 000 000, za mjerenje duljina žicama od 24 m visinske razlike na pojedinom rasponu trebaju se određivati s točnošću koja se računa po izrazu (Muminagić 1981):

$$dh = \frac{0,329}{\Delta h} \text{ mm} , \quad (6)$$

iz kojeg slijedi da točnost određivanja visinske razlike ovisi o samoj visinskoj razlici. Tako je visinsku razliku $\Delta h = 0,1$ m potrebno odrediti s točnošću $dh = \pm 3,3$ mm, dok je kod visinske razlike $\Delta h = 1$ m ta točnost $dh = \pm 0,3$ mm.

4.3.3.1. Niveliranje repera na stativima i krajnjim točkama bazisa

Niveliranje repera na stativima, tj. indeksa za očitavanje skala na invarnim žicama obavlja se po metodologiji, instrumentarijem i priborom za nivelman visoke točnosti. U tu se svrhu upotrebljava posebna invarna letva duljine 1 m s dvostrukom podjelom. Reperi na stativima niveliraju se dva puta: u jednom smjeru prije mjerenja žicama, a u drugom smjeru nakon mjerenja žicama. Primjenjuje se postupak niveliranja iz sredine uz promjenu visine instrumenta između dva očitavanja. Za potrebe određivanja visinskih razlika korišten je nivelir Wild N-3 (Peterca i Čolović 1987), svrstan u kategoriju nivelira najviše točnosti (Benčić 1990, Benčić i Solarić 2008). Na krajnjim točkama bazisa letva se postavlja i na centre kojima su obilježeni krajevi bazisa (podzemni centri) te na repere na stativima iznad njih. Na taj se način određuju i visinske razlike koje služe za redukciju bazisa na centre. Krajevi bazisa mjerenjima su povezivani na državnu nivelmansku mrežu čime su dobivane nadmorske visine krajnjih točaka H_A i H_B , koje su korištene za redukciju duljine bazisa na referentni elipsoid.

4.3.4. Korekcija zbog razlike sile zatezanja na mjestu komparacije i mjestu mjerenja

Kako se vrijednost ubrzanja sile teže mijenja s geodetskom širinom, ali i s promjenom (elipsoidne) visine, tako se mijenja i težina utega, odnosno sila zatezanja žica. Ako postoji razlika ubrzanja sile teže između Sèvresa kraj Pariza, gdje se izvodi komparacija, i mjesta mjerenja bazisa, onda se tetiva lančanice na lokaciji mjerenja neće slagati s nominalnom vrijednošću l_0 dobivenom komparacijom. Za točno računanje te korekcije trebalo bi odrediti ubrzanje sile teže g na mjestu komparacije i mjestu mjerenja bazisa. Takav je postupak skup, a popravke su tako male da lokalne promjene ubrzanja sile teže ne utječu znatno na njihov iznos. Zbog toga se uvode promjene uzimajući u obzir geodetske širine na nivo-elipsoidu, kao i promjene s visinom uzimajući u obzir normalnu vrijednost vertikalnoga gradijenta ubrzanja sile teže. Normalna vrijednost ubrzanja sile teže γ_0 na nivo-elipsoidu računa se po izrazu *Somigliane* (Heiskanen i Moritz 1996, Torge 2001) kao funkcija geodetske širine φ . U blizini površine Zemlje, razvojem u Taylorov red po elipsoidnoj visini h dolazi se do normalne vrijednosti ubrzanja sile teže sukladno izrazu (ibid.):

$$\gamma = \gamma_0 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial h} \right)_0 h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} \right)_0 h^2 + \dots \quad (7)$$

Uzimajući u obzir geometrijske i fizikalne parametre nivo-elipsoida GRS80 dolazi se do sljedećih vrijednosti vertikalnoga gradijenta ubrzanja sile teže, odnosno njegove promjene s visinom (Torge 2001):

$$\partial \gamma / \partial h = -3,086 \text{ } \mu\text{ms}^{-2}/\text{m}, \quad \partial^2 \gamma / \partial h^2 = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ } \mu\text{ms}^{-2}/\text{m}^2 . \quad (8)$$

Iz elipsoidnih koordinata (φ , λ) (ITRF89) Međunarodnog ureda za utege i mjere (URL 1) te nadmorske visine $H = 66$ m (Svečnikov 1953) preračunane u elipsoidnu visinu korištenjem globalnog modela geoida EGM2008 (URL 2), dolazi se do podataka za računanje normalne vrijednosti ubrzanja sile teže pomoću geometrijskih i fizikalnih parametara elipsoida GRS80. Slično je učinjeno i s krajnjim točkama pulskog bazisa (točke ZAP i IST), čije su ravninske koordinate (y , x) (HDKS) i nadmorske visine nadzemnih centara (H_{Trst}) preuzete iz Kataloga trigonometrijskih točaka. Primjenom aplikacije T7D obavljena je transformacija koordinata iz HDKS-a u HTRS96 (ETRS89), pri čemu se postupilo sukladno proceduri objašnjenjnoj u Premužić i Šljivarić (2011): ravninske koordinate i nadmorska visina (y , x , H_{Trst}) transformirane su u elipsoidne koordinate (φ , λ , h) na elipsoidu GRS80 u nacionalnom referentnom koordinatnom sustavu. Elipsoidne koordinate (elipsoid GRS80), nadmorske visine i vrijednosti undulacije geoida zajedno s izračunanim elipsoidnim visinama za točke BIPM, ZAP, IST te aritmetička sredina ZAP i IST točaka, tj. [(ZAP+IST)/2], dani su u tablici 3.

Tablica 3. *Elipsoidne koordinate (GRS80), nadmorske visine, undulacija geoida (EGM2008) te elipsoidne visine BIPM-a i krajnjih točaka pulskog bazisa.*

Točka	φ	λ	H [m]	N (EGM2008) [m]	h [m]
BIPM	48°49'44,40''	2°13'11,82''	66	44,71	110,71
ZAP	44°51'31,66''	13°51'56,36''	25,26		68,37
IST	44°50'43,57''	13°56'39,15''	68,85		111,92
(ZAP+IST)/2	44°51'07,615''	13°54'17,76''	47,06		90,15

Sukladno izrazu za računanje normalne vrijednosti ubrzanja sile teže na elipsoidu (formula Somigliana) i vertikalnoga gradijenta ubrzanja sile teže (8), izračunane su normalne vrijednosti ubrzanja sile teže u Sèvresu i središnjoj točki pulskog bazisa. Prema izrazu danome u Muminagić (1981) promjena duljine tetive obostrano zategnute invarne žice zbog promjene vrijednosti ubrzanja sile teže između mjesta komparacije i mjesta mjerenja bazisa dana je sljedećim izrazom:

$$dl = \frac{P \cdot S}{\varepsilon \cdot q} \cdot \frac{dg}{g}, \quad (9)$$

gdje je dg promjena ubrzanja sile teže između središnje točke pulskog bazisa i Sèvres-a, a iznosi $dg = g_2 - g_1 = -0,003526798 \text{ ms}^{-2}$. Pri računanju omjera dg/g za vrijednost g uzima se normalna vrijednost ubrzanja sile teže za $\varphi = 45^\circ$ i $h = 0$. Dakle, za danu razliku dg , omjer $dg/g = -0,00035965$, pa sukladno izrazu (9) $dl = -0,002585883 \text{ mm}$. Ovaj je utjecaj mali, međutim njegovo je djelovanje sustavno te se uvodi kao korekcija pri računanju duljine bazisa. S obzirom na to da je njegovo djelovanje osjetno po pojedinom rasponu, na 266 raspona koliko ih ima na pulskom bazisu, njegovo ukupno djelovanje iznosi $dl = -0,6878 \text{ mm}$ te se kao takvo ne može zanemariti. Zbog manjeg ubrzanja sile teže na pulskom bazisu u odnosu na Sèvres, dolazi do manje sile zatezanja, a samim time i do većih očitavanja, zbog čega je izmjereni bazis duži nego što bi trebao biti pa je korekcija negativnog predznaka.

4.3.5. Korekcija zbog nagiba skala

Kao izvor sustavne pogreške koja prati mjerenje bazisa smatra se nagnutost skala na kojima se obavljaju očitavanja duljina. Izrazom (4) dana je redukcija kose tetive na horizont niže točke raspona, međutim, skale na krajevima žice općenito ne leže u horizontalnoj ravnini već u odnosu na nju zatvaraju neki kut θ . Zbog nagnutosti skala potrebno je reducirati tetivu na horizont zbog čega će duljina tetive biti (Muminagić 1981):

$$l = l_0 + (P - Z) \cdot \cos \theta = l_0 + (P - Z) - (P - Z) \cdot \frac{p^2 S^2}{8P^2}, \quad (10)$$

gdje je pokazano da je $\theta = 1^\circ 11'$ (ibid.). Analizom izraza (10) dolazi se do zaključka da je prvi član dan komparacijom, drugi član predstavlja razliku očitavanja na skalama, a treći korekciju zbog nagiba skala. Ta korekcija ovisi o razlici očitavanja na skalama $(P - Z)$ i karakteristika je mjernog pribora. Kako je p masa invarne žice jedinične duljine, S duljina lančanice, a P masa utega, dolazi se do korektivnog člana (ibid.):

$$\Delta l = -(P - Z) \cdot 0,216. \quad (11)$$

Izraz (11) dobije se u μm (10^{-6} m) ako se razlike očitavanja daju u mm. Popravka je dosta mala veličina pa se ne razmatra opći slučaj (kada je tetiva nagnuta), nego svi slučajevi, tj. svi rasponi, a Δl se računa za cijeli bazis zbrajanjem izraza (11) po svakom rasponu. Ako se uzme da je prosječna vrijednost razlika očitavanja skala na pojedinom rasponu oko 40 mm, zbrajanjem izraza (11) za pulski bazis od 266 raspona dolazi se do korekcije $\Delta l = -2,298$ mm. I ovdje je korekcija negativnog predznaka jer mjerenja zbog nagiba skala daju veće iznose duljina od stvarno izmjerenih.

4.3.6. Redukcija mjenog bazisa na plohu elipsoida

Bazisi se mjere na fizičkoj površini Zemlje zbog čega su, općenito, izmjereni na različitim visinama u odnosu na plohu geoida. Tako se svaki bazis nalazi na svojoj nivo-plohi te se s tako određenim duljinama bazisa ne može ulaziti u zajednička računanja, primjerice postavljanja uvjeta stranice, niti one mogu osigurati jedinstveno mjerilo triangulacije. Zbog toga je potrebno bazise reducirati na istu plohu, tj. plohu na kojoj će se računati triangulacija, a to je referentni elipsoid. Redukcija, tj. projiciranje, obavlja se po istim onim pravcima kojima se definiraju elipsoidne koordinate, tj. po normalama na elipsoid (Muminagić 1981). Za projiciranje na elipsoid potrebno je osim pravaca normala poznavati i visinu bazisa iznad plohe geoida. Dugo vremena to nije bilo moguće jer se nije poznavala vrijednost undulacije geoida. Upravo se iz tih razloga birao referentni elipsoid takvih dimenzija i oblika te konačno tako orijentiran s obzirom na tijelo Zemlje da se njegova ploha najbolje podudara s plohom geoida na cijelom području uspostave triangulacije. U tom su slučaju nadmorske visine H smatrane visinama iznad elipsoida. Kada su pomoću njih bazisi reducirani na plohu geoida, smatrano je da su reducirani na plohu elipsoida (Stefanović 1958, Muminagić 1981). Tako reduciranim duljinama bazisa osiguravalo se mjerilo trigonometrijske mreže na području bivše Jugoslavije. Za redukciju duljine bazisa b na plohu referentnog elipsoida (b_0 je reducirana duljina) upotrebljava se sljedeći izraz (Muminagić 1981):

$$\frac{b_0 - b}{b} = -\frac{H + N}{R} \Rightarrow \Delta b = (b_0 - b) = -b \frac{(H + N)}{R} = -b \frac{h}{R}, \quad (12)$$

gdje je H nadmorska visina (visina iznad geoida), N undulacija geoida, a h elipsoidna visina (visina iznad referentnog elipsoida). Kako se svaki raspon reducira na horizont njegove niže točke, to znači da se ukupna duljina bazisa dobije po isprekidanim linijama (Čubranić 1963). S obzirom na to da se redukcija na elipsoid odnosi na cijeli bazis, ispitivanja su pokazala da je redukcija najispravnija ako se za vrijednost H u izrazu (12) uzme aritmetička sredina visina krajnjih točaka bazisa, tj. $H = (H_A + H_B)/2$. Iz izraza (12) slijedi da je duljina reducirana na plohu elipsoida kraća od duljine mjerene na fizičkoj površini Zemlje. Da redukcija mjenog bazisa na plohu referentnog elipsoida ne bi ugrozila relativnu točnost bazisa od 1:1 000 000, potrebno je elipsoidnu visinu (uključuje nadmorsku visinu H i undulaciju geoida N) poznavati s točnošću $dh \leq 1,3$ m (Muminagić 1981). Nadmorske visine krajnjih točaka bazisa H_A i H_B dobivaju se povezivanjem krajnjih točaka s državnom nivelmanskim mrežom pomoću nivelira za tehnički nivelman.

Međutim, u Muminagić (1967) prikazan je utjecaj orijentacije referentnog elipsoida pri redukciji duljina mjerenih na fizičkoj površini Zemlje na plohu referentnog elipsoida. Pri računanju triangulacije smatrano je da su bazisi svedeni na elipsoid ako se mjerenim duljinama na terenu dodala redukcija izračunana po izrazu (12). Sukladno općem zahtjevu, bazisi se mjere s relativnom točnošću 1:1 000 000, tj. 1 mm/km = 1 ppm. Da se ta točnost ne bi pokvarila redukcijom na plohu referentnog elipsoida, postavlja se zahtjev da pogreška redukcije zbog pogreške elipsoidne visine bude manja od 1:2 000 000, tj.:

$$\frac{d(\Delta b)}{b} = \frac{dh}{R} < 1:2\,000\,000, \quad (13)$$

pri čemu se uzima da je $d(\Delta b) = 1$ mm, a $R = 6377$ km te sukladno tomu dobiva se odnos $dh < 3,2$ m. Drugim riječima, potrebno je poznavati visinu bazisa iznad referentnog elipsoida s točnošću do 3,2 m, kako se ne bi ugrozila relativna točnost bazisa reduciranog na tu istu plohu elipsoida (ibid.).

Zbog relativno male udaljenosti između krajnjih točaka bazisa može se smatrati da se normale na elipsoid postavljene u krajnjim točkama bazisa sijeku u jednoj točki bez obzira na azimut bazisa. Iz elipsoidnih koordinata krajnjih točaka bazisa prikazanih na elipsoidima Bessel 1841 i GRS80 (koordinate na elipsoidu GRS80 dobivene su transformacijom uz pomoć aplikacije T7D), primjenom *Clarkovih formula* (koje su preuzete iz Muminagić 1981) izračunani su direktni i obrnuti azimuti pulskog bazisa u njegovim krajnjim točkama ZAP i IST. Zatim su pomoću geometrijskih parametara elipsoida Bessel 1841 i GRS80 u istim točkama izračunani radijusi zakrivljenosti meridijana, odnosno prvog vertikala, tj. radijusi M i N . Radijus zakrivljenosti R_a normalnog presjeka pod azimutom α izračunan je primjenom *Eulerova izraza* (Torge 2001):

$$\frac{1}{R_a} = \frac{\cos^2 \alpha}{M} + \frac{\sin^2 \alpha}{N}, \quad (14)$$

gdje su M i N radijusi zakrivljenosti normalnih presjeka u ravnini meridijana, odnosno ravnini prvog vertikala. Rezultati računanja direktnih i obrnutih azimuta

bazisa na elipsoidu Bessel 1841 i GRS80 te radijusa zakrivljenosti normalnih presjeka u krajnjim točkama bazisa prikazani su u tablici 4. Srednja vrijednost R_{srednji} izračunana je kao aritmetička sredina radijusa R_a u krajnjim točkama bazisa.

Tablica 4. *Direktni i obrnuti azimuti bazisa u njegovim krajnjim točkama zajedno s radijusima zakrivljenosti normalnog presjeka u smjeru pružanja bazisa.*

Elipsoid	Azimut		R_a [m]	R_{srednji} [m]
Bessel 1841	$\alpha_{\text{ZAP}}^{\text{IST}}$	103° 25' 12,932''	6386850,98	6386843,50
	$\alpha_{\text{IST}}^{\text{ZAP}}$	283° 28' 32,396''	6386836,02	
GRS80	$\alpha_{\text{ZAP}}^{\text{IST}}$	103° 25' 04,508''	6387620,63	6387613,13
	$\alpha_{\text{IST}}^{\text{ZAP}}$	283° 28' 23,947''	6387605,63	

Iz razlika geometrijskih parametara elipsoida Bessel 1841 i GRS80, ali i pripadajućih referentnih koordinatnih sustava (geodetskih datuma) proizlazi razlika srednjih vrijednosti radijusa oko 770 m i razlika orijentacije mreža od približno 8''. Za potrebe redukcije duljine bazisa mjenjenog na fizičkoj površini Zemlje, krajnje su točke bazisa geometrijskim nivelmanom povezivane na nacionalnu visinsku mrežu. U vrijeme uspostave pulskog bazisa to su bile nadmorske visine u visinskom datumu Trst. Transformacijom koordinata (HDKS, Bessel 1841, koordinate iz Kataloga) u HTRS96 (ETRS89) primjenom aplikacije T7D, dobivene su undulacije geoida s obzirom na visinske datume Trst i HVRS71 kako je prikazano u tablici 5.

Tablica 5. *Undulacije geoida (GRS80) s obzirom na visinske datume Trst i HVRS71.*

Točka	Undulacija (T7D) (Trst) [m]	Undulacija (T7D) (HVRS71) [m]
ZAP	43,080	43,264
IST	43,066	43,236
Sredina	43,073	43,250

Zbog pogrešno određene srednje razine mora na mareografu u Trstu (*molo Sartorio*, danas poznatiji pod nazivom *Yacht Club Adriaco*) iz jednogodišnjeg razdoblja tijekom 1875. godine (Rožić 2009), na području pulskog bazisa postoji razlika undulacije od oko 18 cm. Te međusobne razlike unose pogrešku redukcije na plohu elipsoida od samo 0,18 mm. Dakle, za redukciju duljine bazisa određenu iz mjerenja na fizičkoj površini Zemlje korišten je izraz (12). Sukladno astro-geodetskom rješenju geoida (Muminagić 1971, Čubranić 1979, Muminagić 1988), nulta izolinja undulacije relativnog geoida s obzirom na elipsoid Bessel 1841 prolazi područjem pulskog bazisa. Riječ je o modelu geoida određenome u odnosu na referentni elipsoid Bessel 1841 u posebno popravljenoj orijentaciji (Čolić 1979).

Dakle, za računanje vrijednosti redukcije korištena je srednja nadmorska visina pulskog bazisa (visinski datum Trst) i srednji radijus zakrivljenosti (Bessel 1841), a za vrijednost duljine bazisa na fizičkoj površini Zemlje uzeta je vrijednost $b = 6384,297$ m (objavljeno u Peterca i Čolović 1987). Sukladno navedenom, dobiven je iznos redukcije $\Delta b = -0,0470$ m.

U sklopu analize redukcije na plohu elipsoida razmotrena je redukcija bazisa s fizičke površine Zemlje na plohu elipsoida GRS80 u referentnom koordinatnom sustavu HTRS96 (ETRS89). Korištenjem srednje elipsoidne visine bazisa (tablica 3) te srednjeg radijusa zakrivljenosti normalnog presjeka u pravcu pružanja bazisa (tablica 4), dobiven je iznos redukcije $\Delta b = -0,0901$ m. Povećani iznos redukcije duljine bazisa mjerene na fizičkoj površini Zemlje na elipsoid GRS80 posljedica je razlike geometrijskih parametara (u odnosu na elipsoid Bessel 1841) te razlika referentnih koordinatnih sustava (geodetskih datuma), tj. razlika između HDKS-a i HTRS96.

Dodatno, potrebno je istaknuti da je u ovoj redukciji korišten samo parametar undulacije geoida te su otkloni vertikalna u krajnjim točkama zanemareni. Budući da nulta izolija relativnoga geoida (s obzirom na elipsoid Bessel 1841) prolazi područjem pružanja pulskog bazisa, može se pretpostaviti da su komponente otklona vertikalna $\xi \approx 0''$ i $\eta \approx 0''$. Općenito, na područjima drugih bazisa u astro-geodetskoj mreži to nije slučaj te su se zanemarivanjem komponenata otklona vertikalna pri redukciji s fizičke površine Zemlje na referentni elipsoid pojavile pogreške, tj. kvarila su se visoko točna mjerenja bazisa. Te redukcije nisu uvedene zbog nepoznavanja vrijednosti otklona vertikalna. Međutim, u doktorskom radu "Značenje i primjena fizikalnih parametara u modernom pristupu geodetskim radovima državne izmjere" (Rezo 2010) dan je model komponenata topoizostatskih otklona vertikalna čije su vrijednosti izračunane u krajnjim točkama pulskog bazisa i dane s obzirom na elipsoid GRS80 (tablica 6).

Tablica 6. Komponente topoizostatskih otklona vertikalna s obzirom na elipsoid GRS80 (HTRS96) za krajnje točke pulskog bazisa.

Točka	φ	λ	ξ	η
ZAP	44°51'31,66"	13°51'56,36"	-7,056''	-1,377''
IST	44°50'43,57"	13°56'39,15"	-6,510''	0,122''

Redukcija bazisa mjenenog na fizičkoj površini Zemlje na plohu elipsoida, gdje se osim undulacije geoida uzimaju u obzir i komponente otklona vertikalna dana je izrazom (Heiskanen i Moritz 1996):

$$s_0 = l' + \varepsilon_B (h_B - h_m) - \varepsilon_A (h_A - h_m) - \frac{h_m}{R} s_0, \quad (15)$$

gdje je s_0 duljina bazisa reducirana na plohu elipsoida, l' je redukcija na lokalni horizont, ε_A i ε_B su otkloni vertikalna u krajnjim točkama, h_m je srednja elipsoidna visina krajnjih točaka bazisa dok je R srednji radijus zakrivljenosti. Otklon vertikalna u smjeru pružanja bazisa dan je izrazom (Heiskanen i Moritz 1996):

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha, \quad (16)$$

gdje su ξ i η komponente otklona vertikalne u smjeru meridijana, odnosno smjeru prvog vertikala, a α je azimut pružanja bazisa. Razlika izraza (15) i (12) upravo je u članovima koji uzimaju u obzir utjecaj otklona vertikala, tj.:

$$\varepsilon_B(h_B - h_m) - \varepsilon_A(h_A - h_m). \quad (17)$$

Dakle, uzimajući u obzir elipsoidne visine krajnjih točaka bazisa (tablica 3), azimut pružanja bazisa (tablica 4) i vrijednosti komponenata otklona vertikala (tablica 6) dolazi se do numeričke vrijednosti izraza (17) od 0,204 mm što je iznos koji se ne može zanemariti.

5. Iskazivanje ocjene točnosti mjerenja duljine bazisa

Srednja kvadratna pogreška mjerenja duljine bazisa koji se sastoji od n sekcija računa se po izrazu (Muminagić 1981):

$$m_b^2 = m_1^2 + \dots + m_n^2 = \sum_{i=1}^n m_i^2, \quad (18)$$

gdje se m_i računa po izrazu (ibid.):

$$m_i^2 = \frac{\sum_i^p v^2}{p_i(p_i - 1)}, \quad (19)$$

u kojem je p_i broj žica, a v je odstupanje mjerenja po pojedinim žicama od aritmetičke sredine. Kako se uobičajeno svaka sekcija mjeri istim brojem žica, tj. $p_1 = p_2 = \dots = p_n = p$, izraz (18) prelazi u:

$$m_b^2 = \frac{1}{p(p-1)} \sum_1^n \sum_1^p v^2. \quad (20)$$

Izraz (20) predstavlja unutarnju ocjenu točnosti koja ne sadrži sljedeće pogreške (Muminagić 1981):

- ε_1 – pogrešku niveliranja raspona,
- ε_2 – pogrešku zbog određivanja temperaturnih koeficijenata istezanja invara (vidi Zrinjski i dr. 2010),
- ε_3 – pogrešku komparacije (tj. određivanja l_0 – vidi Zrinjski i dr. 2010),
- ε_4 – pogrešku zbog promjene duljine žice između dviju komparacija,
- ε_5 – pogreške zbog promjene sile zatezanja u koloturima.

Dakle, ukupna pogreška (vanjska ocjena točnosti) mjerenja bazisa procjenjuje se pomoću (ibid):

$$M_b^2 = m_b^2 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \varepsilon_4^2 + \varepsilon_5^2. \quad (21)$$

Poradi ocjene točnosti rezultata mjerenja duljina bazisa, a polazeći od pretpostavke da su metodom mjerenja te uvođenjem odgovarajućih korekcija eliminirani utjecaji sustavne naravi, za svaki bazis računane su sljedeće veličine (Peterca i Čolović 1987):

- srednja kvadratna pogreška razlike očitavanja na skalama,
- srednja kvadratna pogreška mjerenja raspona,
- srednja kvadratna pogreška sekcije,
- srednja kvadratna pogreška cijelog bazisa.

Sve te pogreške računane su iz odstupanja pojedinačnih rezultata od njihove aritmetičke sredine, a pogreške mjerenja raspona, sekcije i cijelog bazisa i iz razlika dvostrukih mjerenja (ibid.).

5.1. Posebno računanje slučajne i sustavne pogreške

Kod geodetskih radova postoji težnja da se slučajna i sustavna pogreška određuju posebno, odnosno da se te dvije pogreške razdvoje. Njihovo se određivanje zasniva na pretpostavci da je pogreška određena iz mjerenja kratkih duljina uglavnom slučajnoga karaktera, a ona određena iz mjerenja većih duljina uglavnom sustavnoga karaktera. Sukladno navedenom, slučajne se pogreške određuju iz mjerenja pojedinih raspona, a sustavne iz mjerenja cijelog bazisa (Svečnikov 1953). Budući da se svaki raspon mjeri s više žica (kod pulskog bazisa je to 6 žica), srednja slučajna pogreška mjerenja jednog raspona jednom žicom u jednom smjeru računa se na dva načina.

Ako se ta pogreška računa iz odstupanja Δ od aritmetičke sredine, upotrebljava se izraz (ibid.):

$$\mu_0 = \pm \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{2N \cdot (q-1)}}, \quad (22)$$

gdje je N broj raspona u jednoj sekciji, odnosno cijelom bazisu, a q je broj žica korištenih za mjerenja. Srednja slučajna pogreška mjerenja jednog raspona s više žica u oba smjera računa se po izrazu (ibid.):

$$\mu = \pm \frac{\mu_0}{\sqrt{2q}}. \quad (23)$$

Srednja slučajna pogreška jednog raspona jednom žicom u jednom smjeru računa se iz dvostrukih mjerenja po izrazu (ibid.):

$$\mu_0 = \pm \sqrt{\frac{\sum d^2}{2N}}, \quad (24)$$

gdje su d razlike dvostrukih mjerenja. Kad je μ_0 poznata, tada se može izračunati srednja slučajna pogreška mjerenja jednog kilometra sukladno izrazu (Svečnikov 1953):

$$\tau = \pm \mu_0 \sqrt{\frac{1000}{l}}, \quad (25)$$

gdje je $l = 24$ m, što odgovara duljini žice (jednog raspona).

Što se tiče sustavne pogreške, nju treba računati iz podatka mjerenja cijelog bazisa. Naime, u postupku računanja linearnih mjerenja javljaju se slučajne i sustavne pogreške pa se rezultatna pogreška mjerenja M računa po izrazu (ibid.):

$$M^2 = \tau^2 L + \sigma^2 L^2, \quad (26)$$

gdje je τ srednja slučajna pogreška na jedinicu duljine, σ je srednja sustavna pogreška na jedinicu duljine, dok je L mjerena duljina izražena u metrima ili kilometrima ovisno o tome na koju se jedinicu duljine prednje pogreške odnose. Pod pretpostavkom da su razlike D mjerenja cijelog bazisa jednom žicom u oba smjera prouzrokovane kako slučajnim tako i sustavnim pogreškama, srednja se sustavna pogreška mjerenja kilometra bazisa sa svim žicama u oba smjera računa po izrazu (ibid.):

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sum D^2}{L^2 \cdot q} - \frac{\tau_0^2}{L}. \quad (27)$$

Ocjena točnosti mjerenja pulskog bazisa izračunana je na dva načina. Izračunana je srednja slučajna pogreška mjerenja bazisa m_b dobivena na osnovi odstupanja pojedinog mjerenja od aritmetičke sredine te ukupna pogreška M dobivena pomoću izraza (26), tj. ukupno djelovanje slučajnih i sustavnih pogrešaka. Srednja slučajna pogreška m_b i ukupna pogreška M zajedno s odgovarajućim relativnim pogreškama za pulski bazis dane su u tablici 7.

Tablica 7. Srednja slučajna i ukupna pogreška te odgovarajuće relativne točnosti mjerenja pulskog bazisa (b se odnosi na duljinu bazisa) (Činklović 1984).

m_b	m_b/b	M	M/b
0,94 mm	1:6 792 000	6,4 mm	1:998 000

6. Zaključak

Iako se u današnje vrijeme položajna geodetska osnova na razini države ne uspostavlja po načelima trigonometrijskih mreža, niti se mjerilo takve mreže ne određuje direktnim mjerenjem bazisa, zanimljivo je s vremenskim odmakom od 50-ak godina sagledati napore koje su tadašnji kolege geodeti poduzimali u okviru osnovnih geodetskih radova. Radi postizanja visoke razine točnosti mjerenja duljine bazisa primjenom Jäderinova bazisnog pribora, bilo je potrebno slijediti određene postupke koji uključuju komparaciju invarnih žica i opreme u BIPM-u, kontrolna mjerenja na KGO-u, strogu primjenu procedure mjerenja te primjenu odgovarajućih korekcija i redukcija. Na području nekadašnje Austro-Ugarske Monarhije, ali i bivše Jugoslavije, kao matematički model aproksimacije Zemlje korišten je elipsoid Bessel 1841 s datumskom točkom Hermannskogel kraj Beča. To je učinjeno da se dobije najbolja aproksimacija geoida na navedenom području matematički definiranom plohom – elipsoidom, a posljedično da se pojednostavi postupak redukcija mjerenja s fizičke površine Zemlje na plohu referentnog elipsoida. Iako je to kvarilo rezultate visokotočnih mjerenja, pri redukciji duljine bazisa na plohu

referentnog elipsoida, a posljedično i za određivanje jedinstvenoga linearnog mjerila mreže, nisu uzimane u obzir undulacije geoida kao ni otkloni vertikalna.

Primjenom GNSS-a i referentnoga koordinatnog sustava HTRS96 u Republici Hrvatskoj uveden je u službenu upotrebu globalni elipsoid GRS80. Kao što je pokazano, redukcije terestričkih mjerenja na plohu takvoga elipsoida daju veće iznose od redukcija na elipsoid u lokalnom geodetskom datumu, što je izravna posljedica činjenice da je takav referentni koordinatni sustav prilagođen primjeni globalnih satelitskih metoda pozicioniranja. Upotrebom mjernih tehnika GNSS-a, a posebice uspostavom CROPOS-a u Republici Hrvatskoj, koordinate točaka određuju se primjenom prostorne trilateracije čime je istisnuta potreba mjerenja kutova, a mjerilo mreže osigurano je visokostabilnim atomskim satovima GNSS satelita. Ta činjenica, kao i mogućnost danas jednostavnog određivanja duljina primjenom elektrooptičkih daljinomjera dodatno naglašava napore koje su naši prethodnici geodeti ulagali u postizanje pouzdanih metričkih odnosa na teritoriju Hrvatske, pri čemu je i pulski bazis dao svoj doprinos.

ZAHVALA. Autori zahvaljuju Područnom uredu za katastar (PUK) Pula i bivšem ravnatelju Državne geodetske uprave (DGU) prof. dr. sc. Željku Bačiću na ustupanju materijala o pulskom bazisu. Također, zahvaljuju kolegi Darku Ljubanoviću, dipl. ing. geod., na dobivanju informacija o postojanju pulskog bazisa, kolegi Bojanu Černeu, dipl. ing. geod., na davanju informacija u svezi s obnovom nadzemne stabilizacije istočne točke pulskog bazisa te kolegi Bojanu Bradaču, dipl. ing. geod., na pomoći prilikom rekognosciranja točaka pulskog bazisa. Autori zahvaljuju i Geotehničkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu na posudbi GNSS uređaja korištenog prilikom rekognosciranja i iskolčenja točaka bazisa.

Literatura

- Bačić, T., Bačić, Ž. (2000): Transformation between the Local and Global Geodetic Datum in Croatia, Proceedings of IAG Subcommission for Europe (EUREF) Symposium held in Tromso, Norway, 22–24 June 2000.
- Bačić, T. (2009): Jedinstveni transformacijski model i novi model geoida Republike Hrvatske, Izvešća o znanstveno-stručnim projektima 2006.–2008. (ur. Bosiljevac, M.), Državna geodetska uprava, Zagreb, 5–21.
- Benčić, D. (1990): Geodetski instrumenti, Školska knjiga, Zagreb.
- Benčić, D., Solarić, N. (2008): Mjerni instrumenti i sustavi u geodeziji i geoinformatici, Školska knjiga, Zagreb.
- Božićnik, M. (1984): Stanje trigonometrijskih mreža u SR Hrvatskoj, Geodetski list, 10–12, 245–256.
- Černe, B. (2014): Osobna i komunikacija e-poštom.
- Činklović, N. (1984): Studija o stanju dosadašnjih radova na astro-geodetskoj mreži SFRJ sa pregledom mera za dalje radove, Zbornik Instituta za geodeziju br. 23, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Beograd.
- Čolić, K. (1979): Ispitivanje situiranosti astrogeodetskog geoida SFR Jugoslavije, Geodetski list, 10–12, 275–293.

- Čubranić, N. (1963): Bazis (osnovica), poglavlje u 1. svesku Tehničke enciklopedije, glavni redaktor Rikard Podhorsky, Jugoslavenski leksikografski zavod, Zagreb, 694–701.
- Čubranić, N. (1974): Viša geodezija, I. dio, Sveučilišna naklada Liber, Zagreb.
- Čubranić, N. (1979): Geoid, poglavlje u 6. svesku Tehničke enciklopedije, glavni urednik Hrvoje Požar, Jugoslavenski leksikografski zavod, Zagreb, 101–104.
- Delčev, S., Timár, G., Kuhar, M. (2014): O nastanku koordinatnega sistema D48, Geodetski vestnik, 58, 4, 681–694.
- Heiskanen, A. W., Moritz, H. (1996): Physical Geodesy, reprint, Institute of Physical Geodesy, Technical University, Graz.
- Macarol, S. (1985): Praktična geodezija, Tehnička knjiga, Zagreb.
- Muminagić, A. (1967): Orijentacija naše triangulacije, Geodetski list, 1–3, 3–8.
- Muminagić, A. (1971): Ispitivanje realnog geoida u Jugoslaviji, disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Muminagić, A. (1981): Viša geodezija, I. dio, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo.
- Muminagić, A. (1988): Viša geodezija, II. dio, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo.
- Peterca, M. (1984): Četrdeset godina rada i razvoja Vojnogeografskog instituta u socijalističkoj Jugoslaviji, Geodetski list, 1–3, 5–15.
- Peterca, M., Čolović, G. (1987): Geodetska služba JNA, Vojnoizdavački i novinski centar, Beograd.
- Premuzić, M., Šljivarić, M. (2011): T7D korisnička aplikacija, Zbornik radova 2. CROPOS konferencije, Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Hrvatska komora ovlaštenih inženjera geodezije, Hrvatsko geodetsko društvo, Zagreb, 87–100.
- Radošević, N. (1958): Radovi Geografskog instituta JNA na merenju geodetskih osnovica (koreferat u skraćenom opsegu), Geodetski list, 4–6, 273–284.
- Rezo, M. (2010): Značenje i primjena fizikalnih parametara u modernom pristupu geodetskim radovima državne izmjere, doktorski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Rožić, N. (2009): Hrvatski transformacijski model visina, Izvješća o znanstveno-stručnim projektima 2006.–2008., Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, Zagreb, 23–46.
- Stefanović, M. (1958): Referat o osnovnim geodetskim radovima, Geodetski list, 4–6, 254–269.
- Svečnikov, N. S. (1953): Viša geodezija, Zemljin elipsoid i triangulacija (terenski radovi), prva knjiga, izdanje Savezne geodetske uprave, Beograd.
- Šugar, D., Bašić, T., Bačić, Ž. (2012a): Azimuth determination and analysis on the repeat stations network in Croatia, Conference Proceedings, Volume II – 12th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM, Sofia, Bugarska, 693–700.
- Šugar, D., Brkić, M., Špoljarić, D. (2012b): Comparison of the reference mark azimuth determination methods, Annals of Geophysics, 55, 6, 1071–1083.
- Šugar, D., Zrinjski, M., Rezo, M. (2013): Pulska bazis i bazisna mreža, Istarski geodet – glasilo Udruge geodeta Istarske županije, 7, 1, 48–59.
- Torge, W. (2001): Geodesy, Walter de Gruyter, Berlin, New York.

Zrinjski, M., Barković, Đ., Razumović, I. (2010): Automatizacija ispitivanja preciznosti nivelira i umjeravanja invarnih nivelmanskih letvi, Geodetski list, 64 (87), 4, 279–296.

Mrežne adrese

URL 1: BIPM, <http://www.bipm.org/en/conference-centre/directions/>, (15. 4. 2015.).

URL 2: EGM2008 online geoid calculations, <http://geographiclib.sourceforge.net/cgi-bin/GeoidEval>, (17. 4. 2015.).

Basic Geodetic Works during Establishment and Distance Determination of Pula Base Line

ABSTRACT. Within the establishment of the astro-geodetic triangulation on the area of former Yugoslavia during the 50s of 20th century, among 19 base lines in the whole network, 5 of them were located on the Croatian territory. The last among them was established the base line near Pula in 1959. In the introduction, part of this article the state of the Ist order trigonometric network was considered along with the necessity of its modernization, whereas in sequel an overview of field activities on establishment, survey and calculations of corrections and reductions were given. All these activities were focused on determination of the distance of Pula base line on the reference ellipsoid surface. The ultimate goal of Pula base line establishment and its measurements was determination of homogeneous linear scale of the trigonometric network on the whole area of its coverage. The measurements were carried out by the survey crew of the Military-Geographic Institute from Belgrade using Jäderin base line equipment. Along with the presentation of corrections and reductions needed within Pula base line calculations, the estimation of their numerical values was given as well. The criteria of base line measurements accuracy were given, specifically for determination of random and systematical errors. Although the concept of Ist order trigonometric network establishment was superseded by application of electro-optical distance meters, and especially nowadays by GNSS, it is worth pointing out procedures and efforts carried out with the goal of establishment of the correct metric relationship over Croatian territory.

Keywords: Pula base line, invar wires, Jäderin base line equipment, trigonometric network, linear scale.

Primljeno: 2015-04-20

Prihvaćeno: 2015-06-05