

Prijevod s njemačkog: Mislav Marjanović i Zoran Veselinović
Lektura: Antonia Šikljan

Gottlob Frege

SLOŽENE MISLI

Logičko istraživanje, treći dio

(Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus 3, 1923.-1926., str. 36-51)

Začudna je sposobnost jezika da s malim brojem slogova izražava nepregledno mnogo misli i, štoviše, da pronalazi odjeću za misao koja je po prvi puta shvaćena od strane nekog zemljanina, odjeću koja tu misao čini spoznatljivom nekome kome je ta misao u potpunosti nova. To bi bilo nemoguće kada u misli ne bismo mogli razlikovati dijelove koji odgovaraju dijelovima rečenice, koji odgovaraju na način da struktura rečenice odgovara strukturi misli. Ipak, kada odnos cjeline i dijela koristimo kod misli, tada zapravo govorimo metaforički. Međutim, ova je metafora toliko razumljiva i u globalu toliko dobro pogađa stvar, da nam jedva mogu zasmetati neprikladnosti koje se povremeno pojavljuju.

Ako se misli promatraju kao da su složene iz jednostavnijih dijelova i ako se uzme da ovi dijelovi odgovaraju jednostavnijim dijelovima rečenice, onda postaje razumljivo kako se iz malo rečeničnih dijelova može stvoriti ogromna raznovrsnost rečenica kojima odgovara ogromna raznovrsnost misli. Ovdje se sada nameće pitanje o tome kako se odvija izgradnja misli i kako su dijelovi pritom spojeni da bi se dobila cjelina koja je nešto više od pojedinačnih dijelova. U svome članku Negacija razmatrao sam slučaj da misao nastaje iz dijela kojemu je potrebna nadopuna i misli. Ovaj dio kojemu je potrebna nadopuna, ili kako se to drugačije može reći, nezasićeni dio, jezično odgovara riječi negacije. Mi ne možemo ništa negirati i da pritom nemamo nešto što se negira, a to što se negira je misao. Spajanje u cjelinu ostvaruje se tako što misao zasićuje nezasićeni dio, ili kako se još može reći, nadopunjuje dio kojemu je potrebna nadopuna. Tu se

nameće pretpostavka kako se slaganje u logičkom smislu općenito uvijek odvija na način da se nezasićeno zasićuje.¹

Sada se treba razmotriti poseban slučaj takvog slaganja, naime slučaj u kojem su dvije misli složene u jednu. Ono što u području jezika odgovara spoju dviju rečenica u cjelinu jest također rečenica. Izraz „složena misao“ nastala je prema gramatičkom izrazu „složena rečenica“, međutim time ne želim tvrditi kako svaka složena rečenica ima složenu misao kao svoj smisao, niti to da je svaka složena misao smisao složene rečenice. Pod složenom misli razumjet ću misao koja se sastoji od misli, međutim ne isključivo od misli. Naime, misao je potpuna i zasićena, a da bi postojala ne treba joj nikakva nadopuna. Misli se ne spajaju osim ako nisu spojene nečim, a ovo nije misao. Smijemo pretpostaviti da je ovaj njihov veznik nezasićen. Sama složena misao je također misao, odnosno nešto za što vrijedi: ili je istinita ili je neistinita, trećega nema.

Svaka složena rečenica, govoreći u gramatičkom smislu, ne može nam ponuditi upotrebljiv primjer. Tomu je tako jer gramatika poznaje rečenice koje logika ne može priznati kao prave rečenice. Logika ih ne može priznati jer ne izražavaju nikakvu misao. To nam pokazuju odnosne rečenice jer kada odnosnu rečenicu odvojimo od njezine glavne rečenice ne možemo spoznati što bi odnosna zamjenica trebala označavati. Mi u takvoj rečenici nemamo smisao za čiju bismo istinitost mogli pitati. Ili drugim riječima: smisao odvojene odnosne rečenice nije nikakva misao. Dakle, ne smijemo očekivati da će smislu složene rečenice, koja se sastoji od glavne i odnosne rečenice, odgovarati složena misao.

Prva vrsta složenih misli

U jeziku se čini da je najjednostavniji slučaj kada se dvije glavne rečenice spajaju uz pomoć „i“. Međutim, stvar nije toliko jednostavna koliko se isprva čini jer se u rečenici tvrdjenja trebaju razlikovati dvije stvari: izražena misao i tvrdnja. Kad slažemo misli radi se samo o ovdje prvonavedenoj stvari. Tomu je tako jer se činovi suđenja ne

¹ Ovdje, kao i u nastavku, stalno se mora imati u vidu da ovo zasićenje, ovo slaganje nije proces u vremenu.

trebaju spajati.² Zbog toga one rečenice koje „i“ spaja razumijem na način da su izgovorene bez snage tvrđenja. Snage tvrđenja se na najlakši način možemo riješiti tako što ćemo cjelinu preformulirati u pitanje. U pitanju se može izraziti ista misao kao i u rečenici tvrđenja, samo bez tvrdnje. Ako dvije rečenice, od kojih nijedna nije izgovorena sa snagom tvrđenja, spojimo uz pomoć „i“, tada se postavlja pitanje je li smisao tako nastale cjeline misao. Kako bi mogla biti sadržajem pitanja, ne samo da obje sastavne rečenice moraju imati smisao nego ga i cjelina mora imati. Kada se porotnici upitaju „je li optuženik namjerno zapalio hrpu drva i namjerno uzrokovao šumski požar?“, tada se problem svodi na to nalaze li se ovdje dva pitanja ili samo jedno. Ako porotnici mogu potvrditi pitanje koje se tiče hrpe drva, no negirati pitanje koje se tiče šumskog požara, onda ovdje imamo dva pitanja od kojih svako sadrži po jednu misao. Tada se misao, koja je složena iz ove dvije misli, ne nalazi u pitanju. Što ako porotnici mogu odgovoriti samo s „da“ ili „ne“, bez mogućnosti da cjelinu razlože u sastavna pitanja. Ako to pretpostavim, onda je ova cjelina jedno jedino pitanje i ono se može potvrditi samo u slučaju ako je optuženik namjerno zapalio hrpu drva i namjerno uzrokovao šumski požar. U svakom se drugom slučaju pitanje treba negirati. Dakle, ako porotnik smatra da je optuženik zaista namjerno zapalio hrpu drva, ali da se vatra bez namjere optuženika proširila dalje i zahvatila šumu, tada mora negirati ovo pitanje. Na taj se način moraju razlikovati obje sastavne misli i misao cijelog pitanja. Ovo pitanje pored dviju sastavnih misli sadrži još i veznik, a ovome u jeziku odgovara „i“. Ova se riječ ovdje upotrebljava na poseban način. Ona ovdje dolazi u razmatranje samo kao sastavna riječ između pravih rečenica. Pravom rečenicom nazivam onu rečenicu koja izražava misao. Međutim, misao je nešto za što vrijedi: istina ili neistina, trećega nema. „I“ o kojem je ovdje riječ spaja samo rečenice koje su izgovorene bez snage tvrđenja. Time se ne isključuje donošenje suda, međutim ono

² Logičari pod izrazom „sud“, kako se čini, često razumiju ono što ja nazivam mišlju. Kažem: sudi se tako što se misao prepoznaje kao istinitu. Čin ovoga prepoznavanja zovem sud. Sud se obznanjuje uz pomoć rečenice koja je izgovorena sa snagom tvrđenja. Međutim, misao se može shvatiti i izraziti bez da ju se prepoznalo kao istinitu, tj. bez suđenja.

bi se trebalo, ako se pojavi, odnositi na složenu misao. Ako ovdje razmatranu složenicu prve vrste želimo postaviti kao istinitu, onda možemo koristiti primjerice izraz „istina je da je ... i da je ...“. Kao što „i“ ne spaja rečenice tvrđenja tako ne spaja ni upitne rečenice. U našem je primjeru porotnicima zadano jedno jedino pitanje, međutim misao, koju im pitanje zadaje za prosudbu, složeno je iz dviju misli. Porotnik u svome odgovoru mora dati samo jedan sud. Ipak, to može izgledati kao iziskivanje pretjerane rafiniranosti. Nije li zapravo ista stvar ako porotnik prvo potvrdi pitanje „je li optuženik namjerno zapalio hrpu drva?“ i onda potvrdi pitanje „je li optuženik namjerno uzrokovao šumski požar?“? To može tako djelovati u slučaju potvrđivanja, no razlika je mnogo upečatljivija u slučaju negiranja pitanja. Upravo je zbog toga korisno misao izraziti u pitanju jer se tada mora razmotriti kako slučaj potvrđivanja tako i slučaj negiranja. To je korisno iz razloga da bi se misao mogla pravilno shvatiti.

Sada kada je u svojoj upotrebi preciznije određeno, „i“ se pojavljuje kao dvostruko nezasićeno. Ono za svoje zasićenje treba rečenicu koja mu prethodi i rečenicu koja dolazi nakon njega. Također je ono što vezniku „i“ odgovara u području smisla dvostruko nezasićeno. Ono spaja misli tako što se zasićuje njima.³ Kao puka stvar, slovo „i“ je jednako malo nezasićeno kao i bilo koja druga stvar. U pogledu njegovog načina upotrebe kao znaka koji izražava smisao, on se može odrediti kao nezasićen. On je nezasićen jer samo u poziciji između dvije rečenice može imati adekvatan smisao. Njegova svrha kao znaka iziskuje nadopunu s jednom rečenicom koja dolazi ispred i jednom rečenicom koja dolazi iza. Nezasićenost se zapravo pojavljuje u području smisla, a odatle se onda prenosi na znak.

Ako je „A“ prava rečenica koja je izgovorena bez snage tvrđenja i koja nije pitanje te ako isto vrijedi i za „B“, onda je „A i B“ jednako tako jedinstvena rečenica a njezin smisao je složena misao prve vrste.

³ Usporedi pretpostavku „Tu se nameće pretpostavka kako se slaganje u logičkom smislu općenito uvijek odvija na način da se nezasićeno zasićuje“.

U originalu piše da se usporedi pretpostavka sa stranice na kojoj se gore citirana rečenica pojavljuje. Mi ovdje navodimo citat pretpostavke iz jednostavnog razloga što grafičko uređenje ovoga prijevoda neće u potpunosti odgovarati grafičkom uređenju originalnog teksta. (op. prev.)

Zato ujedno kažem: „A i B“ izražava složenu misao prve vrste.

Da „B i A“ ima isti smisao kao i „A i B“ uviđa se bez dokaza samo tako što se postaje svjesnim njihova smisla. Ovdje imamo slučaj da jezično različitim izrazima odgovara isti smisao. Ova razlika između izražene misli i onoga što se izražava znakovima neizbježna je posljedica razlike između svijeta misli te onoga što se pojavljuje u prostoru i vremenu.⁴

U konačnici se može pokazati jedan valjani zaključak:

A je istinito⁵;
B je istinito; dakle
(A i B) je istinito.

Druga vrsta složenih misli

Negacija složenice prve vrste, složenice koja spaja dvije misli, sama je složenica obaju istih misli. Takvu misao nazivam složenom misli druge vrste. Svaki put kada je složenica prve vrste neistinita, onda je složenica druge vrste istinita i obrnuto. Složenica druge vrste je neistinita samo ako su obje misli koje se spajaju istinite. Složena misao druge vrste je istinita ako je barem jedna od sastavnih misli neistinita. Pritom se uvijek pretpostavlja da misli ne pripadaju književnosti. Tako što složenu misao druge vrste postavljam kao istinitu, tvrdim da obje sastavne misli ne mogu biti istinite.

Bez znanja o tome je li

$$\left(\frac{21}{20}\right)^{100} \text{ veće od } \sqrt[10]{10^{21}}$$

i bez znanja o tome je li

$$\left(\frac{21}{20}\right)^{100} \text{ manje od } \sqrt[10]{10^{21}}$$

mogu ipak spoznati da je složenica prve vrste ovih dviju misli neistinita. Prema tome je složenica druge vrste ovih misli istinita. Pored samih misli koje su složene imamo i nešto što ih povezuje. Ovaj veznik je ponovno dvostruko nezasićen, a povezivanje nastaje

⁴ Drugi slučaj iste vrste je taj da „A i A“ imaju isti smisao kao i „A“.

⁵ Kada pišem „A je istinito“ mislim zapravo „u A izražena misao je istina“. To vrijedi i za slične slučajeve.

tako što sastavne misli zasićuju ovaj veznik.

Kako bih složenu misao ove vrste ukratko označio, pišem

„ne [A i B]“,

pri čemu „A“ i „B“ odgovaraju mislima koje smo spojili. Veznik se u ovome izrazu jasnije ističe. To je smisao onoga što se pojavljuje u izrazu kad izuzmemo „A“ i „B“. Dvije praznine u izrazu

„ne [i]“

omogućuju raspoznavanje dvostruke nezasićenosti. Veznik je dvostruko nezasićeni smisao ovog dvostruko nezasićenog izraza. Kada praznine ispunimo izrazima za misli, tada gradimo izraz složene misli druge vrste. Međutim, ne smije se reći da na taj način nastaje misao. Razlog se nalazi upravo u tome što je to misao, a misli ne nastaju.

Sastavne misli mogu u složenoj misli prve vrste zamijeniti svoja mjesta. Jednaka zamjenjivost mora postojati i u negaciji složene misli prve vrste, tj. u složenoj misli druge vrste. Ako „ne [A i B]“ izražavaju složenu misao, onda „ne [B i A]“ izražavaju istu složenicu istih misli. Ovu zamjenjivost treba, kao i kod složene misli prve vrste, jednako malo razumjeti kao teorem jer u carstvu smisla ne pronalazimo nikakvu razliku. Dakle, samorazumljivo je da je smisao druge složene misli istinit ako je smisao prve istinit. Tomu je tako jer je to isti smisao.

I ovdje se može navesti jedan zaključak.

Ne [A i B] je istinito;

A je istinito; dakle

B je neistinito.

Treća vrsta složenih misli

Složenica prve vrste koja spaja negaciju prve misli s negacijom druge misli također je složenica prve misli s drugom. Nju nazivam složenicom treće vrste koja spaja prvu misao s drugom. Uzmimo npr. da je prva rečenica da Paul može čitati i da je druga rečenica da Paul može pisati, onda je složenica treće vrste misao da Paul niti

može čitati niti može pisati. Složena misao treće vrste istinita je samo kada su obje spojene misli neistinite. Složena misao treće vrste je neistinita kada je barem jedna od sastavnih misli istinita. Sastavne misli složenice treće vrste također su međusobno zamjenjive. Ako „A“ izražava misao, onda „ne A“ izražava negaciju ove misli. Isto vrijedi i za „B“. Ako su „A“ i „B“ prave rečenice, onda je smisao od

„(ne A) i (ne B)“;

što još pišem kao

„niti A niti B“;

složenica treće vrste u kojoj su obje spojene misli izražene u „A“ i „B“.

Ovdje je smisao veznika sve ono što je dano u izrazu kada izuzmemo „A“ i „B“. Objе praznine u

„(ne) i (ne)“

ili u

„(niti niti)“

označavaju dvostruku nezasićenost ovoga izraza, što odgovara dvostrukoj nezasićenosti veznika. Složena misao treće vrste nastaje tako što se ovaj veznik zasićuje mislima.

I ovdje se može navesti jedan zaključak.

A je neistinito;

B je neistinito; dakle

(niti A niti B) je istinito.

Zagrade ovdje trebaju naglasiti kako je njihov sadržaj cjelina čiji je smisao postavljen kao istinit.

Četvrta vrsta složenih misli

Negacija složene misli treće vrste također je složena misao. Ona se može nazvati složenom misli četvrte vrste. Složena misao četvrte vrste je složenica druge vrste koja spaja negacije sastavnih misli. Ako se takva složena misao postavi kao istinita, time se kaže da je barem jedna od sastavnih misli istinita. Složena misao četvrte vrste

je neistinita samo ako su obje sastavne misli neistinite. Ako su „A“ i „B“ prave rečenice, onda je smisao od

„ne [(ne A) i (ne B)]“

složena misao četvrte vrste koja sadrži misli „A“ i „B“. Isto vrijedi i za

„ne [niti A niti B]“.

To možemo kraće zapisati kao

„A ili B“.

„Ili“ ovdje može stajati samo između dvije rečenice i to dvije prave rečenice. Tako što takvu složenu misao prepoznajem kao istinitu, time ne isključujem da su obje misli istinite. Ovdje nemamo slučaj ekskluzivnog „ili“. Veznik je smisao koji se pojavljuje u „A ili B“ ako izuzmemo A i B, dakle

„(ili)“;

gdje praznine lijevo i desno od „ili“ označavaju dvostruku nezasićenost veznika. Rečenice koje su spojene s „ili“ moraju se razumjeti isključivo kao izrazi za misli, odnosno ne smiju se razumjeti na način da je svaka izražena sa snagom tvrđenja. Naprotiv, cijela složena misao mora se prepoznati kao istinita. U izrazima običnog jezika ovo nije dovoljno naglašeno. Kada se izjavi „5 je manje od 4 ili 5 je veće od 4“, tada svaka od sastavnih rečenica ima jezičnu formu kao da je svaka za sebe izražena sa snagom tvrđenja, dok bi se zapravo trebala cijela složenica postaviti kao istinita. Možda se pronalazi da se ovdje dani smisao riječi „ili“ ne podudara uvijek s običnom jezičnom upotrebom. Međutim, prvo treba primijetiti da kod utvrđivanja smisla znanstvenih izraza zadaća ne može biti precizno pogađanje jezične upotrebe u svakodnevnom životu. Svakodnevna jezična upotreba je za znanstvene svrhe, u kojima se mora ispuniti zahtjev preciznosti, uglavnom neprimjerena. Znanstveniku mora biti dopuštena mogućnost da u korištenju riječi „uho“ odstupa od njezine svakodnevne jezične upotrebe. Sporedne primisli u području logike mogu imati ometajući učinak. Nakon ovoga što je rečeno o upotrebi riječi „ili“, može se istinito tvrditi: „Friedrich Veliki je pobijedio u bitki kod Roßbacha ili je dva veće od tri“. Tu netko misli: „Čudnovato! Kakve veze ima bitka kod Roßbacha s besmislicom da je dva veće od

tri.“ To da je dva veće od tri nije besmislica nego naprosto neistina. Za logiku je irelevantno je li neistinu neke misli teško ili lako shvatiti. Naviknuti smo kod rečenica koje su spojene s „ili“ pretpostaviti da smisao jedne mora imati nekakvu vezu sa smislom druge, da između njih postoji nekakva srodnost. U nekom bi se konkretnom slučaju srodnost i mogla navesti, međutim u nekom drugom slučaju ne bi se mogla pronaći nikakva srodnost smisla koju bi „ili“ mogao spojiti i koja bi se mogla pribrojiti smislu ove riječi. No zašto govornik uopće dodaje drugu rečenicu? Ako želi tvrditi da je Friedrich Veliki pobijedio kod Roßbacha, nije li mu za to dovoljna samo prva rečenica. Ipak trebamo pretpostaviti da nije htio reći kako je dva veće od tri. Da se govornik zadovoljio samo s prvom rečenicom, s manje bi riječi rekao više. Čemu ovoliko trošenje riječi? Ova pitanja također vode u sporedne stvari. Nas se ovdje uopće ne tiče koje je namjere i motive govornik imao da kaže upravo jednu stvar a ne drugu. Nas se tiče samo ono što je izrečeno.

Prve četiri vrste složenih misli imaju zajedničko svojstvo u tome da su njihove sastavne misli međusobno zamjenjive.

I ovdje slijedi jedan zaključak:

(A ili B) je istinito;

A je neistinito; dakle

B je istinito.

Peta vrsta složenih misli

Kada sastavnice, koje se sastoje od negacije misli i misli, spojimo u složenu misao prve vrste, tada dobijemo složenu misao pete vrste. Ako je „A“ prva misao i „B“ druga misao, onda je smisao od

„(ne A) i B“

takva složena misao. Ovakva složena misao je istinita ako i samo ako je „A“ neistinita i „B“ istinita. Na taj je način složena misao npr. izražena u

„(ne $3^2 = 2^3$) i ($2^4 = 4^2$)“

istinita. To je misao da 3^2 nije jednako 2^3 i da je 2^4 jednako 4^2 . Nakon što je netko spoznao da je 2^4 jednako 4^2 , možda će pretpostaviti da

su eksponent i baza potenciranja univerzalno zamjenjivi. Netko želi spriječiti ovu pogrešku tako što će reći „ 2^4 je jednako 4^2 , ali 3^2 nije jednako 2^3 “. Ako netko sada pita koja je razlika između povezivanja s „i“ te povezivanja s „ali“, onda treba odgovoriti: za ono što sam nazvao mišlju ili smislom rečenice posve je svejedno koji se izraz od ova dva – „i“ ili „ali“ – odabere. Razlika se nalazi samo u tome što nazivam osvjetljenjem⁶ izraza, a ono ne pripada području logike.

Veznik složene misli pete vrste je dvostruko nezasićeni smisao dvostruko nezasićenog izraza

„(ne A) i (ne B)“.

Ovdje uvedene misli nisu međusobno zamjenjive jer

„(ne B) i A“

ne izražava isto što i

„(ne A) i B“

Pozicija prve sastavne misli nije iste vrste kao pozicija druge sastavne misli. S obzirom da se ne usuđujem stvarati novu riječ, primoran sam koristiti riječ „pozicija“ u prenesenom značenju. Kada se govori o napisanim izrazima za misli, riječ „pozicija“ se koristi u značenja za mjesto. Poziciji u izrazu za misao mora odgovarati nešto u samoj misli, a za ovo pridržavam riječ „pozicija“. Ovdje se ne mogu tek tako dopustiti zamjene pozicija misli, no na poziciju prve misli možemo staviti negaciju druge i jednako tako na poziciju druge možemo staviti negaciju prve misli. Međutim, i ovo se mora uzeti sa zrnom soli jer se pritom ne misli na operaciju u prostoru i vremenu. Na taj način iz „(ne A) i B“ dobijemo

„(ne (ne B)) i (ne A)“.

Međutim, kako „(ne (ne B))“ ima isti smisao kao i „B“, tako dobijemo

„B i (ne A)“,

što izražava isto što i

„(ne A) i B“.

⁶ Usp. moj članak „Misao“.

Šesta vrsta složenih misli

Složena misao šeste vrste je negacija složene misli pete vrste. Može se također reći: složena misao šeste vrste je složenica druge vrste u kojoj je prva sastavna misao negirana. Složena misao pete vrste je istinita ako i samo ako je prva sastavna misao neistinita i druga sastavna misao istinita. Iz toga slijedi da je složena misao šeste vrste neistinita ako i samo ako je prva sastavna misao neistinita i druga sastavna misao istinita. Takva je složena misao istinita ako je prva sastavna misao istinita, neovisno o tome je li druga sastavna misao istinita ili neistinita. Ona je također istinita ako je druga sastavna misao neistinita, neovisno o tome je li prva istinita ili neistinita.

Bez toga da znam je li

$$\left(\left(\frac{21}{20}\right)^{100}\right)^2 \text{ veće od } 2^2$$

i bez toga da znam je li

$$\left(\frac{21}{20}\right)^{100} \text{ veće od } 2,$$

ipak mogu spoznati da je složena misao šeste vrste, složena misao koja spaja ovu prvu misao s ovom drugom, istinita. Negacija prve misli i druga misao međusobno se isključuju. To se može reći na sljedeći način:

„Ako je $\left(\frac{21}{20}\right)^{100}$ veće od 2, onda je $\left(\left(\frac{21}{20}\right)^{100}\right)^2$ veće od 2^2 .“

Umjesto „složene misli šeste vrste“ također kažem „hipotetska složena misao“, a prvu misao nazivam „konsekventom“, dok drugu nazivam „antecedentom“. Prema tome, hipotetska složena misao je istinita ako je konsekvent istinit. Hipotetska složena misao je također istinita ako je antecedent neistinit, neovisno o tome je li konsekvent istinit ili neistinit. Međutim, konsekvent uvijek mora biti misao. Ako su „A“ i „B“ prave rečenice, onda u

„ne ((ne A) i B)“

imamo izraz hipotetske složene misli, gdje je konsekvent smisao (misaoni sadržaj) od „A“ i gdje je antecedent smisao (misaoni sadržaj) od „B“. Također možemo pisati

„Ako B, onda A.“

Ovdje ipak mogu nastati problemi. Može se možda smatrati kako ovo ne odgovara svakodnevnoj jezičnoj upotrebi. Tome nasuprot se mora uvijek iznova naglašavati da znanosti mora biti dozvoljeno posjedovati vlastitu jezičnu upotrebu koja nije uvijek podčinjena jeziku svakodnevnog života. Upravo u tome vidim najveću poteškoću filozofije, naime da za svoj rad ne nailazi na primjereno oruđe, tj. nailazi na jezik svakodnevnog života čiju su izgradnju suodredile posve drugačije potrebe od onih koje ima filozofija. Tako je i logika prisiljena od onoga na što nailazi prvo si izbrusiti upotrebljivo oruđe, a i za ovaj posao ona isprva pronalazi tek malo upotrebljivog alata.

Rečenicu

„Ako je 2 veće od 3, onda je 4 prim-broj“

zasigurno će mnogi objasniti kao besmislenu, no ona je prema mojoj stipulaciji istinita jer je antecedent neistinit. Ako je nešto neistinito, to onda ne znači da je ono besmisleno. Bez da zna je li

$${}^{10}\sqrt{10^{21}} \text{ veće od } \left(\frac{21}{20}\right)^{100}$$

netko može spoznati da

$$\text{ako je } {}^{10}\sqrt{10^{21}} \text{ veće od } \left(\frac{21}{20}\right)^{100},$$

$$\text{onda je } \left({}^{10}\sqrt{10^{21}}\right)^2 \text{ veće od } \left(\left(\frac{21}{20}\right)^{100}\right)^2.$$

Nitko u tome ne bi vidio besmisao. Međutim, neistinito je da je

$${}^{10}\sqrt{10^{21}} \text{ veće od } \left(\frac{21}{20}\right)^{100}$$

i jednako je tako neistinito da je

$$\left({}^{10}\sqrt{10^{21}}\right)^2 \text{ veće od } \left(\left(\frac{21}{20}\right)^{100}\right)^2.$$

Ako bi se ovo moglo jednako lako uvidjeti kao i neistinitost toga da je 2 veće od 3, onda bi se hipotetska složena misao iz ovoga primjera prčinila jednako besmislenom kao i primjer da je 2 veće od 3. Je li neistinitost neke misli lakše ili teže uvidjeti, za logičko razmatranje ne znači ništa. Ova distinkcija pripada psihologiji.

Također je misao koju izražava složena rečenica

„Ako bi neki pijetao danas sneo jaje, onda bi se sutra ujutro urušila katedrala u Kölnu.“

istinita. Netko bi možda rekao: „Međutim, antecedent i konsekvent ovdje uopće nemaju nikakve unutarnje povezanosti“. Međutim, u svome objašnjenju ni nisam iziskivao nikakvu takvu povezanost. Tražio sam samo da se pod „Ako B, onda A“ razumije ono što sam rekao i izrazio u formi

„ne [ne A i B]“.

Ipak, takvo razumijevanje hipotetske složene rečenice može isprva djelovati čudno. Međutim, moje se objašnjenje ne svodi na to da odgovara jezičnoj upotrebi svakodnevnog života, odnosno jezičnoj upotrebi koja je za svrhe logike isuviše nejasna i oscilirajuća. U jezičnoj upotrebi svakodnevnog života svašta se pojavljuje, npr. odnos između uzroka i posljedice, namjera s kojom govornik izgovara rečenicu u formi „ako B, onda A“, razlog zbog kojeg njezin sadržaj smatra istinitim. Govornik možda daje upute za pitanja koja nastaju kod slušatelja. Takve upute pripadaju dodacima koji često obavijaju misao u jeziku svakodnevnog života. Međutim, moja se zadaća ovdje sastoji u tome da, odstranjajući takve dodatke, izlučim logičku jezgru složenice koja se sastoji od dvije misli, složenice koju sam nazvao hipotetska složena misao. Uvid u strukturu složene misli koja se sastoji od dvije misli izgrađuje osnovu razmatranja višestruko složenih misli.

Ono što sam rekao o izrazu „ako B, onda A“ ne treba se razumjeti na način da svaka složena rečenica koja ima ovu formu izražava hipotetsku složenu misao. Ako „A“, uzet za sebe, nije nikakav potpuni izraz za misao, odnosno nije prava rečenica, ili ako „B“, uzet za sebe, nije prava rečenica, onda imamo drugačiji slučaj. U složenoj rečenici

„Ako je netko ubojica, onda je on kriminalac“

niti antecedentalna rečenica niti konsekventalna rečenica ne izražavaju, uzete svaka za sebe, misao. Ako izvadimo rečenicu „on je kriminalac“ i izrazimo je bez dodatne upute, onda ne možemo odlučiti je li ona istinita ili neistinita jer riječ „on“ u ovoj rečenici nije nikakvo vlastito ime. Ova riječ bez dodatne upute ne označava ništa. Dakle, konsekventalna rečenica ne izražava nikakvu misao, odnosno nije prava rečenica. Isto vrijedi i za našu antecedentalnu

rečenicu jer se u njoj nalazi riječ „netko“ koja također ne označava ništa. Usprkos tome, ova složena rečenica može izraziti misao. „Netko“ i „on“ upućuju jedno na drugo. Prema tome i prema „ako ... , onda ...“ obje su rečenice povezane na način da zajedno izražavaju jednu misao, dok u hipotetskoj složenoj misli možemo razlikovati tri misli: antecedent, konsekvent i iz ovih složenu misao. Dakle, složena rečenica ne izražava uvijek složenu misao i iznimno je bitno razlikovati ova dva slučaja koja se mogu pojaviti u složenim rečenicama s formom:

„Ako B, onda A“.

I ovdje navodim jedan zaključak:

[Ako B, onda A] je istinito;

B je istinito; dakle

A je istinito.

O ovom se zaključku najbolje pokazuje ono što je svojstveno hipotetskoj složenoj misli.

Još je jedan način zaključivanja vrijedan pozornosti.

[Ako C, onda B] je istinito;

[ako, B, onda A] je istinito; dakle

[ako C, onda A] je istinito.

Ovdje se može spomenuti jedan pogrešan način govora. Neki se matematičari izražavaju kao da se zaključci mogu izvoditi iz misli čija je istinitost još dvojbena. Ako se kaže „zaključujem A iz B“ ili „zaključujem da iz B slijedi istinitost od A“, onda se pod B razumiju premise ili samo jedna premisa zaključka. Međutim, dok se nije prepoznala istinitost neke misli, ona se ne može koristiti kao premisa zaključka. Iz nje se ne može ništa izvesti ili zaključiti. Ako to netko ipak misli napraviti, onda, kako se čini, brka prepoznavanje istinitosti hipotetske složene misli i zaključka u kojem se antecedent ove složene misli uzima kao premisa. Ipak, prepoznavanje istinitosti od

„ako C, onda A“

može, kao i u gore navedenom primjeru, počivati na zaključku,

a pritom može biti dvojbena je li C istinito⁷. Međutim, misao koju ovdje izražava „C“ uopće nije premisa ovoga zaključka. Premisa je smisao rečenice

„ako C, onda B“.

Ako bi misao, kao sadržaj od „C“, bila premisa ovoga zaključka, onda se ona uopće ne bi pojavila u konkluziji zaključka – tako naprosto funkcionira zaključivanje.

Vidjeli smo da se u složenoj misli pete vrste prva misao može zamijeniti negacijom druge i da se ujedno druga može zamijeniti negacijom prve, bez da se pritom mijenja smisao cjeline. Kako je složena misao šeste vrste negacija složene misli pete vrste, ovo također vrijedi i za složenu misao šeste vrste. U hipotetskoj složenoj misli se može, bez da se pritom mijenja smisao, antecedent zamijeniti negacijom konsekventa i ujedno konsekvent negacijom antecedenta. To se naziva prijelazom od modus ponensa na modus tolens, tj. kontrapozicija.

Pregled šest vrsta složene misli

(1) A i B

(2) ne (A i B)

(3) (ne A) i (ne B)

(4) ne ((ne A) i (ne B))

(5) (ne A) i B

(6) ne ((ne A) i B)

Samo se od sebe nameće da dodamo

A i (ne B),

ali je smisao od

„A i (ne B)“

jednak smislu od

„(ne B) i A“,

za svaku pravu rečenicu „A“ i „B“. Kako „(ne B) i A“ ima istu

⁷ Preciznije rečeno: je li u C izražena misao istinita.

formu kao i „(ne A) i B“, njome nismo dobili ništa novo već smo samo ponovili izraz za složenu misao pete vrste. U izrazu

„ne (A i (ne B))“

imamo ponovno izraz za složenu misao šeste vrste. Na taj način naših šest vrsta složenih misli izgrađuju zatvorenu cjelinu, a složena misao prve vrste i negacija pričinjavaju se kao primitivne sastavnice. Primat koji se prema ovome može pridati složenoj misli prve vrste, kolikogod to bilo prihvatljivo psiholozima, u logičkom smislu nema opravdanja. Tomu je tako jer se bilo koja od ovih šest vrsta može uzeti kao polazište i iz nje se zajedno s negacijom mogu izvesti ostale. U tom smislu za logiku svih šest vrsta imaju jednako opravdanje. Kreće li se npr. od hipotetske složene misli

ako B, onda C

ili

ne ((ne C) i B)

i umjesto „C“ se stavi „ne A“, onda se dobije

ako B, onda ne A

ili

ne (A i B).

Prema tome se u

ne (ako B, onda ne A)

kaže isto što i u

A i B.

Na taj se način složena misao prve vrste može svesti na složenu misao šeste vrste i negaciju. Kako se iz složene misli prve vrste i negacije mogu izvesti sve ostale, tako se iz hipotetske složene misli i negacije također mogu izvesti sve ostale složene misli. Ono što je rečeno o složenim mislima prve i šeste vrste vrijedi za naših šest vrsta općenito, tako da nijedna od ovih vrsta nema nikakvu prednost pred drugima. Svaka od njih može poslužiti kao osnova za izvođenje ostalih. Odabir nije određen logičkim razlozima.

Nešto slično imamo i kod utemeljenja geometrije. Možemo načiniti dvije geometrije na način da nam pojedini teoremi prve

posluže kao aksiomi za drugu i da nam pojedini teoremi druge posluže kao aksiomi za prvu.

Sada ćemo razmotriti slučajeve u kojima nisu spojene dvije različite misli, nego u kojima je jedna te ista misao spojena sa samom sobom. Ako je „A“ prava rečenica, onda

„A i A“

izražava isto što i „A“. Ova prva ne kaže ništa više i ništa manje od ove druge. Prema tome

„ne (A i A)“

izražava isto što i „ne A“. Jednako tako

„(ne A) i (ne A)“

izražava isto što i „ne A“. Nadalje

„ne [(ne A) i (ne A)]“

izražava isto što i „ne ne A“ ili isto što i „A“.

Kako je „ne [(ne A) i (ne A)]“ složena misao četvrte vrste, ona se može i ovako izraziti

„A ili A“.

Dakle, ne samo da

„A i A“

nego i

„A ili A“

ima isti smisao kao „A“.

Stvari su drugačije kod složene misli pete vrste. Složena misao izražena s

„[(ne A) i A]“

je neistinita. Kada imamo dvije misli od kojih je jedna negacija druge, onda je jedna uvijek neistinita, a na taj je način i složena misao prve vrste neistinita. Prema tome, kada ovaj izraz negiramo, tj. kada dobijemo izraz za složenu misao šeste vrste

„ne [(ne A) i A]“,

onda je takva složena misao šeste vrste istinita, ako je A prava rečenica. Ovu složenu misao možemo parafrazirati u prirodnom

jeziku uz pomoć

„ako A, onda A“,

npr. „ako je Schneekoppe viši od Brockena, onda je Schneekoppe viši od Brockena“.

U jednom takvom slučaju nameću se pitanja: „Izražava li ova rečenica misao? Nije li ona besadržajna? Što se saznaje novo kada ju se čuje?“ Vjerojatno se prije nego što se čuje ovu rečenicu ova istina uopće nije znala, odnosno nije se prepoznala kao istina. Utoliko se ipak u određenim okolnostima može iz nje saznati nešto što je nekome novo. To da je Schneekoppe viši od Brockena, ako je Schneekoppe viši od Brockena, istina je koju se ipak ne može poreći. Ova složena rečenica mora izražavati misao, budući da samo misao može biti istinita. Tada je i negacija ove misli također misao, unatoč njezinoj prividnoj besmislenosti. Mora se uvijek biti svjestan toga da se misao može izraziti, a da ju se ne tvrdi. Ovdje se radi samo o mislima. Privid besmislenosti proistječe iz toga što netko misli da je rečenica izgovorena sa snagom tvrđenja. Međutim, tko uopće kaže da netko tko ovu rečenicu izgovara bez snage tvrđenja, to čini kako bi njezin sadržaj postavio kao istinit? Možda on to čini upravo sa suprotnom namjerom.

Ovo se da poopćiti. Neka je „O“ rečenica u kojoj je izražen poseban slučaj nekog logičkog zakona, ali nije postavljen kao istinit. Tada se „ne O“ lagano može učiniti besmislenom, ali samo zbog toga što se misli da je izgovorena sa snagom tvrđenja. Tvrđenje neke misli koja proturječi nekom logičkom zakonu može se ustvari činiti ako ne besmislenom onda ipak proturječnom. Razlog se nalazi u tome što je istina nekog logičkog zakona jasna neposredno iz njega samoga, iz smisla njegovog izraza. Međutim, misao koja proturječi nekom logičkom zakonu smije se izraziti iz razloga što ju se smije negirati. Međutim, sama „O“ se čini skoro posve besadržajnom.

S obzirom na to da je svaka složena misao i sama misao, ona može biti spojena s drugim mislima. Tako je složenica izražena pomoću

„(A i B) i C“,

složena iz misli koje se mogu izraziti pomoću

„A i B“ i „C“.

Međutim, ovo možemo također shvatiti kao da je složeno iz misli izraženih pomoću

„A“, „B“, „C“.

Tako mogu nastati⁸ složene misli koje sadržavaju tri misli. Drugi primjeri složenica iz triju misli izraženi su u:

„ne [(ne A) i (B i C)]“ i „ne [(ne A) i ((ne B) i (ne C))]“.

Tako se također mogu naći i primjeri složenih misli koje sadržavaju četiri, pet ili više misli.

Za izgradnju svih ovih složenica dovoljne su složene misli prve vrste i negacija, pri čemu se umjesto prve vrste može izabrati i bilo koju drugu od naših šest vrsta. Sada se nameće pitanje o tome je li svaka složena misao izgrađena na ovaj način. Što se tiče matematike, uvjeren sam da se njezine složene misli ne izgrađuju na drugačiji način. I u fizici, kemiji, astronomiji također teško može biti drugačije, ali finalne rečenice pozivaju na oprez te se čini da zahtijevaju preciznije istraživanje. Ovo ću pitanje ovdje ostaviti neriješenim. Ipak se čini da složene misli formirane iz složenica prve vrste posredstvom negacije zaslužuju poseban naziv. Mogu se nazvati „matematičke složene misli“. Međutim, time se ne želi reći da postoje druge složene misli. Matematičke složene misli imaju još nešto što im je zajedničko. Ako se u jednoj takvoj složenoj misli jedna istinita misao zamijeni s istinitom mišlju, onda je tako nastala složena misao istinita ili neistinita ovisno o tome je li prvotna složena misao bila istinita ili neistinita. Isto vrijedi ako se u matematičkoj složenoj misli jedna neistinita misao zamijeni s jednom neistinitom mišlju. Želim reći da dvije misli imaju istu istinosnu vrijednost ako su obje ili istinite ili neistinite. Prema tome kažem da misao izražena pomoću „A“ ima istu istinosnu vrijednost kao i ona izražena pomoću „B“, ako ili

„A i B“,

ili

„(ne A) i (ne B)“

⁸ Ovo se nastajanje ne smije shvatiti kao vremenski proces.

izražavaju istinitu misao. Nakon što je ovo utvrđeno, naša se rečenica može ovako izreći:

„Zamijeni li se u nekoj matematičkoj složenoj misli jedna misao nekom drugom iste istinosne vrijednosti, onda tako dobivena složena misao ima istu istinosnu vrijednost kao i ona prvotna.“