

Primljen / Received: 28.1.2015.

Ispravljen / Corrected: 26.6.2015.

Prihvaćen / Accepted: 24.8.2015.

Dostupno online / Available online: 10.12.2015.

# Ojačanje ab greda tehnikom povezivanja s predgotovljenom ab pločom

## Autori:



Izv.prof.dr.sc. **Ali Demir**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište Celal Bayar, Turska  
Građevinski fakultet  
[ali.demir@cbu.edu.tr](mailto:ali.demir@cbu.edu.tr)



Izv.prof.dr.sc. **Muhiddin Bağcı**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište Celal Bayar, Turska  
Građevinski fakultet  
[muhiddin.bagci@cbu.edu.tr](mailto:muhiddin.bagci@cbu.edu.tr)



Prof.dr.sc. **Muhammed Tekin**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište Gelisim, Turska  
Građevinski fakultet  
[mtekin@gelisim.edu.tr](mailto:mtekin@gelisim.edu.tr)



Doc.dr.sc. **Ayhan Nuhoğlu**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište Ege, Turska  
Građevinski fakultet  
[ayhan.nuhoglu@ege.edu.tr](mailto:ayhan.nuhoglu@ege.edu.tr)

Prethodno priopćenje

**Ali Demir, Muhiddin Bağcı, Muhammed Tekin, Ayhan Nuhoğlu**

## Ojačanje ab greda tehnikom povezivanja s predgotovljenom ab pločom

U radu se analizira ponašanje AB greda ojačanih predgotovljenim AB pločama pravokutnog i U-presjeka. Provedeno je eksperimentalno istraživanje s ciljem ocjenjivanja učinkovitosti ojačanja predgotovljenim pločama. To je istraživanje popraćeno i 2-D nelinearnom analizom uz primjenu metode konačnih elemenata (NLFEA). Rezultati NLFEA analize su pokazali dobro podudaranje s rezultatima ispitivanja. Smatra se da je predloženi postupak dobra alternativa ojačanju pomoću AB obloga te da je taj postupak praktičan, ekonomičan i pouzdan za zgrade ili mostove s većim brojem jednakih greda.

### Ključne riječi:

AB greda, predgotovljena AB ploča, povezivanje, ojačanje, nelinearna analiza metodom konačnih elemenata

Preliminary note

**Ali Demir, Muhiddin Bağcı, Muhammed Tekin, Ayhan Nuhoğlu**

## RC beam strengthening using precast RC plate bonding technique

The behaviour of RC beams strengthened with precast RC plates of rectangular and U cross-section is studied in the paper. An experimental investigation was conducted to assess effectiveness of strengthening with precast plates. The investigation was supported with the 2-D nonlinear finite element analysis (NLFEA). The NLFEA results showed a good level of correlation with test results. The proposed technique is considered to be a good alternative to RC jacketing and the technique is practical, economical and reliable for buildings or bridges with a greater number of similar beams.

### Key words:

RC beam, precast RC plate, bonding, strengthening, nonlinear finite element analysis

Vorherige Mitteilung

**Ali Demir, Muhiddin Bağcı, Muhammed Tekin, Ayhan Nuhoğlu**

## Verstärkung von Balkenträgern durch Verbundtechniken mit vorgefertigten Stahlbetonplatten

In dieser Arbeit wird das Verhalten von Stahlbetonbalken, die mittels vorgefertigter Stahlbetonplatten rechteckigen oder U-förmigen Querschnitts verstärkt sind, analysiert. Um die Wirksamkeit der Verstärkung durch vorgefertigte Platten zu beurteilen, wurden experimentelle Versuche durchgeführt. Die Untersuchungen wurden auch durch 2-D nichtlineare Finite-Elemente-Analysen (NLFEA) begleitet. Die Ergebnisse der NLFEA haben eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen gezeigt. Das vorgeschlagene Verfahren kann als gute Alternative zur Verstärkung durch Ummantelung mit Stahlbeton angesehen werden und hat sich bei Gebäuden oder Brücken mit mehreren identischen Balkenträgern als praktisch, ökonomisch und zuverlässig erwiesen.

### Schlüsselwörter:

Stahlbetonbalken, vorgefertigte Stahlbetonplatte, Verbund, Verstärkung, nichtlineare Finite-Elemente-Analyse

## 1. Uvod

Danas se u potresnom inženjerstvu sve veće značenje pridaje ocjeni stanja i obnovi postojećih AB građevina. Mogu se primijeniti različiti pristupi za seizmičku obnovu AB građevina, kao što su poboljšanje postojećih AB okvira, primjena posmično otpornih zidova (bilo ojačavanjem postojećih AB zidova ili ugradnjom novih posmičnih zidova) ili ugradnjom uređaja za disipaciju energije [1]. Moglo bi se reći da se aktivnosti održavanja, ojačavanja i nadogradnje konstrukcijskih elemenata mogu svrstati među ključne probleme u građevinskoj praksi. Jedna od poteškoća u postupku ojačavanja AB konstrukcija je odabir metode ojačanja koja će osigurati poboljšanje nosivosti i uporabljivosti ojačavane građevine. Radi ojačanja konstrukcijskih elemenata, projektanti se najčešće odlučuju za vanjske obloge od čelika [2-6], ploče od polimera ojačanog vlaknima (eng. Fibre Reinforced Polymer - FRP) [7-9] te AB obloge [10-15].

Altun [16] je odredio i eksperimentalno usporedio mehanička svojstva AB greda podvrgnutih savijanju prije i nakon oblaganja AB oblogom. Ustanovio je da je mehaničko ponašanje oblogom ojačanih AB greda slično i ponešto bolje u usporedbi s ponašanjem AB greda istih dimenzija, unatoč činjenici da su dijelovi jezgre oblogom ojačanih AB greda dosegli stanje tečenja. Adhikary i Mutsuyoshi [17] prikazali su rezultate parametarske analize u kojoj su pokazali utjecaje omjera debljine čelične ploče i visine grede, debljine čelične ploče, čvrstoće betona i koeficijenta armiranja unutarnje posmične armature. Nakon toga je prikazana formula za proračun posmične čvrstoće greda s kontinuiranim čeličnim pločama povezanih na hrptu grede. Ustanovljeno je dobro podudaranje između posmične čvrstoće izračunane na temelju predložene formule i MKE s jedne strane, te eksperimentalnih rezultata s druge. Arslan i dr. [18] istražili su učinkovitost povećanja čvrstoće na savijanje s kontinuiranim horizontalnim pločama i ponašanje AB greda pravokutnog presjeka u odnosu opterećenje - progib nakon ojačanja. Tako ojačane AB grede ispitane su u istim uvjetima te je istražen doprinos metoda sanacije i ojačanja nosivosti ispitanih greda. Rezultati dobiveni 3-D nelinearnom analizom uz primjenu metode konačnih elemenata (eng. *Nonlinear finite element analyses* - NLFEA) uspoređeni su s rezultatima ispitivanja, te je predložen izraz za izračunavanje granične nosivosti. Su i dr. [6] eksperimentalno su odredili učinkovitost betonskih greda bočno ojačanih vijčano spojenim čeličnim pločama, i to za različite varijante rasporeda matica. Uočeno je da raspored matica ima dominantan utjecaj na duktilnost greda u pogledu poslijeelastičnog povećanja čvrstoće i duktilnosti pomaka. Ceroni [19] je prikazao rezultate eksperimentalnog programa u okviru kojeg su AB grede ojačane vanjskom oblogom od polimernih traka ojačanih ugljičnim vlaknima ili od polimerskih šipaka ojačanih ugljičnim vlaknima koje su se ugrađivale površinski (eng. *Near Surface Mounted FRP carbon bars*). Primijenjena su monotona i ciklična opterećenja

za ispitivanje u četiri točke. Osim toga, kod ojačanja polimernim plahtama ojačanih ugljičnim vlaknima, korišteni su i elementi za sidrenje na krajevima ili raspoređeni elementi za sidrenje u obliku slova U. Razmatrana je usporedba eksperimentalno i teoretski dobivenih sila loma. Raval i Dave [15] primijenili su razne metode na bazi obloga za ojačanje AB greda. Kao rezultat ispitivanja na glatkoj površini obloženih greda promatrala se najveća nosivost, koja je postignuta primjenom postupka oblaganjem u kojem su korišteni moždanici u kombinaciji s mikrobetonom kao veznim sredstvom.

U ovom je radu cilj istraživanja ojačati referentne grede primjenom predgotovljenih AB ploča pravokutnog presjeka i presjeka u obliku slova U. Osim toga, u radu je ispitana i učinkovitost ojačanja na savijanje te posmičnog ojačanja pomoću predstavljenih predgotovljenih ploča. Također je istraženo ponašanje AB greda u odnosu opterećenje - progib. U završnom dijelu rada rezultati ispitivanja su uspoređeni s rezultatima NLFEA analize provedene radi određivanja opterećenja pri kojem dolazi do pojave prvih pukotina, zatim radi određivanja graničnih opterećenja te raznih načina sloma. Smatra se da predloženi postupak ojačanja može biti dobra alternativna metodama ojačanja koje su prethodno prikazane u literaturi, a to se naročito odnosi na klasične postupke ojačanja pomoću AB obloga.

Neke od metoda prethodno prikazane u literaturi imaju određene nedostatke kao što su primjerice ponašanje u požaru, korozija, popuštanje veza konstrukcije i ojačanja prilikom opterećivanja te složenost samog postupka izvedbe ojačanja. Nasuprot tome, postupak ojačanja predložen u sklopu ovog rada nije podložan učincima požara i korozije. Štoviše, postupak je jednostavan za primjenu, ekonomičan i dostatan u smislu povećanja nosivosti. Uz to, postavljanje oplate, armiranje i betoniranje nije potrebno raditi na samom gradilištu. Međutim, valja naglasiti da se ovim postupkom povećava vlastita težina konstrukcije. To je nedostatak ove, ali i svih metoda ojačanja pomoću obloga. Taj se nedostatak može umanjiti primjenom tankih ploča i lakog betona.

## 2. Program eksperimentalnih istraživanja

Devetnaest slobodno oslonjenih AB greda podvrgnuto je ispitivanju u četiri točke. Od sveukupno ispitanih greda, trinaest ih je bilo ojačano predgotovljenim pločama, dok su preostale grede bile referentne grede. Mehanička svojstva betona i čelika za armaturu, koji su upotrijebljeni za izradu greda i ploča, određena su pomoću različitih ispitivanja u skladu s odgovarajućim turskim normama [20, 21]. Dimenzije greda su određene prema veličini prostora laboratorija i kapacitetu hidrauličke preše korištene za ispitivanja. U ovom je radu poboljšano samo ponašanje pri savijanju i posmično ponašanje greda. Međutim, postoji mogućnost prekoračenja tlačne čvrstoće u slučaju jače armiranih greda. Ta se mogućnost treba uzeti u obzir u budućim ispitivanjima.

## 2.1. Materijali

Betonska mješavina korištena za izradu ispitivanih elemenata sastoji se od portland cementa (PC 42,5) i agregata s najvećom veličinom zrna promjera 12 mm. Za grede i predgotovljene ploče pripravljene su dvije vrste betonskih mješavina. Prije proizvodnje bilo je predviđeno da tlačne čvrstoće betonskih greda i ploča pri 28 dana starosti iznose 16 MPa, odnosno 35 MPa. Na temelju preliminarnih ispitivanja određeno je da vodocementni omjer ( $v/c$ ) postojećih greda iznosi 0,93. Određen je  $v/c$  omjer ploča za ojačanje 0,57 kako se ploča ne bi oštetila tijekom ispitivanja. Svojstva betona su ispitana na dvanaest uzoraka oblika valjka dimenzija 150 x 300 mm uzetih iz greda i ploča. Sastojci i pripadajuće količine za obje mješavine iskazani su u tablici 1. Prosijavanje krupnog i sitnog agregata je provedeno u skladu s normom TS3530-EN933-1 [22].

Tablica 1. Betonska mješavina prihvaćena za proizvodnju 1 m<sup>3</sup> betona

Materijal	Količina [kg/m <sup>3</sup> ]	
	Greda	Ploča
Voda	200	220
Cement	215	380
Sitni agregat	1000	900
Krupni agregat	950	875
Superplastifikator	2,15	3,80

Srednje vrijednosti svojstava betona, koje su dobivene jednoosnim tlačnim ispitivanjem provedenim na uzorcima oblika valjka uzetih iz mješavina greda i ploča, prikazane su u tablici 2. Vlačna čvrstoća betona, procijenjena prema TS500-2000 [21] na temelju ispitane tlačne čvrstoće ( $f_c$ ), iznosi  $0,35\sqrt{f_c}$  (izraženo u MPa).

Tablica 2. Svojstva betona

Uzorak	Tlačna čvrstoća [MPa]	Deformacija pri maksimalnom naprezanju [mm/mm]	Vlačna čvrstoća [MPa]	Modul elastičnosti [MPa]
Greda	16,3	0,0026	1,33	22000
Ploča	34,4	0,0031	1,94	29500

Tri uzorka su uzeta za svaku vrstu armature i provedena su vlačna ispitivanja. Dobivene vrijednosti granice popuštanja ( $f_p$ ), vlačne čvrstoće ( $f_t$ ) i modula elastičnosti prikazane su u tablici 3.

Tablica 3. Svojstva armature

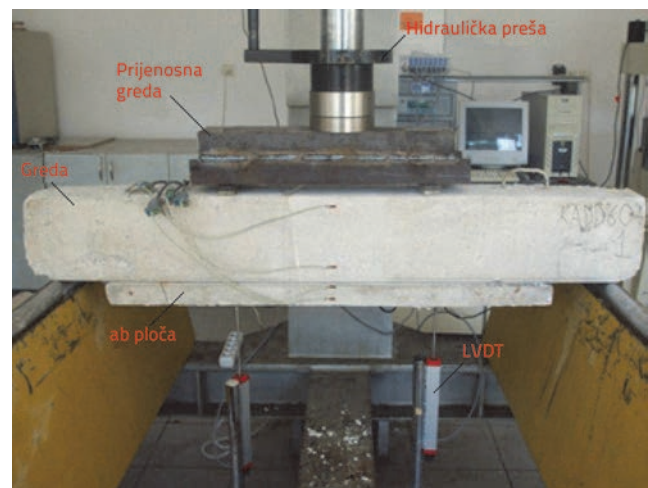
Promjer šipke [mm]	$E_s$ [MPa]	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]
6	213000	505	615
8	210000	470	575
10	211000	450	550
12	207000	440	530
10*	211000	455	560

10\* - sidene šipke ugrađene uz pomoć epoksidnog ljepila

Za kemijsko sidrenje korišteno je dvokomponentno epoksidno ljepilo. To kemijsko ljepilo služilo je za sanaciju pukotina u betonu te za dodatno učvršćivanje matica za sidrenje. Vlačna čvrstoća korištenog kemijskog ljepila iznosi 30 MPa. Moduli elastičnosti epoksida iznose 3800 MPa pri opterećenju na savijanje te 4500 MPa pri vlačnom opterećenju.

## 2.2. Eksperimentalni postupak i mjerna oprema

Sve su grede monotono opterećivane do granice nosivosti kako bi se definirao odnos opterećenje - pomak. Devetnaest AB greda, od toga šest neojačanih referentnih greda i trinaest ojačanih greda, podvrgnuto je dvoosnom opterećenju. Dvoosno opterećenje odabrano je zato što se takvim opterećenjem postiže konstantni maksimalni moment te nema posmika u zoni između osi opterećenja, dok se konstantna maksimalna posmična sila javlja između mjesta oslanjanja grede i osi opterećenja. Za prijenos dvoosnog opterećenja upotrijebljena je čelična prijenosna greda (2U160). Ispitivane grede su bile slobodno oslonjene s rasponom od 1350 mm između oslonaca. Opterećenje se nosilo u vertikalnom smjeru na 1/3 neto duljine grede pomoću hidrauličke preše kapaciteta 250 kN. Grede su kontrolirano opterećivane do sloma. Pomaci grede na mjestima nanošenja opterećenja mjereni su pomoću linearno varijabilnih diferencijalnih transformatora (eng. *Linear Variable Differential Transformer* - LVDT). Eksperimentalni postav ispitivanja je prikazan na slici 1.



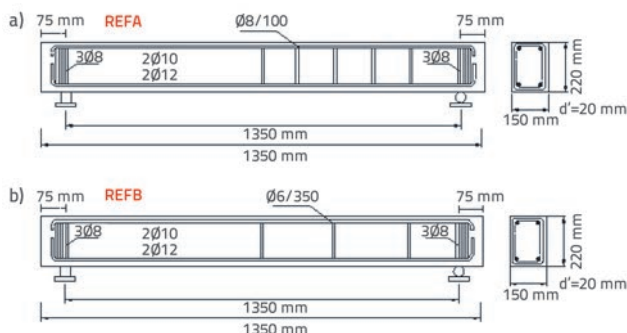
Slika 1. Eksperimentalni postav

## 2.3. Detaljni prikaz ispitanih greda

### 2.3.1. Referentne grede

Izrađeno je devetnaest greda s dvije kombinacije postavki vilica, a trinaest od tih greda je ojačano predgotovljenim pločama. Iako je posmična nosivost prvog tipa greda nazvanih REFA (slika 2.a) bila dostatna, to nije bio slučaj s drugim tipom greda nazvanih REFB (slika 2.b). Dimenzije referentnih greda

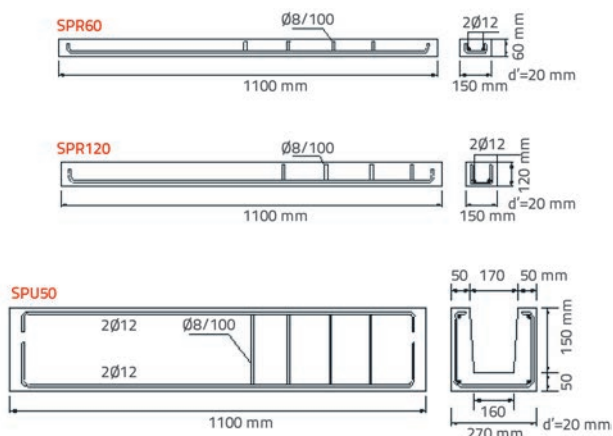
iznosile su 150 mm (b) x 220 mm (h) x 1500 mm (l). U sve referentne grede ugrađena je vlačna (2Ø12) i tlačna (2Ø10) armatura. Grede REFA su armirane vilicama Ø8/100 mm uzduž grede, kako je to prikazano na slici 2.a. Grede REFB armirane su vilicama Ø6/350 mm uzduž grede, kako je to prikazano na slici 2.b. Po tri grede tipa REFA i tri grede tipa REFB podvrgnute su opterećenju bez ojačanja. U svim gredama debljina je betonskog zaštitnog sloja glavne armature za savijanje iznosila 20 mm.



Slika 2. Geometrija i način armiranja greda: a) REFA; b) REFB

### 2.3.2. Predgotovljene AB ploče za ojačanje

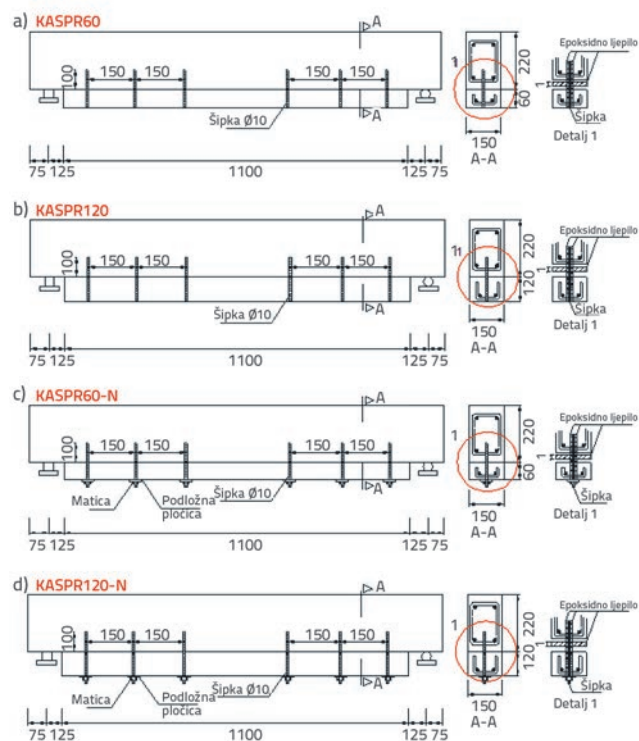
Trinaest ploča za ojačanje je proizvedeno prije njihovog povezivanja s gredama. Dvanaest ploča pravokutnog presjeka, visine 60 mm (ploče "SPR60") i 120 mm (ploče "SPR120") te dužne 1100 mm, armirano je armaturom 2Ø12 u vlačnoj zoni (slika 3.). Širina ploča SPR60 i SPR120 iznosila je 150 mm. Osim toga, proizvedena je i jedna ploča U-presjeka visine 50 mm (ploča "SPU50"). Ona je armirana armaturom 2Ø12 u vlačnoj i tlačnoj zoni, kao što se to vidi na slici 3. Pravokutne ploče i ploča s U-presjekom armirane su vilicama Ø8/100 mm po dužini ploče (slika 3.).



Slika 3. Geometrija i način armiranja predgotovljenih AB ploča za ojačanje

### 2.3.3. Povezivanje i ojačavanje greda oblaganjem pomoću predgotovljenih ploča

Za povezivanje predgotovljenih ploča i greda primijenjene su različite metode. Ploče SPR60 i SPR120 povezane su s donjom stranom greda REFA s ciljem ojačanja čvrstoće grede na savijanje. Grede REFA ojačane vanjskim spajanjem s pločama SPR60 i SPR120 označene su kao KASPR60 i KASPR120 (slike 4.a i 4.b). Prije ugradnje sidrenih šipaka promjera 10 mm, donja strana greda REFA i ploča za ojačanje izbušena je do dubine od 150 mm. Otvori promjera 12 mm očišćeni su zrakom pod pritiskom. U tako očišćene otvore injektirano je kemijsko ljepilo, te su nakon toga umetnute sidrene šipke. Na taj su način izvedeni elementi KASPR60 (tri uzorka) i KASPR120 (tri uzorka). Osim toga, ploče SPR60 i SPR120 povezane su s gredama REFA pomoću matica i podložnih pločica te epoksidnim ljepilom i sidrenim šipkama. Takvi elementi nazvani su KASPR60-N i KASPR120-N. Po tri ovakva uzorka izrađena su na jednak način kao uzorci KASPR60 i KASPR120 (slike 4.c i 4.d). Ojačane grede su njegovane u laboratorijskim uvjetima najmanje 28 dana prije nanošenja opterećenja.



Slika 4. Ojačanje greda na savijanje pomoću ploča pravokutnog presjeka

Jedna ploča SPU50 povezana je s gredom REFB za posmično ojačanje i ojačanje na savijanje. Ploča SPU50 pričvršćena je na donju stranu i na bočne strane greda kemijskim ljepilom i sidrenim šipkama, kao što je prikazano na slici 5. Referentna greda ojačana s vanjske strane pločom SPU50 označena je kao

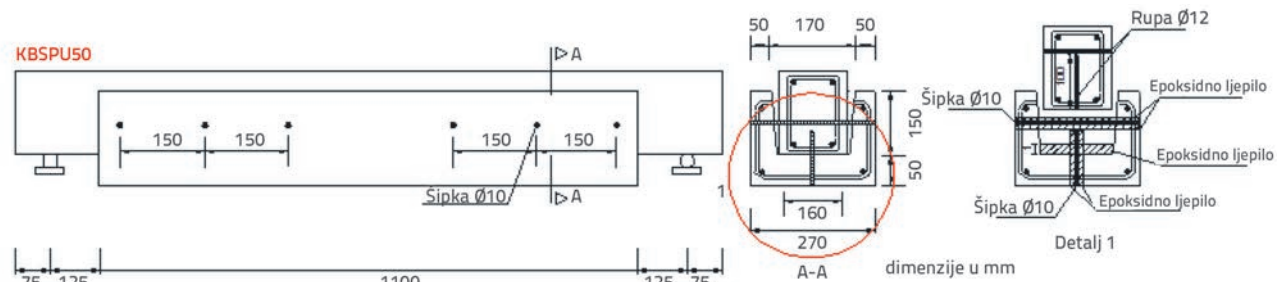
Tablica 4. Svojstva greda

Grede	Broj	Visina [mm]	Debljina ploče [mm]	Armatura donje zone	Posmična armatura grede [%]	Posmična armatura ploče [%]	Matica	a/d
REFA	3	220	-	2Ø12	0,66	-	-	2,25
REFB	3	220	-	2Ø12	0,10	-	-	
KASPR60	3	280	60	4Ø12	0,66	0,66	-	
KASPR120	3	340	120	4Ø12	0,66	0,66	-	
KASPR60-N	3	280	60	4Ø12	0,66	0,66	Da	
KASPR120-N	3	340	120	4Ø12	0,66	0,66	Da	
KBSPU50	1	270	50	4Ø12	0,10	0,37	-	

Tablica 5. Srednje vrijednosti rezultata ispitivanja

Ispitivanje Greda	Pojava pukotina	Popuštanje		Maksimalna vrijednost		Duktilnost	Disipacija energije [kN-mm]	Način sloma
	Opterećenje [kN]	Opterećenje [kN]	Pomak [mm]	Opterećenje [kN]	Pomak [mm]			
REFA	49,6	77,8	7,5	85	43,9	5,89	3383	F
KASPR60	72	105	8,4	122	82,3	9,88	9327	F
KASPR120	77	101	7,8	119	69,0	8,90	7530	F
KASPR60-N	80	132,3	11,5	141,7	85,7	7,49	11272	S-F
KASPR120-N	91	121,3	9,5	174,7	43,0	4,60	6148	S-F
REFB	41,5	66,3	6,0	74,6	16,3	2,72	943	S
KBSPU50	98,7	-	-	125,3	5,1	-	550	S

S - posmični slom, F - slom savijanjem, S-F - slom posmik + savijanje



Slika 5. Posmično ojačanje i ojačanje na savijanje greda pomoću ploče U-presjeka

KBSPU50. Prvo su izbušene rupe promjera 12 mm na donjoj strani i na bočnim stranama greda REFB i ploče za ojačanje. Dubina rupa izbušenih s donje strane greda iznosila je oko 150 mm. Otvori na bočnim stranama greda REFB probušeni su kroz čitavi poprečni presjek greda, a zatim očišćeni zrakom pod pritiskom. Nakon toga je kemijsko ljepilo injektirano u otvore, te su umetnute sidrene šipke (slika 5.) promjera 10 mm. Svojstva referentnih i ojačanih greda prikazana su u tablici 4.

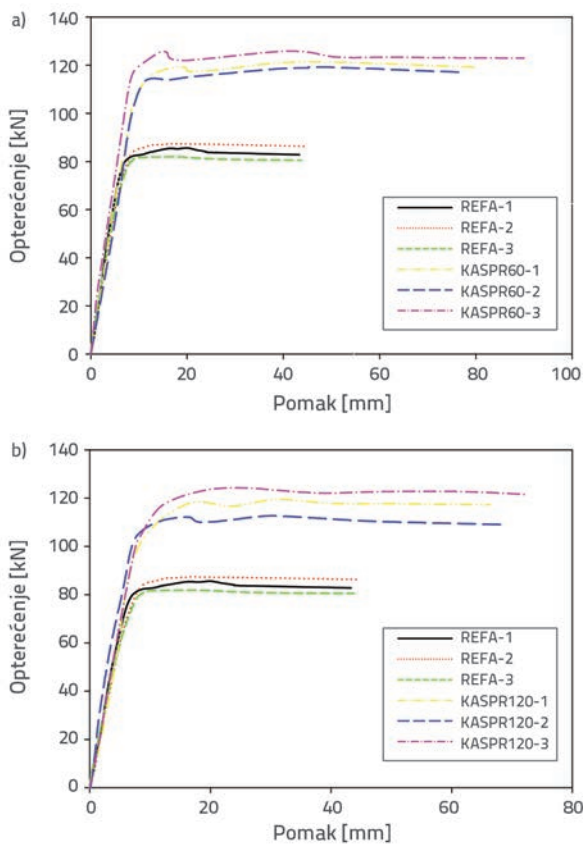
### 3. Rezultati ispitivanja i analiza

U ovom radu istraženi su utjecaji vanjskog povezivanja predgotovljenih AB ploča na ponašanje AB greda izloženih opterećenju na savijanje i posmičnom opterećenju. Predloženim postupkom ojačanja postižu se značajna poboljšanja ojačanih greda u pogledu veličine opterećenja do pojave pukotina, graničnog opterećenja i pomaka u usporedbi s referentnim gredama. Granično opterećenje i pomak uzeti su u obzir neovisno jedno od drugog. Rezultati ispitivanja referentnih i ojačanih greda

prikazani su u tablici 5. S i F su kratice za posmično opterećenje i opterećenje na savijanje.

#### 3.1. Greda REFA1, KASPR60 i KASPR120

Kod greda REFA1, REFA2 i REFA3 nastupio je slom savijanjem nakon drobljenja betona u tlačnoj zoni te pucanja vlačne armature. Kod greda REFA pukotine su se pojavile pri opterećenju od 49,6 kN, a grede su počele popuštati pri otprilike 77,8 kN i 7,5 mm (srednje vrijednosti). Srednje vrijednosti graničnog opterećenja i pomaka greda REFA iznosile su 85 kN, odnosno 44 mm. Greda REFA popustile su uslijed duktilnog sloma, pri čemu su se pojavile pukotine od savijanja. Njihove srednje vrijednosti duktilnosti i disipacije energije iznosile su 5,89, odnosno 3383 kN-mm. Do pojave prvih pukotina kod greda KASPR60 i KASPR120, greda ojačanih predgotovljenim pločama debljine 60 mm i 120 mm, došlo je pri opterećenju koje je u prosjeku bilo 45 %, odnosno 55 % veće u odnosu na opterećenje kod greda REFA. Opterećenje pri kojem je nastupilo



Slika 6. Krivulje opterećenje - pomak za grede REFA, KASPR60 i KASPR120

popuštanje greda KASPR60 i KASPR120 u prosjeku je bilo 35 % i 30 % veće u odnosu na opterećenje kod greda REFA. Granično opterećenje koje su podnijele grede KASPR60 i KASPR120 bilo za u prosjeku 44 %, odnosno 40 % veće u usporedbi s graničnim opterećenjem koje su podnijele grede REFA. Ponašanje greda KASPR60 i KASPR120 bilo je izrazito duktilno, pa su tako i vrijednosti duktilnosti bile u prosjeku 68 %, odnosno 51 % veće

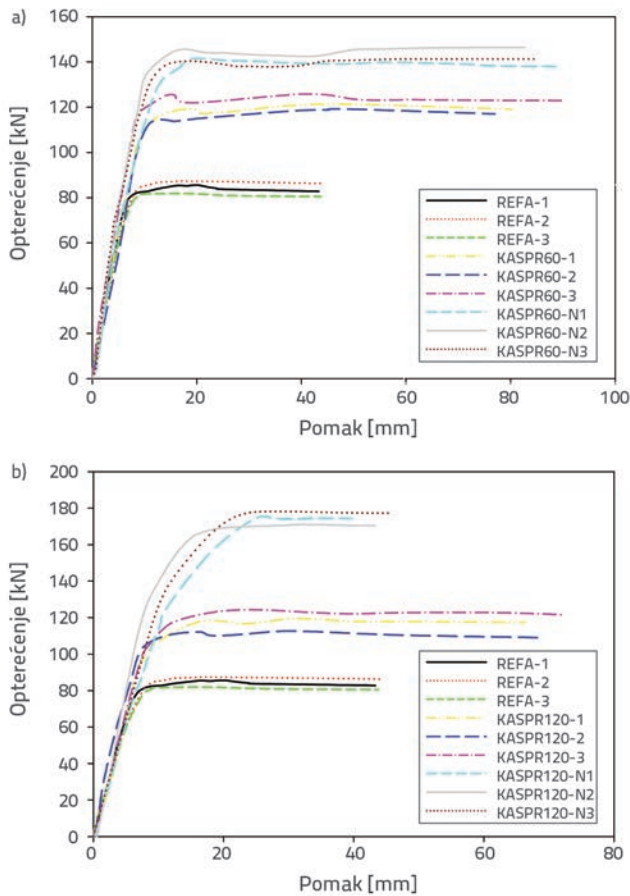
od odgovarajućih vrijednosti za grede REFA. U skladu s tim i disipacija energije povećala se kod greda KASPR60 i KASPR120 za 2,76, odnosno 2,23 puta u usporedbi s gredama REFA. Iako je kod greda KASPR60 i KASPR120 način sloma bio sličan, grede KASPR60 su pokazale duktilnije ponašanje. Može se uočiti da su se prve pukotine kod greda KASPR60 i KASPR120 pojavile na krajevima ploča i na pločama lijevo do greda, što je dovelo do povećanja razine opterećenja. Manja oštećenja ploča za ojačanje su se pojavila kada je do sloma greda došlo pri graničnom pomaku. S druge strane, grede KASPR120 nije pokazala puno bolje ponašanje u usporedbi s ponašanjem greda KASPR60. Usporedba odnosa opterećenje - pomak za grede REFA, KASPR60 i KASPR120 prikazana je na slikama 6.a i 6.b. Izgled pukotina na tim gredama prikazan je na slici 7.

### 3.2. Grede KASPR60-N i KASPR120-N

Grede KASPR60-N i KASPR120-N, koje su bile ojačane predgotovljenim pločama, maticama i podložnim pločicama, ponašale su se kruće od greda KASPR60 i KASPR120. Do prve pojave pukotina kod greda KASPR60-N došlo je pri opterećenju koje je u prosjeku bilo 11 % veće od opterećenja zabilježenog u slučaju greda KASPR60. Opterećenja pri kojim su nastupila popuštanja i granična opterećenja greda KASPR60-N u prosjeku su bila 26 %, odnosno 16 % veća u usporedbi s istim opterećenjima koja su zabilježena kod greda KASPR60. Iako je prosječna duktilnost greda KASPR60 bila 32 % veća u usporedbi s duktilnosti greda KASPR60-N, disipacija energije bila je kod greda KASPR60-N u prosjeku 21 % veća u usporedbi s gredama KASPR60. Može se uočiti da su prve pukotine koje su se pojavile kod greda KASPR60-N bile pukotine od savijanja. Kad visokih razina opterećenja, pojavile su se dijagonalne pukotine na krajevima ploča uslijed posmičnih naprezanja. Vrijednosti opterećenja pri pojavi prvih pukotina, popuštanja i graničnih opterećenja bile su za grede KASPR120-N u prosjeku 18 %, 20 % i 47 % veće od odgovarajućih vrijednosti za



Slika 7. Izgled pukotina greda: a) REFA-1; b) REFA-2; c) KASPR60; d) KASPR120



Slika 8. Krivulje opterećenje - pomak za grede REFA, KASPR60, KASPR120, KASPR60-N i KASPR120-N

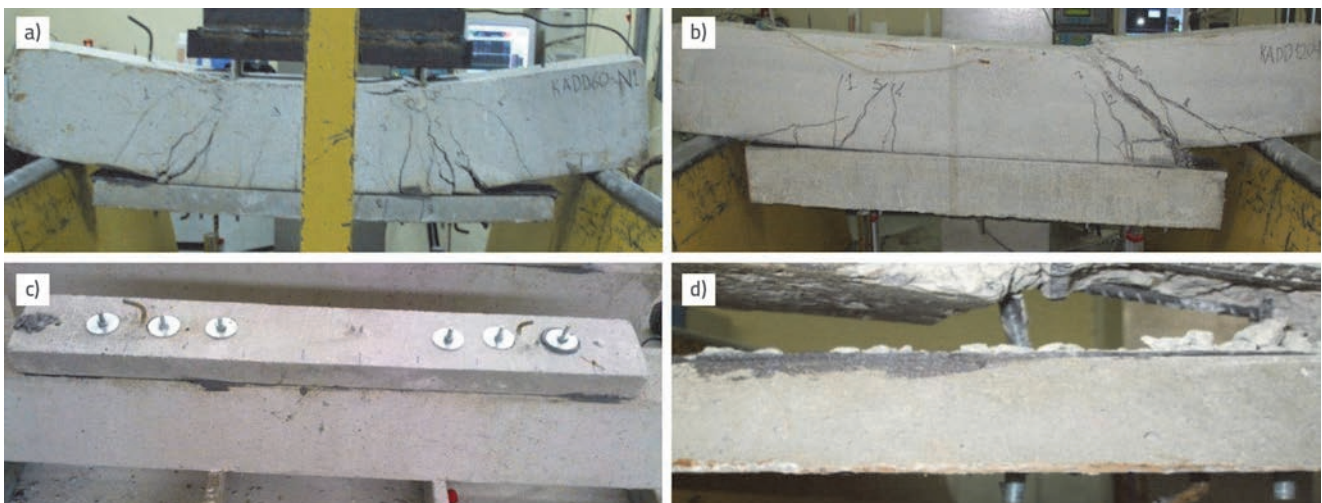
grede KASPR120. Nasuprot tome, prosječna duktilnost greda KASPR120 bila je 94 % veća od duktilnosti greda KASPR120-N. Međutim, disipacija energije kod greda KASPR120-N smanjila se u prosjeku za otprilike 18 % u usporedbi s gredama KASPR120. Iako su prve pukotine kod greda KASPR120-N bile pukotine od

savijanja, kod visokih razina opterećenja na krajevima ploča su se pojavile dijagonalne posmične pukotine uslijed visokih vrijednosti posmičnih naprežanja.

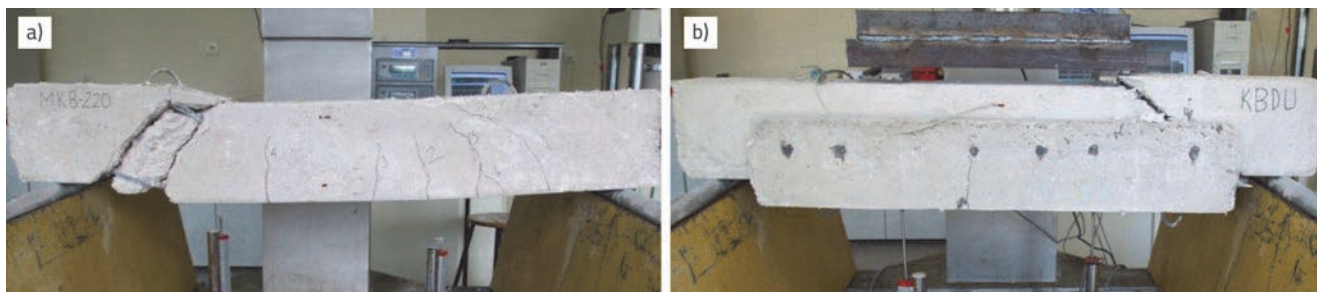
Tijekom ispitivanja, grede KASPR60-N pokazale su duktilnije ponašanje od ponašanja greda KASPR120-N. Podložne pločice i matice povećale su nosivost tih greda, ali u isto vrijeme su smanjile veličinu pomaka. S porastom opterećenja, uočeno je znatno ukošenje i uklještenje sidrenih šipaka (slika 9.d). Usporedba odnosa opterećenje - pomak prikazana je za grede REFA, KASPR60, KASPR120, KASPR60-N i KASPR120-N na slikama 8.a i 8.b. Izgled pukotina na gredama KASPR60-N i KASPR120-N prikazan je na slici 9. Sidrene šipke na gredama s maticama, izložene deformacijama kao što su ukošenje i uklještenje pri visokim razinama opterećenja, prikazane su na slikama 9.c i 9.d.

### 3.3. Grede REFB i KBSPU50

Prve pukotine koje su se pojavile kod greda REFB bile su pukotine od savijanja pri iznosu opterećenju od otprilike 41,5 kN. Kod greda REFB1, REFB2 i REFB3 došlo je do posmičnog sloma, kako je bilo i izračunano, nakon izražene pojave dijagonalnih pukotina. Iako su grede REFB počele popuštati pri otprilike 66 kN i pri 6 mm (srednje vrijednosti), treba napomenuti da je do njihovog sloma došlo poprilično naglo zbog pojave posmičnih pukotina. Srednja granična opterećenja i pomaci za grede REFB iznosili su otprilike 74,6 kN, odnosno 16 mm. Srednje vrijednosti duktilnosti i disipacije energije iznosile su 2,67, odnosno 943 kN-mm za grede REFB. Iako je kod greda KBSPU50 značajno povećana vrijednost opterećenja pri pojavi prvih pukotina i graničnog opterećenja, grede KBSPU50 pokazala je prekomjerno krto ponašanje. Opterećenje kod pojave prvih pukotina za gredu KBSPU50 ojačanu predgotovljenom pločom U-presjeka debljine 50 mm, poraslo je u prosjeku 2,38 puta u usporedbi s gredama REFB. Granično opterećenje grede KBSPU50 bilo je u prosjeku 68 % veće od graničnog opterećenja koje su podnijele grede

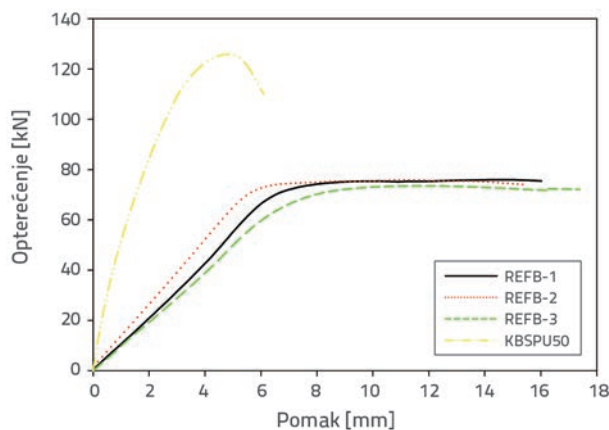


Slika 9. Izgled pukotina greda: a) KASPR60-N; b) KASPR120-N; c) sidrene šipke s maticama; d) ukošenje sidrene šipke s maticom



Slika 11. Izgled pukotina greda REFB i KBSPU50

REFB. Disipacija energije smanjena je kod grede KBSPU50 0,58 puta u usporedbi s gredama REFB. Iako je posmična čvrstoća grede KBSPU50 povećana, ona je popustila upravo u posmiku. Prva dijagonalna pukotina se pojavila pri vrlo visokoj razini opterećenja kada je bio prisutan učinak ploče U-oblika. Nakon što se na gredi pojavila ta prva pukotina, ona se brzo proširila, te je čvrstoća postojeće grede bila nedostatna. Ustanovljena je sličnost načina sloma greda REFB i KBSPU50. Krivulje opterećenje - pomak greda REFB i grede KBSPU50 uspoređene su na slici 10. Izgled pukotina za te je grede prikazan na slici 11.



Slika 10. Krivulje opterećenje - pomak za grede REFB i KBSPU50

### 3.4. Rasprava

U ovom radu istražena je učinkovitost ojačanja greda pomoću predgotovljenih ploča. Ustanovljeno je da su, u odnosu na referentne grede, kod greda ojačanih pravokutnim pločama bitno povećane vrijednosti opterećenja pri kojima dolazi do pojave prvih pukotina, popuštanja te vrijednosti graničnih opterećenja. Uz to, kod tih je grede povećano duktilno ponašanje i disipacija energije. Visoke razine posmičnih naprezanja uzrokovale su odvajanje na krajevima ploča. Za sprečavanje odvajanja na krajevima korištene su matice koje su imale pozitivan učinak na ponašanje ispitanih greda. Povećanje debljine ploča dovelo je do smanjene duktilnosti greda. S druge strane, primjena matice s tanjim pločama dovela je do bitnog povećanja nosivosti i kapaciteta disipacije energije greda. Iako je nosivost povećana kada su se kod debljih ploča koristile matice, istovremeno je

zabilježeno smanjenje duktilnosti i pojava dijagonalnih pukotina pri visokim razinama opterećenja. Ispitivanja su pokazala da se grede ojačane tanjim pločama i maticama bolje ponašaju u usporedbi s ostalim gredama. Grede nedovoljne posmične čvrstoće su ojačane predgotovljenim pločama U-presjeka, i takve su podnijele visoku razinu opterećenja. Iako se ojačanjem pločama U-presjeka povećala posmična čvrstoća i čvrstoća na savijanje referentnih greda, duktilno ponašanje nije uočeno zbog nedovoljne posmične čvrstoće postojećih greda pri visokim razinama opterećenja. Pokazalo se da su tako ojačane grede suviše krte i do loma dolazi uz pojavu velikih dijagonalnih posmičnih pukotina. Smatra se da se predložena metoda, kojom se povećava širina i visina greda, može primjenjivati kao alternativa klasičnim metodama ojačanja pomoću obloga. Stoga se pretpostavlja da bi grede ojačane predloženom metodom mogle pokazati dobro ponašanje i u slučaju seizmičkog opterećenja.

### 4. Nelinearna analiza metodom konačnih elemenata (NLFEA)

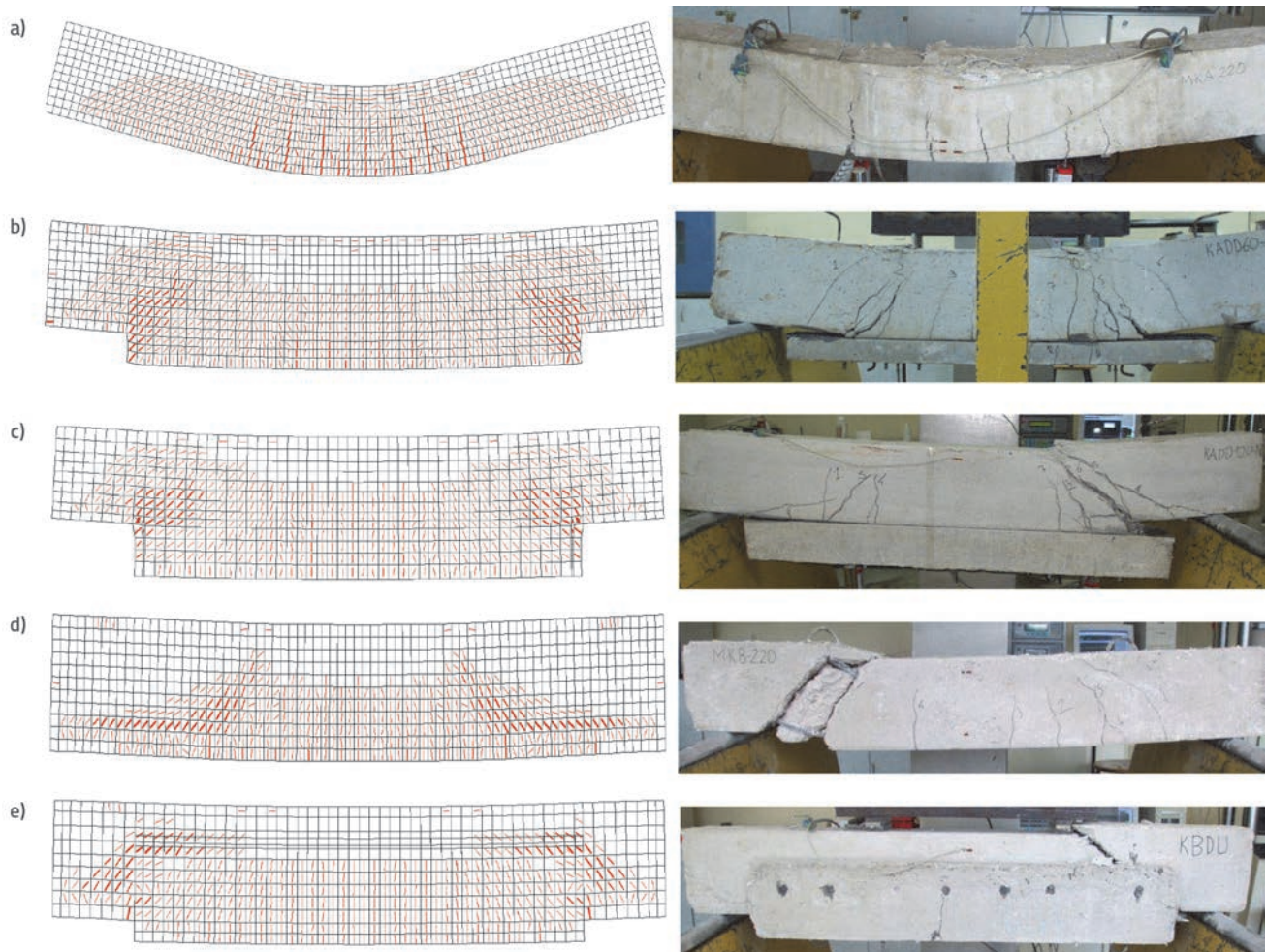
Numerički model nelinearnom analizom uz primjenu metode konačnih elemenata [23] napravljen je radi potvrde rezultata ispitivanja. Dakle, za svaku gredu tipa REFA, REFB, KASPR60-N, KASPR120-N i KBSPU50 provedena je 2-D NLFEA analiza. Grede KASPR60-N i KASPR120-N su uspoređene s rezultatima NLFEA analize, jer su se kod greda KASPR60 i KASPR120 tijekom ispitivanja uočili problemi s vezivanjem. Za provedbu analiza NLFEA korišten je računalni program VecTor2 razvijen na Sveučilištu u Torontu. Teoretska osnova računalnog programa VecTor2 jesu modificirana teorija tlačnog polja (eng. *The Modified Compression Field Theory* - MCFT) [24] i model kontinuirano raspodijeljenog polja naprezanja (eng. *Disturbed Stress Field Model* - DSFM) [25]. Model DSFM je dodatno razrađen model MCFT, pa stoga taj model zapravo predstavlja model razmazanih pukotina. Posebno značenje za formuliranje problema imaju učinci tlačnog omekšavanja u betonu uslijed pojave poprečnih pukotina te učinci vlačnog ukrućenja uslijed mehanizama kontakta između betona i armature. Za razliku od teorije MCFT, u modelu DSFM uzima se u obzir i divergencija smjerova glavnih naprezanja i smjerova glavnih deformacija, te se isto tako uzimaju u obzir i deformacije uslijed klizanja po površinama pukotina [26].



Tablica 6. Usporedba rezultata ispitivanja s rezultatima analize NLFEA

Ispitivanje Greda	Opterećenje pri pojavi pukotina [kN]			Maksimalno opterećenje [kN]			Način sloma		
	Ispitivanje	NLFEA	$P_{C,NLFEA}/P_{C,test}$	Ispitivanje	NLFEA	$P_{U,NLFEA}/P_{U,test}$	Ispitivanje	NLFEA	
REFA	49,6	53,2	1,07	85	85,5	1,01	F	F	
KASPR60-N	80	82,2	1,03	141,7	157,7	1,11	S-F	S-F	
KASPR120-N	91	98,4	1,08	174,7	187,1	1,07	S-F	S-F	
REFB	41,5	45,2	1,09	74,6	70,6	0,95	S	S	
KBSPU50	98,7	99,8	1,01	125,3	129,6	1,03	S	S	
Srednja vrijednost			1,06	Srednja vrijednost			1,03		
Standardna devijacija			0,03	Standardna devijacija			0,055		

S - posmični slom, F - slom savijanjem, S-F - slom posmik+savijanje



Slika 12. Usporedba izgleda pukotina dobivenih ispitivanjem (desno) i NLFEA analizom (lijevo)

Za grede REFA, REFB i KASPR60-N odabrana je pravokutna mreža veličine elemenata 20 x 20 mm s osam stupnjeva slobode. U slučaju greda KASPR120-N i KBSPU50 korištena je mreža veličine elemenata 25 x 25 mm. U NLFEA analizi pretpostavljena je savršena veza između greda i ploča. Sva uzdužna armatura modelirana je pomoću štapnih elemenata; posmična armatura modelirana je istim elementima kao i beton, samo drugačijih karakteristika. U NLFEA analizi, odnos između betona i armature

određen je pomoću modela Eligehausen [23]. U analizi je korišten Mohr-Coulombov kriterij za pojavu pukotina (kriterij napreznja). Stvarna svojstva dobivena na temelju ispitivanja uzoraka betona i armature prikazana su u tablicama 2. i 3. Vlačna čvrstoća betona određena je iz njegove ispitane tlačne čvrstoće (u MPa) prema TS500-2000 [21] te iznosi  $0,35\sqrt{f_c}$ . Cjelokupno konstitutivno modeliranje provedeno je primjenjujući standardne vrijednosti modela DSFM. Opterećenje je nanošeno

iz dvije točke u postupku kontrole pomaka, uz tipične intervale pomaka od 0,25 mm za sve grede. Vrijednosti opterećenja pri prvoj pojavi pukotina, vrijednosti graničnih opterećenja te vrijednosti opterećenje pri slomu, dobivene za greda REFA, REFB, KASPR60-N, KASPR120-N i KBSPU50 na temelju analize NLFEA prikazane su u tablici 6. Usporedba načina sloma zadobivenih ispitivanjima i pomoću NLFEA analize prikazana je na slici 12.

Usporedbom rezultata ispitivanja i NLFEA analize ustanovljeno je da srednje razlike između opterećenja pri pojavi prvih pukotina i graničnog opterećenja iznose 6 %, odnosno 3 %. Međutim, istom usporedbom ustanovljeno je da standardna devijacija (SD) za opterećenje pri pojavi prvih pukotina i graničnog opterećenja iznosi 3 %, odnosno 5,5 %. Rezultati ispitivanja i NLFEA analize pokazali su dobro međusobno poklapanje za opterećenje pri pojavi prvih pukotina, granično opterećenje i način sloma. Kod greda REFA, prilikom ispitivanja je došlo do sloma pri 85 kN uz pojavu pukotina od savijanja, dok je za iste grede prema NLFEA analizi slom nastupio pri 85,5 kN. Kod greda REFB, prilikom ispitivanja došlo je do sloma pri 74,6 kN uz pojavu dijagonalnih posmičnih pukotina, dok je za iste grede prema NLFEA analizi slom nastupio pri 70,6 kN. Tijekom ispitivanja zabilježena su znatna posmična naprezanja i odvajanja na krajevima greda KASPR60-N. Pojavile su se pukotine od savijanja, njihov nagib se smanjivao pri velikim opterećenjima te je došlo do sloma greda KASPR60-N pri opterećenju od 141,7 kN uz pojavu pukotina posmik - savijanje. Iste grede su popustile pri 157,7 kN prema rezultatima NLFEA analize uz pojavu istog tipa pukotina, te uz posmična naprezanja zabilježena na krajevima ploča. Kod greda KASPR120-N, prilikom ispitivanja je došlo do sloma pri 174,7 kN uz pojavu dijagonalnih pukotina, dok je za iste grede prema NLFEA analizi slom nastupio pri 187,1 kN. Kod tih greda nije došlo do oštećenja ploče, ali su se velika posmična naprezanja pojavila na krajevima ploče, i to u obje analize. Prilikom ispitivanja, greda KBSPU50 popustila je uz naglašenu pojavu posmičnih pukotina pri opterećenju od 125,3 kN, dok je za istu gredu prema NLFEA analizi slom nastupio pri 129,6 kN. U obje analize, ploča je pretrpjela znatna oštećenja.

## 5. Zaključak

Glavni cilj ovog rada bio je istražiti ponašanje AB greda ojačanih predgotovljenim AB pločama. Na temelju provedenog istraživanja mogu se izvesti sljedeći zaključci:

- Nekoliko je metoda korišteno za povezivanje predgotovljenih AB ploča pravokutnog i U-presjeka s AB gredama. Prema prvoj metodi, grede i ploče pravokutnog presjeka povezane su pomoću kemijskog ljepila i sidrenih šipki. Prema drugoj metodi, grede i ploče pravokutnog presjeka povezane su pomoću matica i podložnih pločica te pomoću ljepila i sidrenih šipki. Prema trećoj metodi, grede i ploče U-presjeka povezane su pomoću ljepila i sidrenih šipaka. Debljina ploča pravokutnog presjeka iznosila je 60 mm i 120 mm. Debljina ploča U-presjeka iznosila je 50 mm.

- Sidrene šipke i njihov položaj imale su značajan utjecaj na ponašanje greda. Kako se radilo o gredama male duljine i veličine presjeka, one bi se mogle oštetiti ako se je upotrijebio veći broj šipaka. Stoga je optimalan broj šipaka određen tek nakon određenog broja prvobitnih pokušaja.
- Na sve se grede nanosilo dvoosno opterećenje (iz dvije točke). Utvrđeno je da je nakon ojačanja znatno povećana nosivost greda i njihova otpornost na pomak.
- Vrijednost graničnog opterećenja ojačanih greda KASPR60 i KASPR120 povećana je 44 %, odnosno 40 % u odnosu na referentne grede REFA. Srednje vrijednosti graničnog opterećenja greda KASPR60-N bile su 16 % veće od odgovarajućih vrijednosti opterećenja za grede KASPR60. Srednje vrijednosti graničnog opterećenja greda KASPR120-N bile su 47 % veće od odgovarajućih vrijednosti opterećenja greda KASPR120. Ustanovljeno je da je ponašanje greda KASPR60 duktilnije u odnosu na ostale grede. S druge strane, disipacija energije greda KASPR60-N bila je veća u usporedbi s drugim gredama.
- Tijekom ispitivanja uočeno je da podložne pločice i matice u velikoj mjeri utječu na ponašanje greda.
- Granično opterećenje grede KBSPU50 u prosjeku je povećano 68 % u odnosu na grede REFB. Međutim, greda KBSPU50 pokazala je izuzetno krto ponašanje. Iako je greda popustila nakon pojave dijagonalnih posmičnih pukotina, nije došlo do oštećenja predgotovljenih ploča U-presjeka.
- Opterećenje pri pojavi prvih pukotina te granično opterećenje greda ojačanih predgotovljenim pločama izravno su povezana s granicom popuštanja i vlačnom čvrstoćom uzdužnih šipaka armature, udjelom vlačne armature, udjelom posmične armature, korištenjem matica i čvrstoćom betona. Međutim, može se vidjeti da popuštanje i maksimalni pomaci greda osobito ovise o debljini AB ploča i o korištenju matica.
- NLFEA analize su provedene pomoću programa VecTor2. Pretpostavljena je savršena veza između greda i ploča. Rezultati ispitivanja NLFEA analize upućuju na dobro podudaranje, i to u pogledu pojave pukotina, graničnog opterećenja te načina na koji dolazi do sloma.
- Čini se da predložena metoda predstavlja dobru alternativu postupcima ojačanja pomoću polimera ojačanih vlaknima (FRP), čeličnim pločama i naročito klasičnoj metodi ojačanja pomoću AB obloga. Kod primjene ove metode nema opasnosti od utjecaja požara i korozije. Metoda je jednostavna za korištenje, ekonomična i dostatna u pogledu povećanja nosivosti. Osim toga, radovi izrade oplata, armiranja i betoniranja se ne moraju obavljati na samom mjestu elementa koji će se ojačavati.

## Zahvala

Autori zahvaljuju članovima Komisije za znanstvenoistraživačke projekte Sveučilišta Celal Bayar (broj projekta Muh2010-41) koji su podržali istraživanje prikazano u ovom radu. Također, zahvala se upućuje i korporaciji ER PREFABRIK koja je osigurala građevne materijale potrebne za provođenje ispitivanja.

## LITERATURA

- [1] Marini, A., Meda, A.: Retrofitting of RC shear walls by means of high performance jackets, *Engineering Structures*, 31, pp. 3059-3064, 2009., <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.08.005>
- [2] Swamy, R.N., Jones, R., Bloxham, J.W.: Structural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by epoxy-bonded steel plates, *The Structural Engineer*, 65-2, pp.59-68, 1987.
- [3] Swamy, R.N., Jones, R., Charif, A.: The effect of external plate reinforcement on the strengthening of structurally damaged RC beams, *The Structural Engineer*, 67-3, pp.45-56, 1989.
- [4] Barnes, R.A., Baglin, P.S., Mays, G.C., Subedi, N.K.: External steel plate systems for the shear strengthening of reinforced concrete beams, *Engineering Structures*, 23, pp.1162-1176, 2001., [http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296\(00\)00124-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296(00)00124-3)
- [5] Adhikary, B.B., Mutsuyoshi, H.: Numerical simulation of steel-plate strengthened concrete beam by a nonlinear finite element method model, *Construction and Building Materials*, 16, pp. 291-301, 2002., [http://dx.doi.org/10.1016/S0950-0618\(02\)00022-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0950-0618(02)00022-3)
- [6] Su, R.K.L., Siu, W.H., Smith, S.T.: Effects of bolt plate arrangements on steel plate strengthened reinforced concrete beams, *Engineering Structures*, 32, pp. 1769-1778, 2010., <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.02.028>
- [7] El-Mihilmy, M.T., Tedesco, W.J.: Analysis of reinforced concrete beams strengthened with FRP laminates, *Journal of Structural Engineering-ASCE*, 126-6, pp. 684-691, 2000.
- [8] De Lorenzis, L., Teng, J.G.: Near-Surface Mounted FRP Reinforcement: An Emerging Technique for Strengthening Structures, *Composites Part B-Engineering*, 38-2, pp. 119-143, 2007.
- [9] Chen, G.M.: Shear Behaviour and Strength of RC Beams Shear-Strengthened with Externally Bonded FRP Reinforcement, PhD Thesis, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China, 2010.
- [10] Diab, Y.G.: Strengthening of RC beams by using sprayed concrete: experimental approach, *Engineering Structures*, 20-7, pp. 631-643, 1998.
- [11] Chajes, M.J., Thomson, T.A., Finch, J.W.W.: Flexural strengthening of concrete beams using externally bonded composite materials, *Construction and Building Materials*, 8-3, pp. 191-201, 1994.
- [12] Cheong, H.K., Mac Alavey, N.: Experimental behaviour of jacketed reinforced concrete beams, *Journal of Structural Engineering-ASCE*, 7, pp. 692-699, 2000., [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2000\)126:6\(692\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:6(692))
- [13] Ziara, M.M.: Structural upgrading of RC beams using composite overlays, *Construction and Building Materials*, 14, pp. 397-406, 2000., [http://dx.doi.org/10.1016/S0950-0618\(00\)00042-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0950-0618(00)00042-8)
- [14] Zhang, D., Ueda, T., Furuuchi, H.: Concrete cover separation failure of overlay strengthened reinforced concrete beams, *Construction and Building Materials*, 26, pp. 735-745, 2012., <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.06.082>
- [15] Raval, S.S., Dave, U. V.: Effectiveness of Various Methods of Jacketing for RC Beams, *Procedia Engineering*, 51, pp. 230-239, 2013., <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2013.01.032>
- [16] Altun, F.: An experimental study of the jacketed reinforced-concrete beams under bending, *Construction and Building Materials*, 18, pp. 611-618, 2004., <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2004.04.005>
- [17] Adhikary, B.B., Mutsuyoshi, H.: Shear strengthening of RC beams with web-bonded continuous steel plates, *Construction and Building Materials*, 20, pp. 296-307, 2006., <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2005.01.026>
- [18] Arslan, G., Sevuk, F., Ekiz, I.: Steel plate contribution to load-carrying capacity of retrofitted RC beams, *Construction and Building Materials*, 22, pp. 143-153, 2008., <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2006.10.009>
- [19] Ceroni, F., Experimental performances of RC beams strengthened with FRP materials, *Construction and Building Materials*, 24, pp. 1547-1559, 2010., <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.03.008>
- [20] TS-708: *Steel Bars for Concrete*, Ankara, Turkish Standards Institution, 2010 (in Turkish).
- [21] TS500-2000: *Requirements for design and construction of reinforced concrete structures*, Ankara, Turkish Standards Institution, 2000 (in Turkish).
- [22] TS3530-EN 933-1: *Tests for geometrical properties of aggregates Part 1: Determination of particle size distribution sieving method*, Ankara, Turkish Standards Institution, 1999 (in Turkish).
- [23] Eligehausen, R., Popov, E., Bertero, V.: Local bond stress-slip relationship of deformed bars under generalized excitations, Report No. UCB/EERC-83/23, Earthquake Engineering Center, University of California, Berkeley, 1983.
- [24] Vecchio, F.J., Collins, M.P.: The modified compression field theory for reinforced concrete elements subject to shear, *ACI Structural Journal*, 83-2, pp. 219-231, 1986.
- [25] Vecchio, F.J.: Disturbed stress field model for reinforced concrete: formulation, *Journal of Structural Engineering-ASCE*, 126-9, pp. 1070-1077, 2000., [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2000\)126:9\(1070\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:9(1070))
- [26] Vecchio, F.J., Shim, W.: Experimental and Analytical Reexamination of Classic Concrete Beam Tests, *Journal of Structural Engineering-ASCE*, 130-3, pp. 460-469, 2004., [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2004\)130:3\(460\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:3(460))