

Dr. sc. Snježana Braić

Docentica
Prirodoslovno-matematički fakultet
Sveučilište u Splitu
E-mail: sbraic@pmfst.hr

Luisa Trombetta Burić, prof.

Predavačica
Visoka škola za sportski menadžment i dizajn Aspira, Split
E-mail: luisa.trombetta@aspira.hr

Katarina Sablić

Studentica
Prirodoslovno-matematički fakultet
Sveučilište u Splitu
E-mail: katsab@pmfst.hr

LINEARNA PERSPEKTIVA I OPTIČKE ILUZIJE

UDK / UDC: 514.144:7.017.9

JEL klasifikacija / JEL classification: C02, Z11

Stručni rad / Professional paper

Primljeno / Received: 7. travnja 2015. / April 7, 2015

Prihvaćeno za tisak / Accepted for publishing: 17. studenog 2015. / November 17, 2015

Sažetak

U članku se perspektivna slika objekta u prostoru projiciranoga na ravninu povezuje s konstrukcijom slike u linearnoj perspektivi s aspekta likovne umjetnosti. Definira se perspektivna slika točke i pravca, te objašnjava uvođenje beskonačno daleke točke i beskonačno dalekog pravca kao osnovnih elemenata projektivne geometrije. Opisuju se vrste optičkih iluzija koje su tijesno povezane s perspektivom i na primjerima ilustrira varljivost naših osjetila, te ovisnost percepcije o prethodno stečenom iskustvu u promatranju svijeta koji nas okružuje.

Ključne riječi: perspektiva, linearna perspektiva, točka nedogleda, horizont, optička iluzija.

1. PERSPEKTIVA U LIKOVNOJ UMJETNOSTI

Pod pojmom perspektiva (od latinske riječi *prospicere* što znači jasno vidjeti, razabrati) u svakodnevnom životu podrazumijevamo pogled na svijet, bilo u prostoru, vremenu ili značenju. U likovnoj umjetnosti perspektiva označava način prikazivanja trodimenzionalnih objekata na dvodimenzionalnoj plohi slike, pa govorimo o perspektivi kao o prijevodu doživljene stvarnosti u sliku.

Ima više vrsta perspektiva, od kojih je svaka nastala u određenome povijesnom trenutku i koja je dominirala u nekoj kulturnoj sredini:

a) Semantička ili ikonološka perspektiva

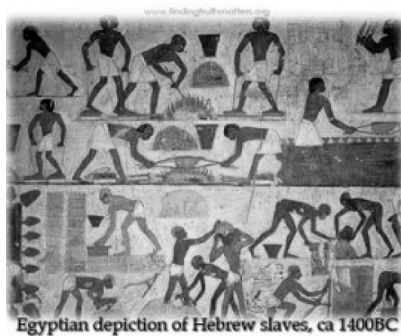


Slika 1. *Bogorodica benediktinki*, 1300.

U semantičkoj perspektivi veličine objekata prikazanih na slici ovise o njihovoj važnosti, i to tako da se najznačajniji i najvažniji objekti prikazuju najvećima, a ostali su sve to manji razmjerno njihovoj hijerarhijskoj važnosti. Tako su, na primjer, na slici 1. Isus i Bogorodica prikazani znatno većima od donatora, koji pred njima kleči. Ova perspektiva pojavljuje se u mezopotamskoj (sumerskoj, akadskoj i dr.), egipatskoj, ranokršćanskoj, romaničkoj, gotičkoj umjetnosti i drugima.

b) Vertikalna perspektiva

Vertikalna je perspektiva način prikazivanja prostora tako da se ono što je u zbilji udaljenije, postavlja iznad onoga što je u zbilji bliže. Vertikalna perspektiva je, primjerice, karakteristična za staroegipatsko slikarstvo, te mezopotamsku (sumersku, akadsku, asirsku i perzijsku) i romaničku umjetnost (slika 2.).



Egyptian depiction of Hebrew slaves, ca 1400BC

Slika 2. Staroegipatsko slikarstvo

c) Obrnuta perspektiva

U obrnutoj se perspektivi objekti prikazuju tako da se, razmjerno s udaljenošću, dimenzije objekata povećavaju – prednja strana objekta je uža, a stražnja šira (slika 3.). Ova je perspektiva svojstvena bizantskoj umjetnosti i gotičkom slikarstvu 13. i 14. stoljeća. Slikarima tog vremena nije bilo važno predočiti prostor onako kako ga vidi ljudsko oko, već prikazom nekog prizora ili osobe prenijeti određenu poruku.



Slika 3. Paolo Veneziano, 14. st.

d) Linearna ili geometrijska perspektiva

U linearnoj se perspektivi udaljavanjem od motrišta objekti linearno smanjuju razmjerno s udaljenošću, tj. objekti koji su jednake veličine, prikazuju se to manjima što su udaljeniji od motrišta. Vertikalni pravci pri tomu ostaju vertikalni, horizontalni ostaju horizontalni, dok slike ostalih uzdužnih pravaca općenito nisu paralelni, već postaju dijagonale koje se sijeku u jednoj ili više točaka koje nazivamo točkama nedogleda. Na slici 4. uočavamo jednu točku nedogleda. Budući da se linearna perspektiva temelji na prirodnom zakonu da se udaljavanjem od motrišta objekti linearno smanjuju, njome se stvara vjeran osjećaj trodimenzionalnosti prostora. Ova perspektiva pojavljuje se u rimskom slikarstvu (pompejansko slikarstvo - II. faza) i u renesansi.



Slika 4. Piero della Francesca, *La città ideale*, 1470.

e) Atmosferska ili zračna perspektiva

Atmosferska se perspektiva temelji na prirodnoj pojavi da se udaljavanjem objekata od motrišta mijenjaju njihovi tonovi i boje, i to tako da s udaljavanjem

objekata njihove boje postaju plavičastije i bljeđe, a obrisi mekši. Ovom perspektivom stvara se iluzija dubine prostora a karakteriziraju je tri promjene: *obrisi* - u prednjem planu su oštri, a u daljini postaju sve mekši; *tonovi boja* - u prednjem planu intenzivni i kontrastni, u daljini blijede; *spektar boja* – u prvom planu boje su tople ili su onakve kakve već jesu (lokalne boje), a u daljini se reduciraju na modre. Začetnikom atmosfere perspektive smatra se Leonardo da Vinci (slika 5.).



Slika 5. Leonardo da Vinci, *Mona Lisa*, 1505.

f) Koloristička perspektiva

Koloristička perspektiva temelji se na činjenici da nam se neke boje čine prostorno “bližima”, a druge “udaljenijima”. Riječ je o „toplim“ i „hladnim“ bojama – bliži planovi slike izvedeni su toplim, a udaljeniji hladnim bojama (slika 6.) (vidi: renesansa, fovizam...). Za razliku od atmosfere, udaljeni objekti u kolorističkoj perspektivi ne gube boju, oštrinu ni jasnoću obrisa, već i intenzitet i oštrina njihovih obrisa ostaju jednaki.



Slika 6. Brueghel, *Žetva*, 1565.

Ovdje se odnos toplih i hladnih boja podudara s valnom dužinom pojedinih boja – tople boje imaju manju valnu dužinu od hladnih boja pa su vidljivije u prednjim planovima slike; plava boja ima najdužu valnu dužinu, pa je vidljiva i u najudaljenijim planovima slike.

g) Poliperspektiva

U poliperspektivi se objekti prikazuju istovremeno gledani iz više motrišta. Neki dijelovi predmeta/objekata promatrani su sprijeda, neki bočno, a neki odostraga. Poliperspektiva je začeta u gotičkom slikarstvu a afirmirali su je kubisti; na njih je idejno utjecala Einsteinova teorija relativnosti, prema kojoj su sva stajališta jednako točna i važna istovremeno, a prostor i vrijeme jedinstvena su kategorija.



Slika 7. Picasso,
Lice žene, 1938.

Smatra se da je kubizam službeno započeo slikom Pabla Picassa *Gospođice iz Avignona*, 1907. Međutim, bolji primjer za analizu poliperspektive su Picassovi kasniji portreti. Na njima se lako može uočiti kako su lica koja te slike prikazuju istovremeno promatrana s nekoliko strana i sve strane lica jednako su važne (slika 7.).

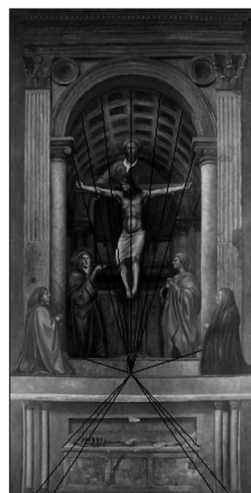
2. KONSTRUKCIJA SLIKE U LINEARNOJ PERSPEKTIVI

Talijanski arhitekt i kipar iz Firence Filippo Brunelleschi (1377.-1446.) prvi je znanstveno pojasnio i opisao geometrijsku/linearnu perspektivu crtajući na taj način antičke spomenike u Rimu. Njegovi zapisi nisu sačuvani, ali su njegove spoznaje prenesene na druge talijanske slikare, kipare i arhitekte. U tom pogledu posebno se istakao Alberti. Talijanski slikar Masaccio (1401.-1429.) primjenjujući linearnu perspektivu u stvaranju iluzije prostora na slikama, među prvima je otvorio vrata novom dobu u umjetnosti i kulturi: renesansi. Na njegovoj fresci *Sveto trojstvo* (slika 8.) sve se linije koje se protežu rubovima naslikane arhitekture sijeku u točki nedogleda koja se nalazi upravo u visini promatračeva oka.

Najstariji sačuvani zapis o metodi konstrukcije slike u linearnoj perspektivi napisao je Leon Battista Alberti (1404. - 1472.), rodom iz Genove. U tom zapisu, pod naslovom „De pictura”, posebno se ističe linearna konstrukcija popločanog poda koju ćemo opisati:

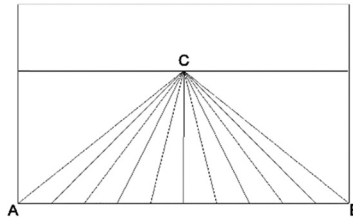
1. korak:

Odaberimo na plohi točku C koja se nalazi točno nasuprot slikarevu oku. Ravnina određena točkama A , B , i C ravnina je podloge za konstrukciju popločanog poda. Dužinu \overline{AB} podijelimo na jednake dijelove i svaku diobenu točku spojimo s točkom C . Te dužine nazivamo ortogonalama (slika 9.). Zapažamo da tako u stvarnosti međusobno paralelni pravci (koji prate bridove ploča) na slici konvergiraju prema točki C , koju stoga i nazivamo točkom konvergencije



Slika 8. Masaccio,
Sveto trojstvo, 1426.

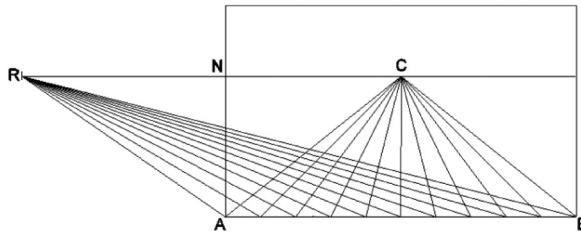
ili točkom nedogleda. Pravac koji prolazi točkom C i paralelan je s dužinom \overline{AB} nazivamo horizontom.



Slika 9.

2. korak:

Odaberimo na horizontu točku R tako da je duljina dužine \overline{NR} udaljenost slikara od slike (slika 10.). Tu udaljenost nazivamo udaljenošću promatranja, i upravo toliko bi trebao biti udaljen promatrač da bi imao najvjerniji doživljaj prostora.

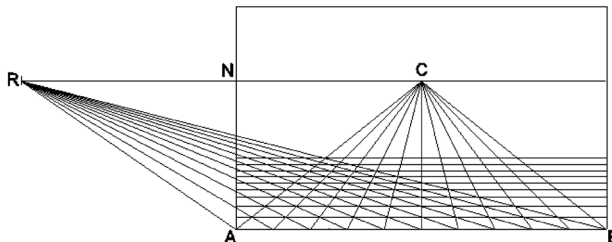


Slika 10.

Točku R nazivamo lijevom dijagonalnom točkom nedogleda. Spojimo zatim dužinama točku R i diobene točke dužine \overline{AB} .

3. korak:

Kroz sjecišta prethodno konstruiranih dužina i ortogonala povucimo dužine paralelne s dužinom \overline{AB} (slika 11.). Tako dobivamo sliku popločanog poda.



Slika 11.

Albertiju je slika popločanog poda konstruirana na ovaj način, služila za postavljanje i razmještanje likova i predmeta na podu kao osnovnoj ravnini, te za određivanje njihove visine u skladu s pravilima linearne perspektive.

S pomoću ove konstrukcije može se odrediti udaljenost s koje bi promatrač, da bi imao što vjerniji doživljaj prostora, trebao promatrati umjetničku sliku realiziranu u linearnoj perspektivi. Uz to, na slici mora biti uočljiva točka nedogleda, horizont i dio poda koji je ili trapeznog oblika ili se produljivanjem krakova može dobiti trapez. Na slici 12. a svi su ti elementi jasno istaknuti.



Slika 12. a



Slika 12. b

U stvarnosti međusobno paralelni pravci koji prate rubove pločnika na slici konvergiraju prema točki nedogleda O (slika 12. b). Povucimo pravac kroz točku nedogleda paralelno s osnovicom slike. Tako dobivamo horizont. Gornji i produljeni donji rub hodnika čine trapez. Sjecište dijagonale trapeza s horizontom određuje točku A , kojoj je udaljenost od točke nedogleda upravo udaljenost promatranja. Zanimljivo je da je ta udaljenost 10% veća od visine slike .

2.1. Povezanost linearne perspektive i projektivne geometrije

Linearna perspektiva kao način prikazivanja trodimenzionalnog prostora na dvodimenzionalnoj plohi slike odigrala je značajnu ulogu u razvoju projektivne geometrije. Upravo je rad perspektivista potakao matematičare na razmatranje sustava u kojem se i paralelni pravci sijeku. Temelj projektivne geometrije postavili su Gérard Desargues i Blaise Pascal. Osnovni pojmovi projektivne ravnine su točka i pravac, a projektivnog prostora točka, pravac i ravnina.

Aksiomatski, pravac u projektivnoj geometriji je jednoznačno određen dvjema različitim točkama, a točka se dobiva kao sjecište dvaju pravaca, pa se svaka dva pravca u istoj projektivnoj ravnini sijeku. Drugim riječima, u projektivnoj geometriji nema paralelnih pravaca. Ta je činjenica u skladu s prikazom paralelnih pravaca na slikama u linearnoj perspektivi gdje se paralelni pravci sijeku u točki nedogleda. Primjerice, gledajući u smjeru željezničkih tračnica, dobivamo dojam da se dvije paralelne tračnice sijeku u nekoj dalekoj točki na horizontu.

Ako standardni euklidski prostor proširimo beskonačno dalekim elementima onda proizvoljnom pravcu tog prostora pridružujemo beskonačno daleku točku u kojoj ga sijeku svi s njim paralelni pravci. Analogno, proizvoljnoj ravnini tog prostora pridružujemo beskonačno daleki pravac u kojem se sijeku sve s njom paralelne ravnine, pa sam prostor proširujemo beskonačno dalekom ravninom.

3. PRIKAZ TOČKE, PRAVCA I RAVNINE U LINEARNOJ PERSPEKTIVI

Od sada ćemo pod pojmom perspektiva podrazumijevati samo linearnu perspektivu.

Definicija: Neka su u prostoru dane ravnina Π i fiksna točka O koja ne leži u toj ravnini. Točku O nazivamo centrom projiciranja ili očištem, a ravninu Π ravninom projiciranja ili ravninom slike.

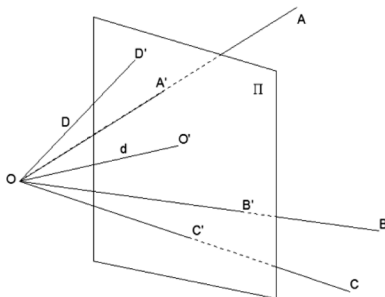
Ortogonalnu projekciju O' točke O na ravninu slike Π nazivamo glavnom točkom, a pravac OO' glavnom zrakom.

Udaljenost točke O od ravnine slike Π nazivamo distancijom ili udaljenošću promatranja.

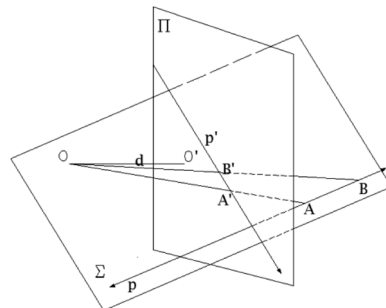
Primijetimo da distancija predstavlja udaljenost centra projekcije O od glavne točke O' , tj. $d = d(O, \Pi) = |OO'|$, te da je glavna zraka OO' okomita na ravninu slike Π .

Definicija: Neka su u prostoru dane ravnina slike Π i očište O , te neka je točka $A \neq O$ proizvoljna točka tog prostora. Ako pravac OA siječe ravninu Π onda točku sjecišta nazivamo perspektivnom slikom ili centralnom projekcijom točke A na ravninu Π iz točke O i označavamo s A' , a sam pravac OA nazivamo zrakom projiciranja ili vidnom zrakom (slika 13).

Po definiciji uzimamo da je perspektivna slika očišta O glavna točka O' .



Slika 13.



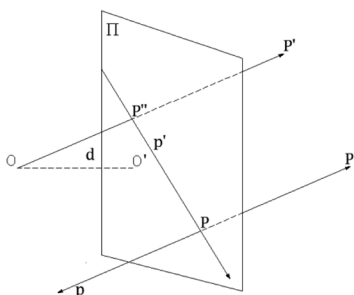
Slika 14.

Neka su zadani ravnina slike Π , očište O i pravac p koji siječe ravninu Π i ne prolazi točkom. Neka su A, B, \dots proizvoljne točke pravca, te A', B', \dots njihove perspektivne slike. Vidne zrake OA, OB, \dots leže u ravnini Σ koja je određena pravcem p i očištem O . Ravnina Σ siječe ravninu Π u pravcu p' koji prolazi točkama A', B', \dots . Pravac p' nazivamo perspektivnom slikom pravca p u ravnini Π (slika 14.), a ravninu $\Sigma \equiv (Op)$ nazivamo ravninom nositeljicom pravca p .

Zapazimo da ako točka leži u ravnini Π , onda je njezina perspektivna slika sama ta točka. Nadalje, svakoj točki prostora pripada točno jedna njezina perspektivna slika. Obrat, međutim, ne vrijedi. Naime, ako je u ravnini Π zadana neka točka, onda je ta točka perspektivna slika svih točaka na pripadnoj zruci projiciranja.

Pravac koji siječe ravninu Π i ne prolazi očištem O , ima točno jednu perspektivnu sliku koja je također pravac. Obrat, međutim, ne vrijedi. Naime, svaki pravac p' ravnine slike Π perspektivna je slika svih pravaca koji leže u njegovoj ravnini nositeljici.

Pokažimo zatim da je perspektivna slika pravca koji siječe ravninu Π i ne prolazi očištem O , jednoznačno određena perspektivnim slikama njegovih dviju istaknutih točaka (slika 15.). Jedna je probodište ili trag P pravca p na ravnini Π , a druga je perspektivna slika P'' beskonačno daleke točke pravca p . Naime, perspektivna slika probodišta P je samo probodište P , pa je $P \in p'$.



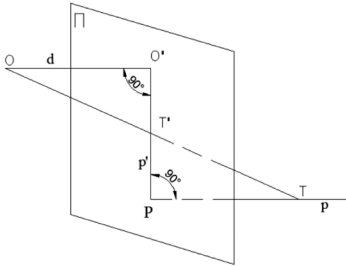
Slika 15.

Nadalje, ako s P' označimo beskonačno daleku točku pravca p , onda je zraka projekcije OP' paralelna s pravcem p i probada ravninu Π u točki P'' . Točka P'' pripada pravcu p' , pa je $p' \equiv PP''$.

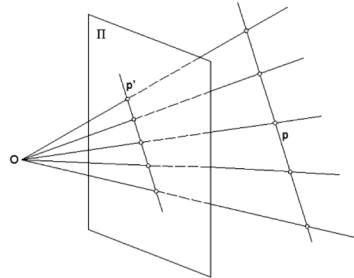
Pravac OP'' koji prolazi očištem i paralelan je s pravcem p , nazivamo nedoglednim pravcem pravca p , a probodište P'' nedoglednog pravca i ravnine slike nedogledom ili nedoglednim probodištem pravca p . Dakle, perspektivna slika pravca je jednoznačno određena njegovim probodištem i nedogledom.

Primijetimo da ako je pravac okomit na ravninu slike Π , onda se njegov nedogledni pravac podudara s glavnom zrakom OO' , te mu je nedogled u glavnoj točki O' (slika 16.).

Ako je pravac p paralelan s ravninom slike Π i ne leži u očnoj ravнини, onda je njegova perspektivna slika p' pravac koji leži u ravnini Π i paralelan je s pravcem p (slika 17.).



Slika 16.

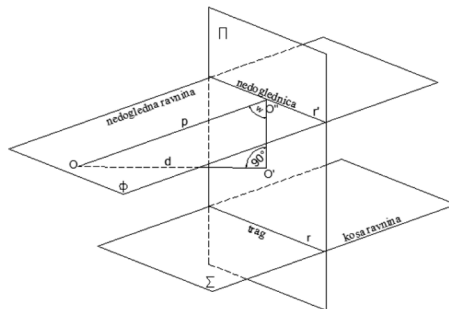


Slika 17.

Definicija: Neka je zadana ravnina slike Π , očište O i proizvoljna ravnina Σ koja nije paralelna s ravninom slike Π (slika 18.). Ravninu Φ koja prolazi očištem O i paralelna je s ravninom Σ , nazivamo nedoglednom ravninom ravnine Σ .

Ravnina Σ i njena nedogledna ravnina Φ sijeku ravninu Π u dva međusobno paralelna pravca. Pravac $r = \Sigma \cap \Pi$ nazivamo tragom ravnine Σ a pravac $r' = \Phi \cap \Pi$ nazivamo nedoglednim tragom ravnine Σ .

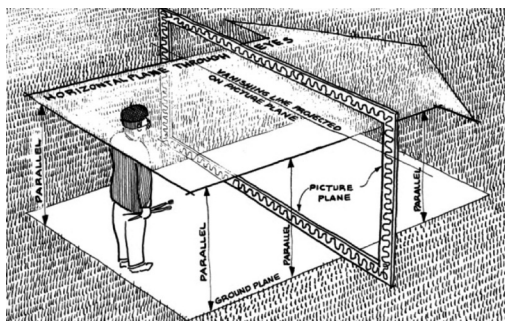
Trag ravnine Σ podudara se sa svojom perspektivnom slikom, dok je nedogledni trag ravnine Σ perspektivna slika beskonačno dalekog pravca ravnine Σ . Nedogledna ravnina Φ jednoznačno je određena točkom O i nedoglednim tragom r' . Budući da ravnina Σ prolazi tragom r i paralelna je s nedoglednom ravninom Φ , to je Σ jednoznačno određena tragom r i nedoglednim tragom r' .



Slika 18.

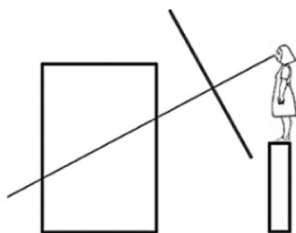
Horizontalna ravnina i horizont

Horizontalna ravnina označava svaku ravninu u horizontalnom položaju. Proizvoljna horizontalna ravnina je okomita na vertikalno položenu ravninu slike. Horizontalnu ravninu koja sadržava glavnu zraku OO' , nazivamo glavnom horizontalnom ravninom. Ona je nedogledna ravnina svih horizontalnih ravnina i njihov nedogledni trag nazivamo horizontom. Dakle, horizont sadržava glavnu točku O' . Zamijetimo da je položaj horizonta na slici uvijek određen samo razinom očiju (tj. visinom očišta).

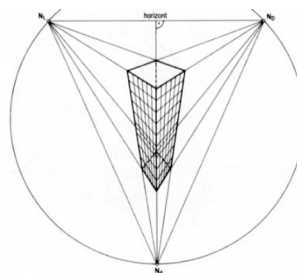


Slika 19. Horizont – nedogledni trag svih horizontalnih ravnina

U dosadašnjim razmatranjima podrazumijevali smo da je glavna zraka postavljena horizontalno, što i jest njezin najčešći položaj u primjenama u arhitekturi i umjetnosti. Međutim, koristi se i drugim položajima glavne zrake. Promotrimo situaciju kada je visina očišta znatno veća od visine objekta koji se prikazuje (slika 20.). Tada ravnina slike nije više u vertikalnom položaju. Horizontalne ravnine nisu više okomite na ravninu slike a horizont se nalazi daleko iznad glavne točke (slika 21.). Vertikalni pravci nisu više paralelni s ravninom slike, već konvergiraju prema točki nedogleda (tzv. nadir) koja se nalazi ispod glavne točke. Takvu linearnu perspektivu nazivamo ptičjom perspektivom.



Slika 20. Ptičja perspektiva¹

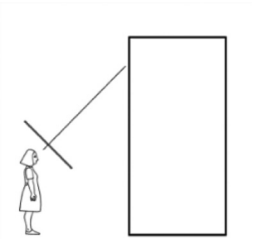


Slika 21².

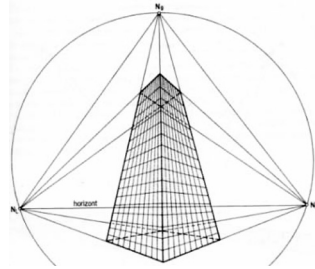
¹ Izvor: <http://www.modrijan.si>

² Izvor: <http://lib2.znate.ru>

Nasuprot tome, ako je visina očišta znatno manja od visine objekta koji se prikazuje (slika 22.), horizont se nalazi daleko ispod glavne točke (slika 23.). Vertikalni pravci nisu više paralelni s ravninom slike, već konvergiraju prema točki nedogleda (tzv. zenit) koja se nalazi iznad glavne točke. Takvu linearnu perspektivu nazivamo žabljom perspektivom.



Slika 22. Žablja perspektiva³



Slika 23⁴.

4. OPTIČKE ILUZIJE

Perceptivna varka ili iluzija (od latinskog glagola *illudere*, što znači igrati se, titrati, varati) interpretacija je osjeta koja ne odgovara podražajnoj stvarnosti. Postoje iluzije zvuka, opipa, njuha i okusa, no, najčešće iluzije su one koje percipiramo osjetilom vida. Optičke iluzije su, dakle, vizualne percepcije slike koje nas zavaravaju, dovode u zabludu da vidimo nešto što zapravo ne odgovara objektivnoj stvarnosti. Tako, primjerice, pravila linearne perspektive omogućuju umjetniku stvaranje iluzije dubine prostora iako u stvarnosti promatrač gleda samo dvodimenzionalnu plohu.

Općenito, percepcija podražajnih situacija različita je od čovjeka do čovjeka i ovisna o njegovu prethodno stečenom iskustvu. Zbog toga ni optičke iluzije ne djeluju jednako na sve ljude. Razlog tomu je u činjenici da su optičke iluzije povezane s načinom na koji mozak procesuirá informacije. Oči prosljeđuju informaciju mozgu, koji je pokušava osmisliti. Prijašnje znanje i iskustvo u percipiranju svijeta koji nas okružuje, kontekst u kojem se nalazi percipirani objekt, stupanj i način usmjeravanja pozornosti na njega - sve su to bitni čimbenici u nastajanju iluzija.

Mnogo je vrsta optičkih iluzija. U nekima nas varaju veličine i oblici objekata koje promatramo, u drugima se varka ostvaruje s pomoću svijetla i sjene, kod nekih okruženjem u kojim se objekti nalaze, itd.

Između optičkih iluzija i perspektive tijesna je povezanost. Naime, poznavanje pravila linearne perspektive i načina korištenja bojama i obrisima omogućuju umjetniku stvaranje trodimenzionalne iluzije. Neke od optičkih

³ Izvor: <http://www.modrijan.si>

⁴ Izvor: <http://lib2.znate.ru>

iluzija u kojima perspektiva ima značajnu ulogu u percepciji jesu:

- iluzije veličine i oblika
- nemoguće optičke iluzije
- iluzije dvosmislenosti
- trodimenzionalne iluzije.

4.1. Iluzije veličine i oblika

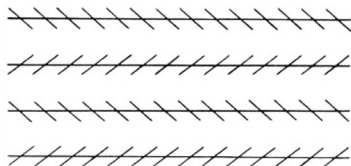
Na slici 24. prikazana su dva para okomitih dužina takvih da vertikalna dužina raspolavlja horizontalnu. Horizontalne dužine na tim crtežima imaju jednaku duljinu, dok vertikalne nemaju. Na jednom od crteža vertikalna i horizontalna dužina su jednako duge.



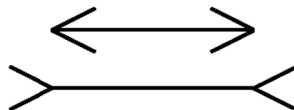
Slika 24. Iluzija bisekcije

Na prvi pogled bismo rekli da su na desnom crtežu te dužine jednakih duljina, a zapravo je vertikalna dužina oko 12,5% kraća od horizontalne. S druge strane, dužine na lijevom crtežu su jednako duge iako nam se čini da je vertikalna dulja od horizontalne.

Godine 1860. njemački astrofizičar Johann Karl Friedrich Zöllner prvi je pokazao da naša procjena geometrijskih osobina objekta (duljina, oblik, zakrivljenost...) snažno ovisi o prirodi okruženja tog objekta. Primjerice, zbog kratkih crtica koje sijeku pravce pod različitim kutom, paralelni pravci uopće ne izgledaju paralelni (slika 25.). Na sličnom načelu zasniva se i poznata Müller-Lyerova iluzija (slika 26.). Kad dvjema dužinama jednakih duljina dodamo strelice koje konvergiraju ili divergiraju u rubnim točkama, postizemo efekt značajne razlike u njihovim duljinama.



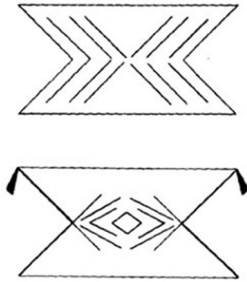
Slika 25. Zöllnerova iluzija



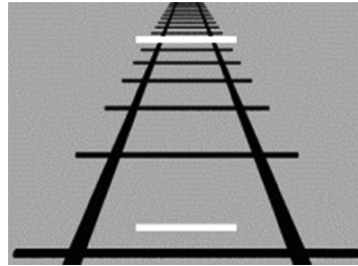
Slika 26. Müller -Lyerova iluzija

Svojstvo da konvergencija vizualno skraćuje objekt, dok ga divergencija produžava, često se rabi u dizajniranju odjeće. Na slici 27. vidimo primjer vizualnog sužavanja struka.

Snažnu ovisnost percepcije geometrijskih odnosa o okruženju pokazuje nam i znamenita Ponzo-iluzija (slika 28). Kod Ponzo-iluzije gornja, žuta dužina izgleda duljom od donje jer bočne pravce iskustveno interpretiramo kao paralelne, sukladno pravilima linearne perspektive.



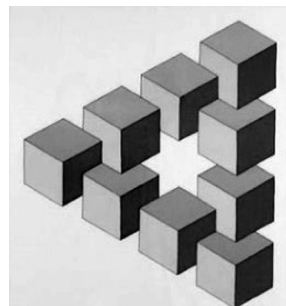
Slika 27.



Slika 28.

4.2. Nemoguće optičke iluzije

Nemoguće se iluzije koriste izobličenjima pri projekciji trodimenzionalnih tijela na površinu slike na takav način da je nacrtanu stvar nemoguće realizirati u tri dimenzije. Švedski umjetnik Oscar Reutersvärd (1915. – 2002.) prvi je napravio nemoguću iluziju 1934. godine kada je nacrtao trokut sastavljen od kocaka koji u prostoru nije moguće konstruirati (slika 29.).



Slika 29.

Nemoguće iluzije zanimala su mnoge umjetnike. Tako je nizozemski grafičar Maurits Cornelis Escher (1898. – 1972.) poznat po brojnim djelima u kojima je oslikao nemoguće konstrukcije. Tako, njegova grafika *Belvedere* (slika 30.) na prvi pogled izgleda smisleno, ali pozornim promatranjem uočava se niz prostorno neizvedivih detalja. Uz pomoć računala može se pokazati kako bi *Belvedere* u stvarnom trodimenzionalnom prostoru izgledao s obzirom na različite točke motrišta. Na slici 31. vidimo da je to objekt kojemu je gornji kat položen pod kutom od 45° u odnosu prema donjem katu, i da se potporni stupovi zapravo isprepleću kao špageti.



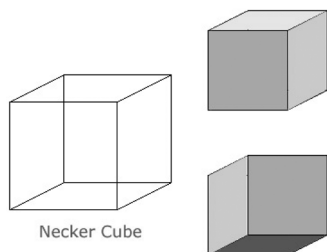
Slika 30. M. S. Escher, *Belvedere*, 1958.



Slika 31⁵. Kadar iz računalne animacije objekta *Belvedere*

4.3. Iluzije dvosmislenosti

Iluzije dvosmislenosti su slike koje se mogu interpretirati (percipirati) na dva ili više načina i to tako da je u jednom trenutku moguća samo jedna interpretacija. Vrlo popularan primjer dvosmislene interpretacije dvodimenzionalne slike geometrijskog tijela je Neckerova kocka (slika 32.). Švicarski grafičar Louis Albert Necker (1786. – 1861.) objavio je 1832. godine crtež kocke u izometrijskoj perspektivi (prozirna kocka) što znači da su paralelni bridovi kocke nacrtani kao paralelne linije na slici. Na mjestu gdje se sijeku slike bridova, nije jasno koji je brid ispred a koji iza. To sliku čini dvosmislenom (gornja i donja puna kocka). Gledamo li donju punu kocku, slike se ploha dodiruju (u bridu) tako da nije jasno vidimo li kocku postavljenu ukoso pred nama ili vidimo „šuplji“ prostor koji omeđuju romb donje plohe i „zidovi“ postavljeni bočno i nasuprot nama. Zbog toga nastaje mogućnost dvojake interpretacije, ovisno o tome koju plohu kocke fokusiramo i stavljamo u prednji plan.



Slika 32⁶. Neckerova kocka

Zamijetimo da ako sliku (prozirne) kocke narišemo u linearnoj perspektivi, to ne ostavlja mogućnost našem mozgu da zamisli dvije interpretacije upravo zbog izobličenja, tj. zbog konvergencije paralelnih pravaca ka točki nedogleda.

⁵ Na internetskim stranicama <http://im-possible.info/english/anim/online-video/youtube-anitime-belvedere.html> mogu se pogledati računalne animacije Escherovih nemogućih objekata Belvedere, Waterfall i Ascend and Descend

⁶ Izvor: <http://www.optical-illusion-pictures.com/ambig.html>

Primjer slike koju također možemo dvojako interpretirati je slika *Moja supruga i maćeha*. Naš mozak uvijek pokušava optičke podražaje (koji su zapravo skup boja) interpretirati kao smislene cjeline. To postiže uočavanjem poznatih oblika i zaključivanjem u skladu s njima.



Slika 33⁷. Moja supruga i maćeha

4.4. Trodimenzionalne iluzije

Koristeći se pravilima linearne perspektive moguće je konstruirati vrlo realistične trodimenzionalne slike na različitim podlogama. U prethodnim poglavljima dali smo nekoliko primjera renesansnih umjetničkih slika i crteža kojima je dubina prostora ostvarena pravilima linearne perspektive. Pogledajmo sada jedan suvremeni primjer.



Slika 34.

Na 3D uličnoj slici autora Manfreda Stadera iz 2006. (slika 34.) čini nam se da vidimo rupu u betonu koja otkriva morske dubine. Također „vidimo“ i uspravno položenu bocu koja pluta na površini. Zapravo je riječ o višemetarskoj slici koja, samo ako se promatra iz jedne određene točke (tj. iz očišta), djeluje zapanjujuće realistično.

Ista slika gledana iz neke druge točke, izgledat će bitno drugačije, dok gledana npr. sa suprotne strane, potpuno gubi svoj smisao (slika 35.).



Slika 35.

Naime, prilikom projiciranja predmeta na horizontalnu ravninu slike (tj. na tlo) dolazi do velikih izobličenja. Tako će autor slikajući bocu na tlu, povećavati dimenzije dijelova boce u smjeru od dna prema vrhu razmjerno udaljavanju od očišta.

⁷ Izvor: <http://ski.org/Vision/Fun/Playfuleye/index.html>

Trodimenzionalne iluzije u arhitekturi

Galerija u vrtu palače Spada u Rimu izvrstan je primjer kako se poznavanje perspektivnih pravila može iskoristiti u stvaranju iluzorne dubine prostora. Podizanjem poda i istodobnim spuštanjem svoda malenog hodnika, arhitekt Francesco Borromini (1599. – 1667.) stvorio je iluziju dvostruko većeg hodnika.



Slika 36⁸: Palazzo Spada

Naime, odabirom pogodne točke motrišta, perspektivna slika stvarnog hodnika i dvostruko većeg portala, dobro su usklađene. Brojni stupovi i lukovi na svodu dodatno pojačavaju logični dojam fiktivne prostornosti. U takvoj perspektivi slika osobe na kraju hodnika trebala bi biti dvostruko manja od slike te iste osobe na ulazu u hodnik. No, kao što vidimo na slici 36., obje osobe, i ona na ulazu u hodnik i ona na njegovu izlazu, jednake su veličine što svjedoči o znatnom sužavanju prostora hodnika u stvarnosti.

Više o toj zanimljivoj optičkoj iluziji može se vidjeti u videozapisu na <https://www.youtube.com/watch?v=AzTWNUX8oVQ>.

Napomena. Članak je nastao na osnovi završnog rada Katarine Sablić *Linearna perspektiva* na preddiplomskom studiju Matematike i informatike PMF-a u Splitu.

LITERATURA

S. Gorjanc, Perspektiva (predavanja), <http://www.grad.hr/sgorjanc/Links/perspektiva/predavanja/perspektiva3.html>

R. Ivančević, *Perspektive*, Školska knjiga, Zagreb, 1996.

D. Palman, *Projektivna geometrija*, Školska knjiga, Zagreb, 1984.

K. H. Ser Guan, *Perspective in Mathematics and Art*, <http://www.math.nus.edu.sg/aslaksen/projects/perspective>

⁸ Izvor: <http://www.math.nus.edu.sg/aslaksen/projects/perspective>

Dr. sc. Snježana Braić

Assistant Professor
Department of Mathematics
Faculty of Science
University of Split
E-mail: snjezana.braic@pmfst.hr

Luisa Trombetta Burić, prof.

Lecturer
University College of Management and Design Aspira, Split
E-mail: luisa.trombetta@aspira.hr

Katarina Sablić

Student
Department of Mathematics
Faculty of Science
University of Split
E-mail: katsab@pmfst.hr

LINEAR PERSPECTIVE AND OPTICAL ILLUSIONS

Abstract

Linear perspective can be analyzed from two different points of view: artistic and geometrical. In this paper these two approaches are simultaneously applied, in the sense that the image constructions in linear perspective are observed as it is usually done in fine arts and then related to the method of projecting objects onto the plane of projection according to the rules of descriptive geometry. Related to the latter approach, the perspective images of point and line are mathematically precisely defined and the necessity for introduction of point and line at infinity (the basic elements in projective geometry) is justified as well. Different types of optical illusions are described. Some of them are closely related to linear perspective. Examples show how our perception depends on our point of view.

Key words: perspective, linear perspective, vanishing point, horizon line, optical illusion

JEL classification: C02, Z11