

# Hrvatski pleter<sup>1</sup>

AUTORI: ANAMARIJA KVAS, DORIAN LOKNAR, NIKOL PETELIN I DORIS PETELIN<sup>2</sup>

MENTORICA: SANJA JANEŠ<sup>3</sup>

## Uvodne napomene

Prije predstavljanja učeničkog uratka smatram potrebnim naglasiti da ova skupina učenika uči raditi u *Sketchpadi* redovito od petog razreda osnovne škole. Tjedni susreti u popodnevrim satima bili su isključivo dobrovoljni. Redovitost dolazaka na satove *Sketchpada* govori o visokoj motiviranosti učenika. Kroz satove učenja uporabe *Sketchpada* obrađivani su sadržaji koji su se oslanjali na one iz redovite nastave, algebre i geometrije, ali prošireni, korelirani i, recimo to tako, „podebljani”. Na ovaj način učenici su tjedno ostvarivali i do 6 sati nastave matematike, što se itekako vidi u njihovoj matematičkoj zrelosti, znanju i motiviranosti za učenje matematike.

Sve što ćete pročitati isključivo je rezultat njihovog istraživanja. Smatram važnim napomenuti da je izrada projekta, od ideje do potpune realizacije koja obuhvaća pismeno obrazloženje projekta te izradu prezentacije za predstavljanje projekta, trajala mjesec dana, a u nju je uloženo sigurno više od 30 sati rada. Moje intervencije bile su vezane samo uz ideju, motivaciju, usmjeravanje, korigiranje, upućivanje na preciznost i ohrabivanje. Opisi konstrukcija su učenički, uz određene jezične prilagodbe i korekcije. Autori su ovim uratkom osvojili prvu nagradu na Festivalu znanosti 2014. u Rijeci. Tema festivala bila je „Val”. Svoj uradak u obliku plakata učenici su predstavili i na 6. Kongresu nastavnika matematike 2014. u Zagrebu.

Mentorica: Sanja Janeš, prof.

## Uvod

Pleter je naziv za predromanički ukras iz razdoblja od 8. do 11. stoljeća. Preuzet je iz antičke umjetnosti, a čine ga valovi, troprute pletenice... U antici je motiv pletera korišten samo za okvir, dok je u predromanici ispunjavao cijelu površinu.

<sup>1</sup>na 6. Kongresu prikazan je poster "Hrvatski pleter"

<sup>2</sup>Anamarija Kvas, Dorian Loknar, Nikol Petelin, Doris Petelin, učenici 8. razreda OŠ „Petar Zrinski” Čabar

<sup>3</sup>Mentorica: Sanja Janeš,

To je **geometrijski** ukras najčešće klesan u kamenu. Dominirao je kao ukras u središnjoj i sjevernoj Italiji, te u Hrvatskoj.

Hrvatski pleter, znan i kao troplet, svojstven je starohrvatskoj kulturi. Pleter je nerazdvojni pratilac hrvatske povijesti. Javlja se u raznim oblicima na građevinskim objektima, umjetninama, namještaju, suvenirima, odjeći i predmetima za svakodnevnu upotrebu.

## Objašnjenje

Zašto smo za temu izabrali motiv hrvatskoga pletera?

- tema Festivala znanosti bila je *Valoviti oblici*
- pleter je dio hrvatske baštine
- u motivu pletera nalazimo mnogo matematike – geometrije
- pleter smo viđali na mnogim hrvatskim spomenicima kao što su: Branimirov natpis, zaglavlje Bašćanske ploče, Višeslavova krstionica...
- često ga viđamo i u svakodnevnom životu, npr. na policijskim značkama, značkama hrvatske vojske, nakitu s motivom pletera...

## Geometrijsko istraživanje i analiza crtanja pletera

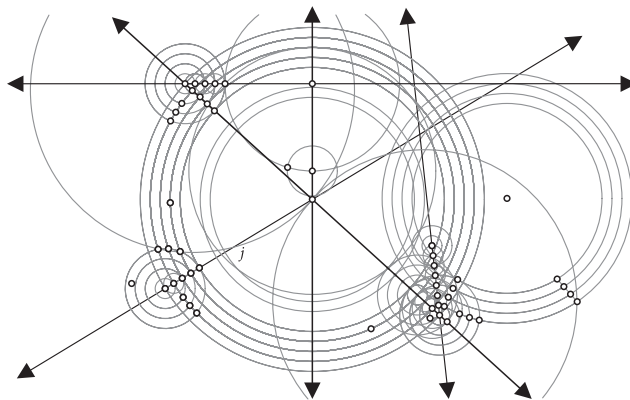
Potražili smo motive pletera na internetu i u literaturi. Promatrajući pleter te njegovu strukturu, isprva nam se izgledom učinio jednostavnim. Njegovu složenost otkrili smo tek kad smo ga počeli crtati. To je bilo pravo istraživanje oblika, preklapanja, simetrija...

Uočili smo glavne geometrijske karakteristike pletera:

- simetrija – osna i centralna
- rotacija
- preklapanje linija
- povezanost oblika
- kružnice, lukovi

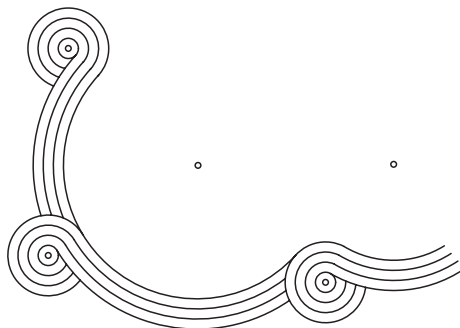
Pokušali smo ga konstruirati u *Sketchpadu*, na praznome listu, no nije bilo nimalo lako snaći se u tome.

## 1. Motiv pletera



Slika 1.

Crtež prvog motiva pletera (slika 1.) izgleda vrlo složeno. Vidi se da smo se mučili. Nakon skrivanja nepotrebnih i pomoćnih linija dobili smo prekrasnu sliku koja nas je motivirala da nastavimo dalje s istraživanjem.



Slika 2.

### Kako konstruirati motiv pletera na slici 2.

1. Potrebno je konstruirati četiri koncentrične kružnice polumjera  $x$ . Najvećoj kružnici dajte ime  $t1$ , a najmanjoj  $t2$ .
2. Vanjskoj kružnici ( $t1$ ) treba opisati kvadrat.
3. Dijagonale kvadrata daju položaje središta ostalih triju kružnica. Nove točke nazovite  $b1$ ,  $b2$ ,  $b3$ .
4. Središte novih kružnica ne smije pripadati kružnici  $t1$ . Potrebno ih je odmaknuti toliko da se najmanja kružnica dodiruje s kružnicom  $t1$  u jednoj točki.

Neka polumjeri svake kružnice budu duljine  $y$ , ali  $y < x$ .

5. Dobili smo skicu prikazanog pletera. Sad se još samo pojedini dijelovi moraju sakriti kako bi izgledalo da jedan drugog prekrivaju. :)

Za ovu konstrukciju nismo koristili koordinatni sustav. Zaključili smo da moramo osmisliti jednostavniji postupak.

### Geometrijska analiza izrade motiva pletera – poboljšana analiza

Nakon analize rada odabrali smo dijelove procesa:

- rukom skicirati lik
- konstruirati lik geometrijskim priborom (koristeći ravnalo i šestar)
- napraviti konstrukciju koristeći program dinamične geometrije *Sketchpad*

Pri konstrukciji u *Sketchpadu* najteže je bilo odrediti koje se linije preklapaju te ih sakriti.

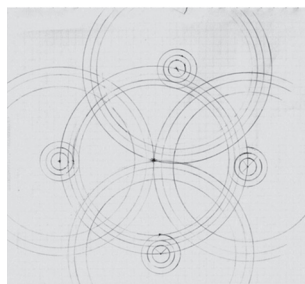
Svaki proces izrade zadanog motiva pletera opisujemo u pet koraka:

1. promatranje predloška
2. skiciranje:
  - a) na papiru ravnalom, šestarom i olovkom
  - b) odmah u *Sketchpadu*
3. konstrukcija u *Sketchpadu*
4. otkrivanje samo glavnih linija
5. opis konstrukcije – nakon oblikovanja

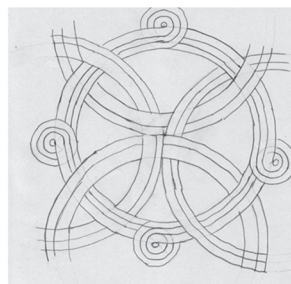
Konstruirali smo pet motiva pletera. Zbog višestrukih simetrija, osne i centralne, konstruiranje smo smjestili u pravokutni koordinatni sustav u ravnini.

- Prvo smo konstruirali oblike pomoću kružnica i tangenti.
- Nakon toga pratili smo preklapanja koja smo riješili konstrukcijom lukova, njihovim sakrivanjem ili podebljavanjem.

## 2. Motiv pletera



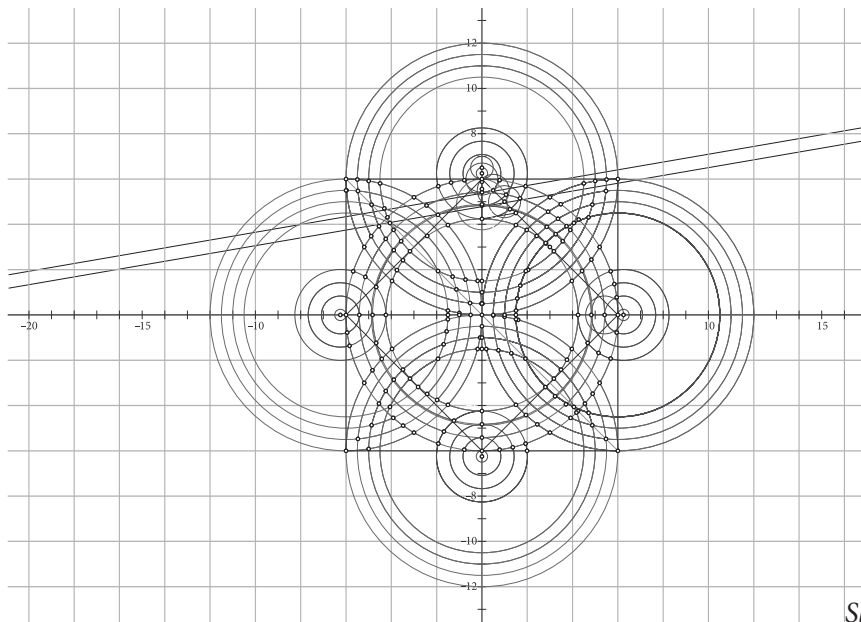
Slika 3.



Slika 4.

Na slici 3. vidimo skicu, bez konstruiranja, napravljenu šestarom.

Na slici 4. istaknuli smo bitne linije kako bismo odredili preklapanja.

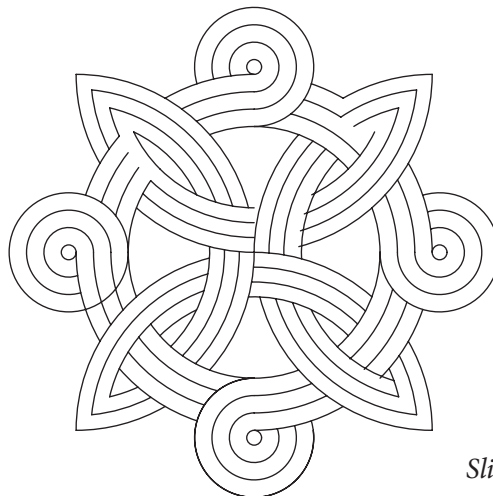


Slika 5.

Na slici 5. napravljena je konstrukcija u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini (u *Sketchpadu*) prema osnovnoj skici na slici 3.

Nakon konstrukcije osnovnih linija trebalo je konstruirati lukove koje skrivamo ili ističemo, ovisno o tome koja je linija iznad, a koja ispod. U tome nam je pomogla skica na slici 4.

Nakon skrivanja pomoćnih i nebitnih crta dobili smo drugi motiv pletera.

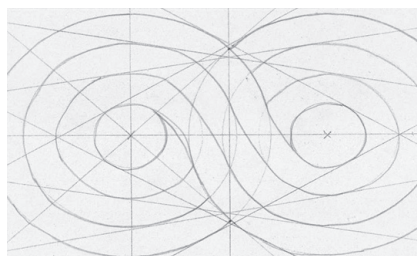


Slika 6.

### Kako konstruirati pleter na slici 6.

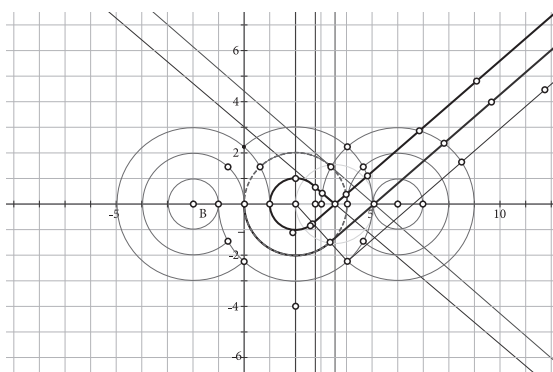
1. Za početak smo, u programu *Sketchpad* u izborniku *Graf* odabrali naredbu *Definirajte koordinatni sustav*. Time dobivamo koordinatni sustav.
2. Na samom početku smo odredili središte četiriju koncentričnih kružnica, a koje je i središte koordinatnog sustava. Razmak između svake kružnice je 0.59 cm.
3. Ucrtali smo nekoliko koordinata; (0, 6), (0, -6), (-6, 0), (6, 0). Ove su nam koordinate poslužile kao središta četiriju koncentričnih kružnica koje su predstavljale „špice” pletera.
4. Koordinate (0, 6.25), (0, -6.25), (6.25, 0), (-6.25, 0) su nam poslužile kao središta četiriju kružnica.
5. Dobili smo skicu, nakon čega smo odredili koje će nam linije biti istaknute, a zatim smo one zanemarive sakrili.
6. Kada smo ispunili sve korake i uspješno obavili posao, dobili smo pleter.

### 3. Motiv pletera



Slika 7.

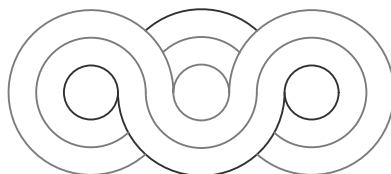
Na slici 7. je skica napravljena šestarom i ravnalom, s ručno podebljanim bitnim linijama motiva pletera u obliku osmice.



Slika 8.

Na slici 8. napravljena je konstrukcija u *Sketchpadu* prema skici na slici 7. Malo smo se pos igrali i dodali još jedan element motivu pletera.

Promijenili smo početni motiv pletera te mu dodali boje naše zastave: crven, bijeli, plavi.

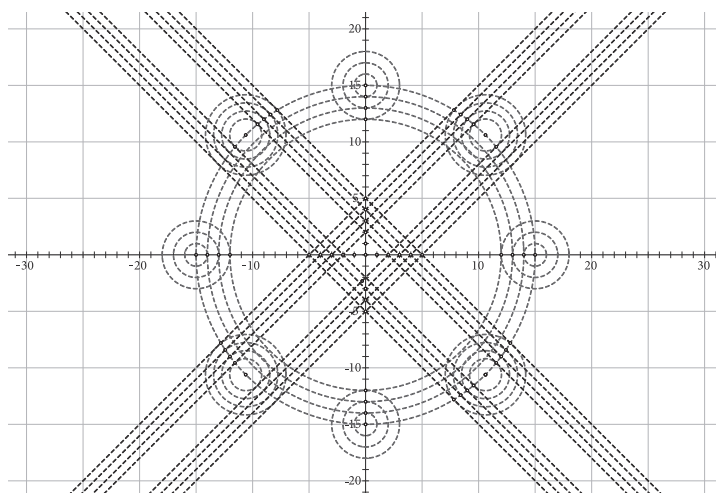


Slika 9.

### Kako konstruirati pleter u obliku osmice na slici 7.

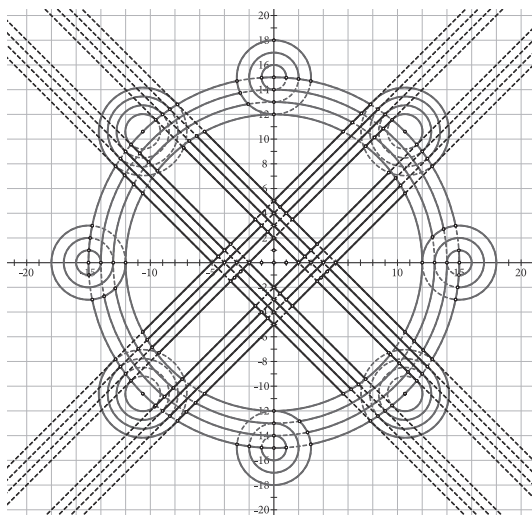
1. U programu *Sketchpad* u izborniku *Graf* odaberemo naredbu *Definirajte koordinatni sustav*.
2. Koordinate  $(0, 0)$  ili središte koordinatnog sustava također će nam predstavljati i središte presjeka simetrale kojom dobivamo udaljenost prve kružnice od druge. Koordinate  $(2, 0)$  i  $(-2, 0)$  bit će središta kružnica.
3. Ukupno nam trebaju tri kružnice oko istih središta.
4. Pomoću koordinatnog sustava možemo postaviti kružnice tako da krenu od najmanje prema najvećoj te da je udaljenost između njih stalna.
5. Nakon što dobijemo valjano postavljene kružnice, određujemo koje će se linije isticati. Pri tome će nam pomoći luk kružnice koji možemo skrivati ili isticati, ovisno o potrebi.
6. Istim postupkom lako ćemo konstruirati jednake parove takvih kružnica. Odlučili smo načiniti tri takve kružnice.
7. Ako se primjena pravilno izvrši, dobijemo pleter.

## 4. Motiv pletera



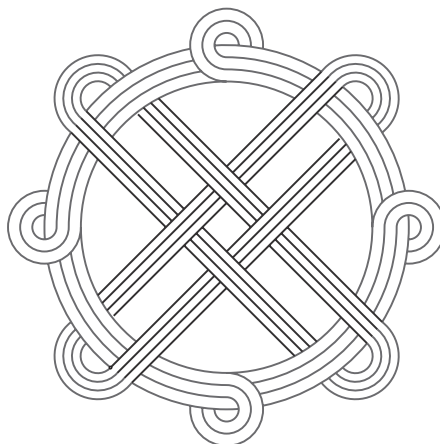
Slika 10.

Na slici 10. je skica odmah napravljena u *Sketchpadu* jer smo se već uvježbali i ohrabрили. Skicirani su osnovni uočeni elementi.



Slika 11.

Na slici 11. vidimo da su istaknute bitne linije i lukovi te da su razriješena preklapanja i skrivanja.



Slika 12.

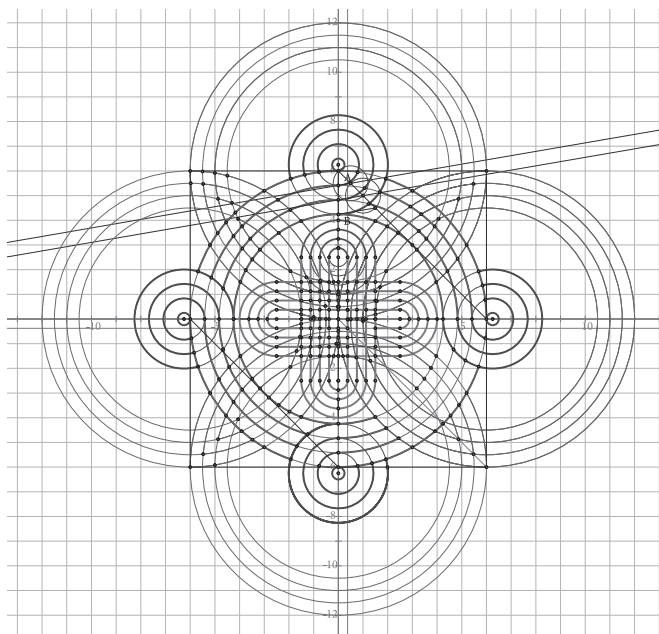
### Kako konstruirati motiv pletera sa slike 12.

1. U programu *Sketchpad* u izborniku *Graf* koristeći naredbu *Definirajte koordinatni sustav* prikazemo pravokutni koordinatni sustav.
2. Točke s koordinatama  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(0, -2)$ ...  $(0, 5)$ ,  $(5, 0)$ ,  $(-5, 0)$ ,  $(0, -5)$  će nam pomoći pri konstrukciji pravaca.
3. Prvi konstruirani pravac prolazi točkama s koordinatama  $(0, 2)$  i  $(2, 0)$ . Postupak nastavljamo četiri puta, sa svih strana.



4. Nakon što to učinimo, bit će nam potrebna kružnica. Njezino središte je u ishodištu koordinatnog sustava. Konstruiramo je pomoću točke 15 na  $x$ -osi. Trebamo četiri kružnice.
5. Nakon što odredimo presjeke pravaca i kružnica, pomoću konstrukcije simetrale trebamo naći središte novih kružnica. To središte spajamo s presjecima kružnica i konstruiramo četiri nove kružnice.
6. Taj postupak ponavljamo četiri puta na svakoj strani.
7. Nakon toga potrebno je konstruirati još jednu kružnicu. Središte četiriju kružnica nalazi se u točki 15 na  $x$ -osi. To ponavljamo na svim osima, konstruirajući svaki put po četiri kružnice.
8. Nakon toga određujemo koje će se linije isticati, a koje ne. To radimo pomoću konstrukcija kružnih lukova i skrivanjem kružnica.
9. Nakon što je sve završeno, dobijemo pleter prikazan na slici 12.

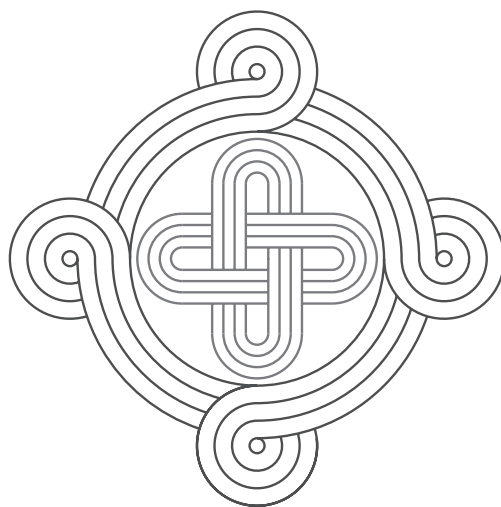
## 5. Motiv pletera



Slika 13.

Konstrukcija posljednjeg motiva pletera djeluje vrlo složeno, ali on je zapravo sastavljen od sljedećih dijelova:

- 2. i 4 – motiva, vanjski dio
- 4. motiva – središnji, dijagonalni dio, umanjen i postavljen u sredinu.



Slika 14.

### Kako konstruirati pleter sa slike 14.

1. U programu *Sketchpad* u izborniku *Graf* definiramo *Definirajte koordinatni sustav*.
2. Nakon toga konstruiramo četiri kružnice, u svakom zadanom središtu, na svakoj strani.
3. Središte koordinatnog sustava odigrat će ulogu središta za još četiri kružnice. Stoga pomoću koordinatnog sustava lako možemo odrediti i jednake udaljenosti.
4. Središta novih četiriju kružnica bit će točke s koordinatama  $(0, -6)$ ,  $(6, 0)$ ,  $(0, 6)$ ,  $(-6, 0)$ .
5. Koordinate  $(0, -2.5)$ ,  $(0, 2.5)$ ,  $(2.5, 0)$ ,  $(-2.5, 0)$  bit će središta sljedećih četiriju kružnica. Konstruiramo polukružnice, a točke spojimo dužinama.
6. Na kraju odredimo linije koje trebaju biti istaknute, istaknemo ih, a one zanemarene sakrijemo.
7. Ako se koraci ispune, dobije se pleter. 😊

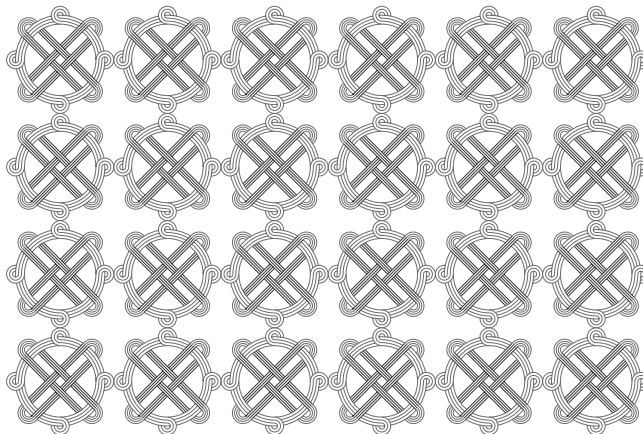
Kako smo naučili da su motivi pletera korišteni za ukrašavanje, odlučili smo istražiti kako bi to izgledalo s motivima pletera koje smo napravili.

- Odlučili smo istražiti kako izgleda pozadina koja ima motiv naših pletera.
- Napravili smo i matricu slajda s motivom pletera koju smo koristili u prezentaciji.

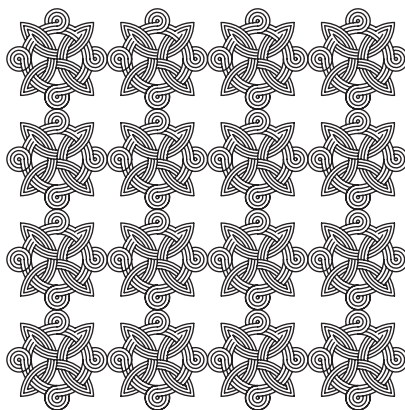
Dobili smo jako lijepe, vesele površine koje ostavljaju dojam kretanja.

**Pozadine ispunjene motivima pletera.**

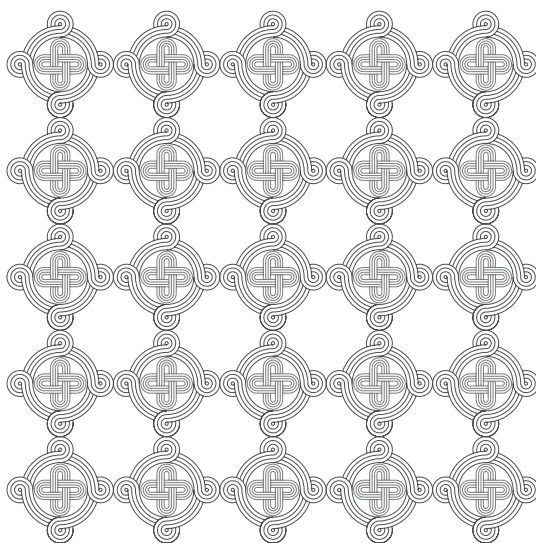
1.



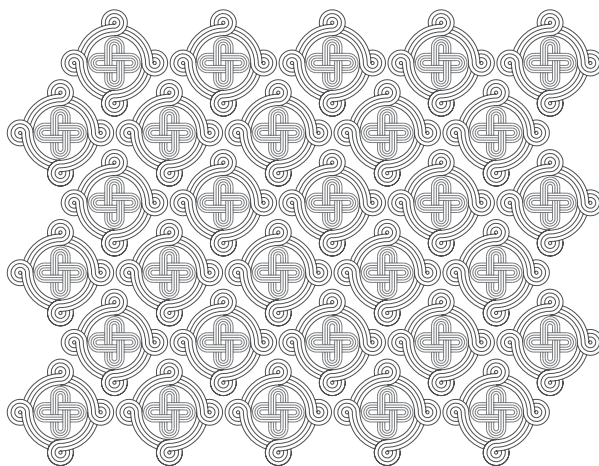
2.



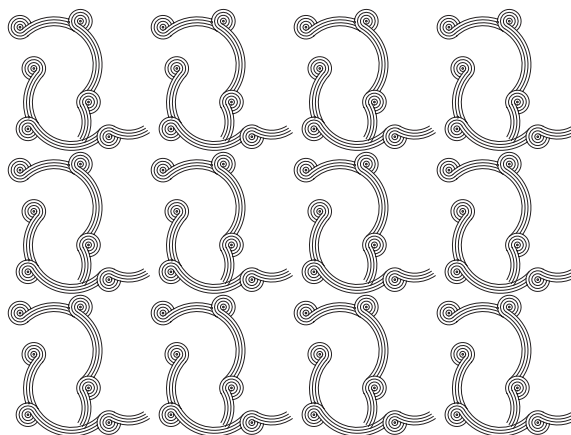
3.



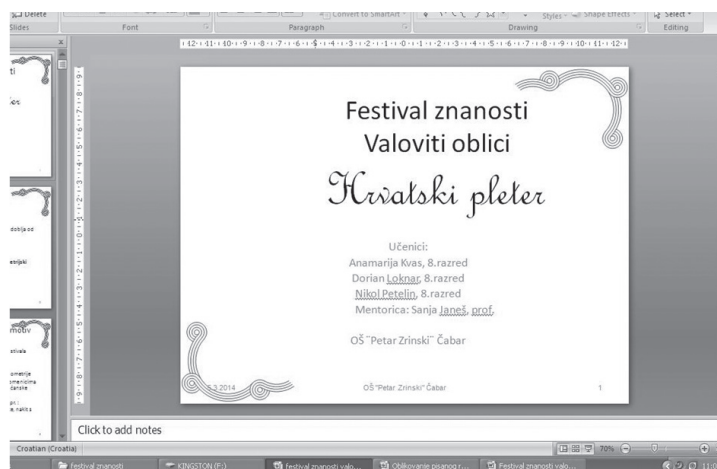
4.



5.



Matrica slajda s motivom pletera.



## Rasprava

Motiv pletera iznimno je zanimljiv i s estetske i s geometrijske strane. Vrlo je lijep, ali kompliciran za napraviti/konstruirati. Pun je isprepletenih linija koje ga čine zanimljivim za proučavanje.

Važno je detaljno ga proučiti i uočiti elemente od kojih je napravljen. Zatim ga treba skicirati, a tek onda krenuti na konstrukciju. Pri konstrukciji su skice od iznimne važnosti. Na skicama se vide simetrije. Na njima uočavamo vidljive i nevidljive linije odnosno preklapanja.

Konstruirani motiv pletera vrlo je lijep, no još je ljepši kao ukras pozadine ili dijelova pozadine.

## Zaključak

Pri izradi motiva pletera svakako je potrebno napraviti sljedeće korake.

1. promatranje predloška
2. skiciranje: a) na papiru ravnalom, šestarom i olovkom, ručno  
b) u *Sketchpadu* ili nekom drugom programu dinamične geometrije
3. konstrukcija u *Sketchpadu* ili na papiru geometrijskim priborom – svakako za osnovu treba koristiti pravokutni koordinatni sustav u ravnini
4. otkrivanje bitnih linija – paziti na preklapanja koja najbolje možemo pratiti na prvobitnoj skici ili predlošku
5. opis konstrukcije – nakon oblikovanja

Motiv pletera vrlo je dekorativan pa ga je efektno upotrijebiti za ukrašavanje, izradu loga... Sretni smo što smo se bolje upoznali s tim zanimljivim ornamentom koji za nas ima iznimno povijesno značenje i vrlo lijepu geometrijsku dušu.

Kako smo se dosta mučili dok se nismo izvježbali u izradi motiva pletera, sjetili smo se majstora koji su ih izrađivali u kamenu samo dljetom i čekićem, vlastitim rukama. Shvatili smo koliko je vještine, znanja, vremena i snage bilo potrebno da bi se pleteri izradili.

Matematički sadržaji i programi koje smo koristili: centralna simetrija, osna simetrija, rotacija, pravokutni koordinatni sustav u ravnini, program dinamične geometrije *Sketchpad*, *Paint*, *PowerPoint*, *Word*

Područja korelirana s matematikom: povijest, likovna umjetnost

## Literatura

- [hr.wikipedia.org/wiki/Hrvatski-pleter](http://hr.wikipedia.org/wiki/Hrvatski-pleter)
- [www.science.waterloo.ca/kdvorski/pdf/HrvatskiPleter.pdf](http://www.science.waterloo.ca/kdvorski/pdf/HrvatskiPleter.pdf)
- Veliki školski leksikon, Zagreb 2003., Školska knjiga, naklada Leksikon