

GENIJALNI BEETHOVEN

*Tko god poznaje i razumije moju glabu,
bit će slobodan od svake tuge koja tišti druge ljude.*

Ludwig van Beethoven

Kako je moguće da je Beethoven, jedan od najpoznatijih i najslavnijih skladatelja, napisao toliko omiljenih kompozicija dok je bio gluh? Odgovor leži u matematici koja stoji iza te glazbe.

Mjesečeva sonata popularno je ime poznate Beethovenove klavirske sonate br. 14 u cis-molu. (Sonata *Quasi una fantasia* op. 27 br. 2). Sonata je dovršena 1801. godine i jedna je od najpoznatijih Beethovenovih klavirskih sonata (a napisao ih je 32). Vrlo je poznata i bezbroj puta izvođena i snimana, naročito prvi stavak koji doista podsjeća na mjesecinu. Samo ime sonati (kao i programna imena nekim drugim Beethovenovim sonatama – *Olujna*, *Patetična*...) nije nadjenulo Beethoven nego je dosta kasnije dobila ovo slavno ime po kojemu je i danas poznata.



Glazba Ludwiga van Beethovena (1770. – 1827.) smatra se velikim blagom čovječanstva. Nenađmašna u snazi i ekspresiji, jednako kao u dubini i različitosti ideja i osjećaja, pruža bezgraničnu radost i slušateljima i izvođačima.

Na jedan zanimljiv način, Natalya St. Clair koristi „Mjesečevu sonatu” kako bi prikazala način na koji je Beethoven uspio prenijeti emociju i kreativnost koristeći izvjesnost matematike. Možda zvuči kao paradoks ili okrutna šala, ali što god da jest, istinito je. Beethoven je skladao brojne od svojih najpoznatijih partitura gubeći sluh. Pitanje je kako je u takvoj situaciji mogao stvarati tako složene i potresne skladbe? Odgovor leži u uzorcima skrivenim ispod predivnih zvukova.

Pogledajmo slavnu „Mjesečevu sonatu” koja počinje sporim, mirnim tijekom nota grupiranim u trojke:

Jen' -i-dva-i-tri-i-a.

Iako zvuče varljivo jednostavno, svaka trojka sadrži elegantnu melodičnu strukturu koja otkriva fascinantnu vezu između glazbe i matematike.

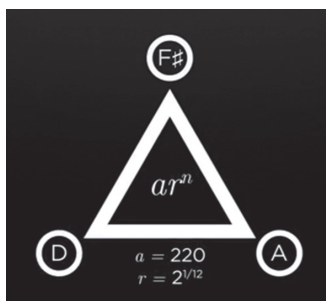
L. van BEETHOVEN Sonata No. 14 "Moonlight" Op. 27, No. 2 (Sonata Quasi Una Fantasia)



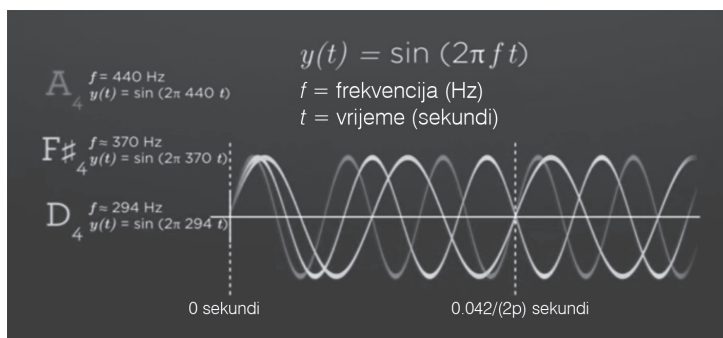
Beethoven je rekao: *Uvijek kada skladam, imam sliku u glavi i pratim njene crte.*

Slično tome, možemo zamisliti standardnu klavirsku oktavu od trinaest tipki (dakle 8 bijelih i 5 crnih), svaka odvojena s pola koraka (što zapravo referira na polustupnjeve u glazbi). Standardna mol ili dur ljestvica koristi osam ovih tipki, s pet intervala s čitavim korakom i dva s pola koraka.

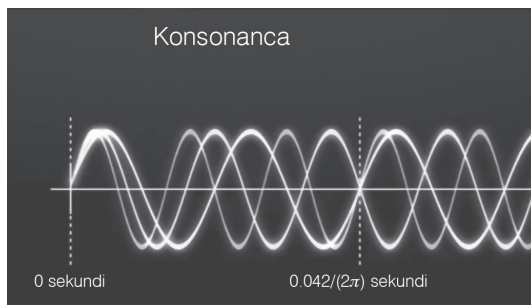
I prva polovina mjere 50, na primjer, sastoji se od tri note u D duru, odvojena intervalima koji se zovu trećine, koje preskaču sljedeće note na ljestvici. Slažući prvu, treću i petu notu ljestvice, D, F i A, dobijemo harmonički uzorak poznat kao trijada. Ali to nisu samo nasumični čarobni brojevi. Oni predstavljaju matematičku vezu između frekvencije visine tona različitih nota koje tvore geometrijski niz.



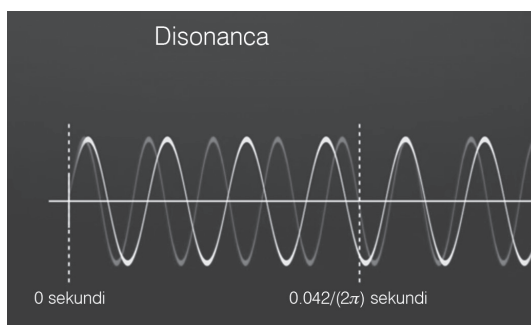
Ako počnemo s notom A₃ na 220 herca, niz se može izraziti jednadžbom gdje n odgovara broju uzastopnih nota na klavijaturi. D dur triplet iz „Mjesečeve sonate” koristi za n vrijednosti pet, devet i dvanaest. Kada ih uvrstimo u funkciju, možemo prikazati val sinusa za svaku notu, što nam dopušta da vidimo uzorke koje Beethoven nije mogao čuti. Kada su prikazana sva tri vala sinusa, presijecaju se na početnoj točki (0, 0) i ponovno na (0, 0.042).



U ovom rasponu, D prolazi dva puna ciklusa, F prolazi dva i pol, dok A prolazi tri. Ovaj uzorak zove se konsonanca, što zvuči prirodno ugodno našim ušima.



Možda je jednako očaravajuće Beethovenovo korištenje disonance. Pogledajte mjere od 52 do 54 koje imaju trojke koje sadrže note B i C. Kako njihov graf pokazuje, njihovi valovi nisu sinkronizirani, rijetko se presijecaju, ako to ikad uopće čine. Stavljajući u kontrast disonanci konsonancu trijade D dura u prethodećim mjerama, Beethoven dodaje nemjerljive elemente emocije i kreativnosti sigurnosti matematike kreirajući ono što je Hector Berlioz opisao kao „jedna od onih pjesama koju ljudski jezik ne zna opisati.”



Iako možemo istraživati skrivene matematičke uzorke glazbenih djela, još uvijek nismo otkrili zašto određene sekvence tih uzoraka pogađaju srca slušatelja na određene načine. Beethovenov stvarni genij ne leži samo u mogućnosti da vidi uzorke bez da čuje glazbu, nego da osjeti njihov učinak.

James Sylvester je napisao:

*Ne može li se glazba opisati kao matematika čula,
a matematika kao glazba razuma?*

Glazbenik osjeća matematiku.

Matematičar misli glazbu.

