



### Kako konstruirati $\sqrt{3}$ ?

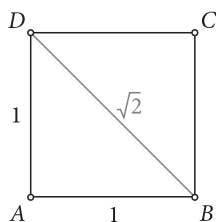
Nikol Radović, Sisak

U prošleme broju Matke mogli ste pročitati prvi dio članka o iracionalnim brojevima. Naglasak je bio na konstrukciji dužine čija je duljina jednaka  $\sqrt{2}$ , ali i na konstrukciji različitih geometrijskih figura koje su povezane s brojem  $\sqrt{2}$ . U ovome broju bavit ćemo se konstrukcijom dužina čija je duljina  $\sqrt{3}$ .

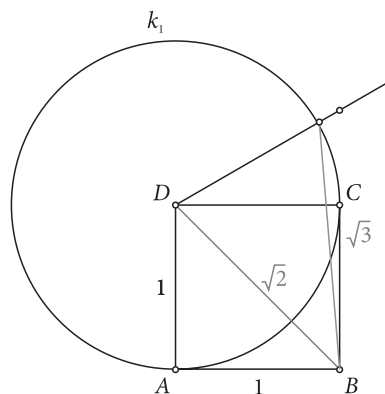
**Primjer 5.** Nacrtajmo/konstruirajmo dužinu duljine  $\sqrt{3}$  mjernih jedinica.

*Rješenje:*

- Nacrtajmo kvadrat  $ABCD$ , duljine stranice 1 mjerne jedinice.
- Znamo (**Primjer 1.** Matka 91) da je dijagonala  $\overline{BD}$  kvadrata  $ABCD$  duljine  $\sqrt{2}$  mjernih jedinica, slika 22.
- Nacrtajmo/konstruirajmo polupravac  $DE$  koji s polupravcem  $DC$  zatvara kut veličine  $30^\circ$ .
- Kružnica  $k_1(D, |DC|)$  siječe polupravac  $DE$  u točki  $F$ .
- Duljina dužine  $\overline{CF}$  je  $\sqrt{3}$  mjernih jedinica, slika 23.



Slika 22.



Slika 23.

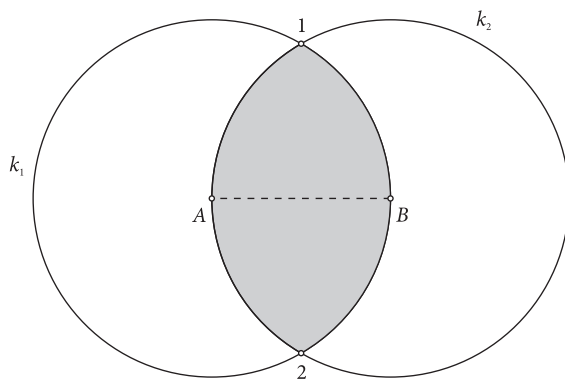


S iracionalnim brojem  $\sqrt{3}$  povezana je geometrijska figura *Vesica Piscis* (doslovni prijevod s latinskog je *riblji mjehur*). To je jednostavna geometrijska figura definirana kao presjek dvaju krugova jednakih duljina polumjera koja se primjenjuje u arhitekturi, građevinarstvu, likovnoj umjetnosti... od antičkog doba do današnjih dana.

**Primjer 6.** Nacrtajmo/konstruirajmo *Vesicu Piscis*.

*Rješenje:*

- Nacrtajmo dužinu  $\overline{AB}$ .
- Nacrtajmo/konstruirajmo kružnice  $k_1(A, |AB|)$  i  $k_2(B, |AB|)$ .
- Kružnice se sijeku u točkama 1 i 2.
- *Vesica Piscis* je geometrijska figura određena lukovima kružnica  $k_1$  i  $k_2$  točkama 1 i 2, slika 24.

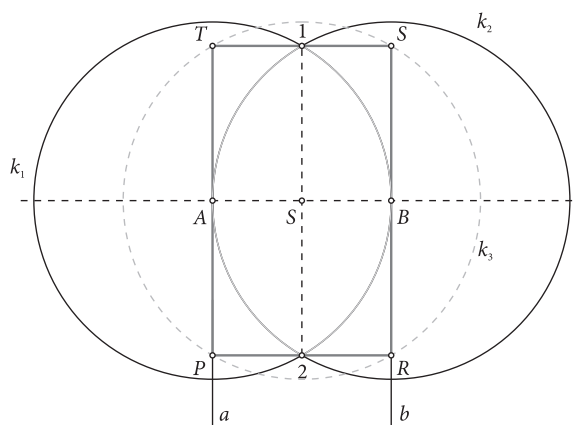


Slika 24.

**Primjer 7.** Veza *Vesica Piscis* i broja  $\sqrt{3}$

- Početak je slika 24. iz **Primjera 6**.
- Nacrtajmo kružnicu  $k_3(S, |AB|)$ , pri čemu je točka S polovište dužine  $\overline{AB}$ .
- Rubnim točkama A i B dužine  $\overline{AB}$  nacrtajmo/konstruirajmo okomice  $a$  i  $b$ .
- Pravac  $a$  siječe kružnicu  $k_3$  u točkama P i T, odnosno pravac  $b$  u točkama R i S.
- Ako pretpostavimo da je duljina dužine  $\overline{AB}$  jednaka 1 mjernoj jedinici, tada je  $|12| = |RS| = |PT| = \sqrt{3}$  mjernih jedinica, slika 25.
- Pravokutnik PRST je  $\sqrt{3}$  - pravokutnik.





Slika 25.

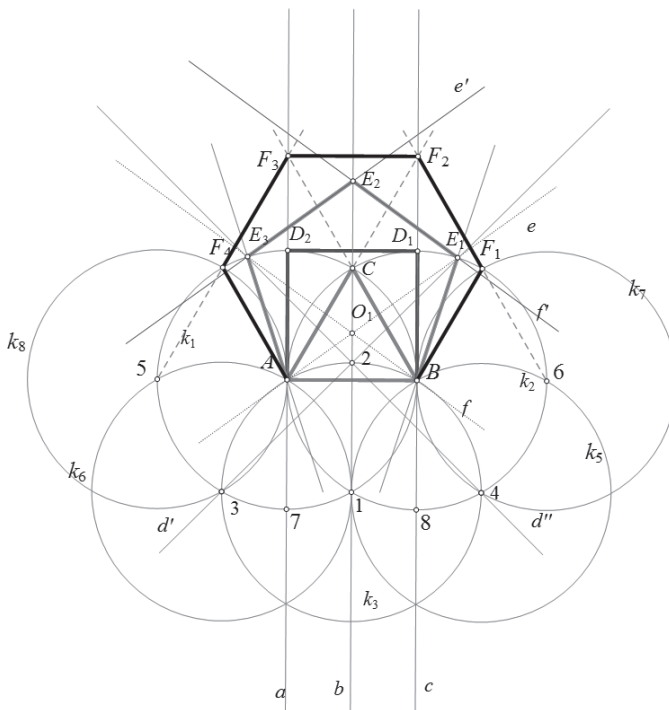
**Primjer 8.** Neka je zadana dužina  $\overline{AB}$ . Nacrtajmo jednakostraničan trokut, kvadrat, pravilni peterokut, šesterokut... iz *Vesice piscis*.

*Rješenje:*

- Nacrtajmo kružnice  $k_1(A, |AB|)$ ,  $k_2(B, |AB|)$ .
- Kružnice  $k_1$  i  $k_2$  sijeku se u točkama 1 i C.
- Točke A, B i C su vrhovi jednakostraničnog trokuta ABC.
- Nacrtajmo kružnicu  $k_3(1, |AB|)$ .
- Kružnice  $k_1$  i  $k_3$  sijeku se u točkama 2 i 3, a kružnice  $k_2$  i  $k_3$  sijeku se u točkama 2 i 4.
- Točkama A i B nacrtajmo/konstruirajmo okomice a i c na dužinu  $\overline{AB}$ .
- Pravac a i kružnica  $k_1$  sijeku se u točkama 7 i  $D_2$ .
- Pravac c i kružnica  $k_2$  sijeku se u točkama 8 i  $D_1$ .
- Točke A, B,  $D_1$  i  $D_2$  vrhovi su kvadrata  $ABD_1D_2$ .
- Nacrtajmo/ konstruirajmo pravce  $d' = 23$  i  $d'' = 24$ .
- Pravac  $d'$  siječe kružnicu  $k_2$  u točki  $E_1$ , a pravac  $d''$  siječe kružnicu  $k_1$  u točki  $E_3$ .
- Nacrtajmo/ konstruirajmo pravce  $e = AE_1$  i  $f = BE_3$ .
- Točkom  $E_3$  nacrtajmo/konstruirajmo pravac  $e'$  usporedan s pravcem e.
- Točkom  $E_2$  nacrtajmo/konstruirajmo pravac  $f'$  usporedan s pravcem f.
- Pravci  $e'$  i  $f'$  sijeku se u točki  $E_2$ .



- Točke  $A, B, E_1, E_2$  i  $E_3$  redom su vrhovi pravilnog peterokuta  $ABE_1E_2E_3$ .
- Nacrtajmo kružnice  $k_5(4, |AB|)$ ,  $k_6(3, |AB|)$ .
- Kružnice  $k_2$  i  $k_5$  sijeku se u točki 6.
- Nacrtajmo kružnicu  $k_7(6, |AB|)$ .
- Kružnice  $k_1$  i  $k_6$  sijeku se u točki 5.
- Nacrtajmo kružnicu  $k_8(5, |AB|)$ .
- Kružnice  $k_2$  i  $k_7$  sijeku se u točkama 4 i  $F_1$ .
- Kružnice  $k_1$  i  $k_8$  sijeku se u točkama 3 i  $F_4$ .
- Polupravci  $AC$  i  $6F_1$  sijeku se u točki  $F_2$ .
- Polupravci  $BC$  i  $5F_4$  sijeku se u točki  $F_3$ .
- Točke  $A, B, F_1, F_2, F_3$  i  $F_4$  vrhovi su pravilnog šesterokuta  $ABF_1F_2F_3F_4$ , slika 26.



Slika 26.

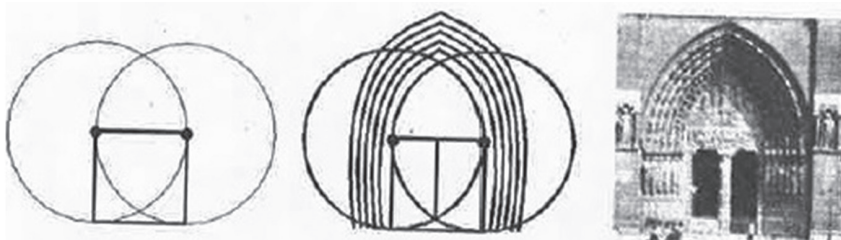
- Konstrukciju možemo nastaviti crtanjem/konstruiranjem pravilnog osmerokuta, deseterokuta, dvanaesterokuta, slika 27.



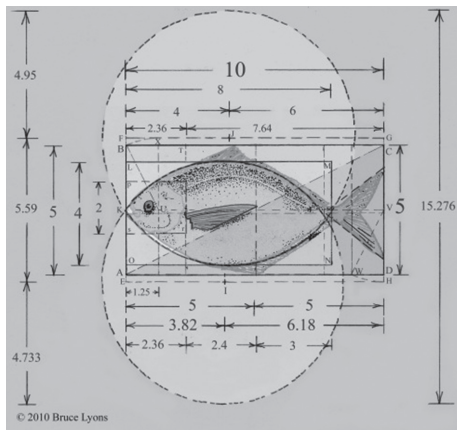




Slika 29. Cathedral of Notre Dame, Pariz

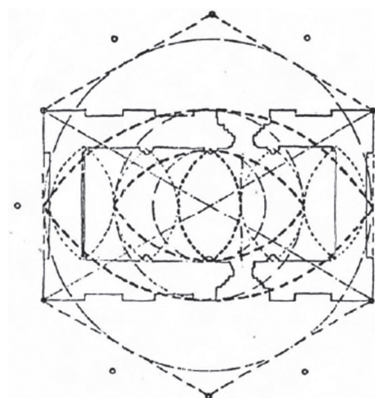


Slika 30.



Slika 31.





Slika 32.

Tlocrt *Chapel of St. Mary Glastonbury* temelji se na iracionalnom broju  $\sqrt{3}$

### Literatura

1. A. Baragar. *A Survey of Classical and Modern Geometries with Computer Activities*, Prentice – Hall, 2001.
2. R. E. Brown, A. Owens. *Tilted Squares, Irrational Numbers, and the Pythagorean Theorem*, MTMS, Vol. 15, No. 1, August 2009., 57 – 62.
3. P. A. Calter. *Squaring the Circle Geometry in Art and Architecture*, Key College Publishing, 2008.
4. M. J. Schneider. *A Beginner's Guide to Constructing the Universe The Mathematical Archetypes of Nature, Art and Science*, HarperPerennial, 1995.
5. S. Skinner. *Sacred Geometry – Deciphering the Code*, Gaia Books, 2006.
6. R. Svedrec, N. Radović, T. Soucie, I. Kokić. *Tajni zadatak 008 – udžbenik iz matematike za osmi razred osnovne škole s CD-om*, Školska knjiga, Zagreb, 2007.
7. R. Svedrec, N. Radović, T. Soucie, I. Kokić. *Tajni zadatak 008 – radna bilježnica iz matematike za osmi razred osnovne škole*, Školska knjiga, Zagreb, 2007.

### Internetske adrese

1. <http://mathworld.wolfram.com/VesicaPiscis.html> (5. 1. 2015.)
2. <http://shadowsineden.blogspot.com/2013/01/vesica-piscis-tale-of-fish.html> (5. 1. 2015.)
3. <http://www.esotericonline.net/profiles/blogs/vesica-piscis> (5. 1. 2015.)
4. <https://brucelyonsblog.wordpress.com/2010/04/11/the-vase-of-life-vesica-piscis-and-21-6> (15. 1. 2015.)

