

PROCJENA FRAKCIJE ENERGIJE ALFA ČESTICA EMITIRANIH IZ
MINERALNOG DIJELA TRABEKULARNE KOSTI, APSORBIRANE U
KOŠTANOJ MOŽDINI

Z. Franić

Institut za medicinska istraživanja i medicinu rada Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb

Primljeno 27. I. 1988.

U kosturu su osobitom karcinogenom riziku izložene hemopoetske stanice koštane srži koje su nasumično raspodijeljene uglavnom unutar trabekularnih kostiju. Metodom Monte Carlo nađena je linearna ovisnost u koštanoj srži apsorbirane frakcije (AF) energije α -čestica emitiranih iz volumena mineralnog dijela trabekularne kosti o energiji emitiranih čestica.

AF (crvena koštana srž ← trabekularna kost) iznosi 0,016 za α -čestice energije 3 MeV i 0,080 za α -čestice energije 8 MeV. Kod kostura procjena depozicije energije za specifični radionuklid može zbog složenih geometrijskih odnosa između izvora i mete značajno ovisiti o klasifikaciji na radionuklide jednoliko raspodijeljene unutar volumena kostiju te na radionuklide jednoliko raspodijeljene po površini mineralnog dijela kostiju.

U kosturu su karcinogenom riziku izložene samo hemopoetske stanice koštane srži, osteogenetske stanice i određene epitelne stanice u blizini površine kosti. U odraslih ljudi hemopoetske stanice su nasumično raspodijeljene unutar hemopoetske srži u trabekularnim kostima (1). Karcinogeni rizik proporcionalan je efektivnom ekvivalentu doze integriranom kroz period od 50 godina, odnosno $H_{E,50}$ (committed effective dose equivalent). U svrhu radiološke zaštite u dozimetriji kostiju, $H_{E,50}$ se proračunava pomoću AF (meta ← izvor), tj. frakcije energije apsorbirane u organu meti uslijed radijacije iz organa izvora. AF nije direktno mjerljiva veličina, nego se procjenjuje na različite načine. Jedna od najčešćih je metoda Monte Carlo. U ovom radu je prikazan cjelokupan postupak procjene AF (crvena koštana srž ← trabekularna kost) za α -emitere uniformno raspodijeljene unutar volumena mineralnog dijela trabekularne kosti, s osvrtom na radij i plutonij kao najznačajnije radionuklide kojima je kost kritičan organ.

Trabekularna kost

Trabekularna kost je mekana spužvasta kost, mreža koštanih gredica (trabeculae) koje ograničavaju uske prostore ispunjene koštanom srži. *International Commission for Radiation Protection* u Publikaciji 20 (2) definira trabekularnu kost kao bilo koju kost s omjerom površina/volumen većom od $60 \text{ cm}^2\text{cm}^{-3}$.

Domet α -čestica dovoljno je malen da se mineralna površina trabekularne kosti može aproksimirati ravnom plohom (3), što znači da je polumjer zakrivljenosti šupljina u kojima se nalazi srž mnogo veći od dometa α -čestica. Uz tu pretpostavku, može se smatrati da mineralni dio kosti i koštana srž tvore poluprostore.

Masa trabekularne kosti je 1000 g, volumen 500 cm^3 i površina oko 6 m^2 (4). Prosječna debljina d trabekularne kosti može se procijeniti ako je aproksimiramo pravokutnim paralelepipedom, površine stranice S i volumena V :

$$d = \frac{2V}{S} \quad /1/$$

Oplošje pobočnih stranica je zanemareno. Uvrstivši gornje vrijednosti u relaciju /1/ proizlazi da je prosječna debljina trabekularne kosti $166,7 \text{ }\mu\text{m}$.

Klasična teorija gubitaka energije nabijenih čestica sudarom

Bethe-Blochov izraz za gubitak energije teških nabijenih čestica u sudarima s materijom (zakočna moć), za nerelativističke α -čestice glasi (5):

$$\frac{dE_\alpha}{dx} = 3,80 \cdot 10^{-25} \frac{NZ}{E_\alpha} \ln(548 \frac{E_\alpha}{I}) \quad /2/$$

gdje su:

dE_α/dx nerelativistički gubitak energije sudarom, u $\text{MeV}\mu\text{m}^{-1}$

E_α energija α -čestice u MeV

I prosječni ionizacijski potencijal apsorbirajućih atoma u eV

NZ gustoća elektrona u apsorbirajućem mediju u cm^{-3} .

Domet čestice energije E_α dan je relacijom:

$$R(E_\alpha) = - \int_0^{E_\alpha} \frac{dE}{dE/dx} \quad /3/$$

Za kost se NZ može procijeniti na $3,32 \times 10^{23} \text{ cm}^{-1}$ uzimajući u obzir podatke o elementarnom sastavu kosti. Međutim, pri određivanju prosječnog ionizacijskog potencijala apsorbirajućih atoma potrebne su mnoge aproksimacije. Bethe-Blochova formula nije fundamentalno integrabilna, a usto je i njezina točnost za manje energije ograničena.

Sontag (6) je pomoću eksperimentalnih podataka za zakočnu moć i domet α -čestica u kosti funkcijskim prilagođavanjem (curve fitting) dobio empiričke formule:

$$S(E_\alpha) = \frac{dE_\alpha}{dx} = \frac{1}{1000 \cdot (A \cdot E_\alpha^B + C \cdot E_\alpha^{-D})} \quad /4/$$

$$R(E_\alpha) = \frac{1000 \cdot A}{B + 1} E_\alpha^{B+1} - \frac{1000 \cdot C}{D - 1} E_\alpha^{-(D-1)} - E \quad /5/$$

$S(E_\alpha)$ je u $\text{MeV}\mu\text{m}^{-1}$, a $R(E_\alpha)$ u μm . Parametri imaju vrijednosti: $A = 0,00098$; $B = 1,057$; $C = 0,00205$; $D = 0,4980$ i $E = 0,298$.

Na tablici 1. prikazani su maksimalni dometi i zakočne moći α -čestica, različitih energija, u kostima izračunati pomoću formula /4/ i /5/.

Tablica 1.

Maksimalni domet α -čestica u kosti u ovisnosti o energiji

Energija (MeV)	$R(E_\alpha)$ μm	$S(E_\alpha)$ $\text{MeV}\mu\text{m}^{-1}$
3	11,356	0,232
4	16,142	0,190
5	21,918	0,159
6	28,736	0,136
7	36,632	0,118
8	45,628	0,105

Samo čestice emitirane s udaljenosti koja je unutar maksimalnog dometa u kosti od dodirne plohe poluprostora mineralnog dijela kosti i poluprostora koštane srži, mogu deponirati energiju u koštanoj srži.

Simulacija volumnog izvora α -čestica u mineralnom dijelu kosti

Pretpostavimo koordinatni sistem s ishodištem na dodirnoj plohi mineralnog dijela kosti, koji zauzima poluprostor $x < 0$ i koštane srži, koji zauzima poluprostor $x > 0$ (slika 1). Volumni izvor α -čestica se može simulirati nasumičnim izborom točaka iz kojih se emitiraju čestice, dakle metodom Monte Carlo (7). Budući da se radi o poluprostorima, y i z -os su beskonačne, te se mora odrediti samo x -koordinata. Za određenu energiju α -čestica označimo maksimalni domet u kosti s $x_{\text{max}} = R(E_\alpha)$. Tada je područje od interesa definirano s $-x_{\text{max}} < x_0 < 0$ budući da samo čestice emitirane iz tog područja mogu doseći dodirnu plohu.

Koordinate točke (x_0, y_0, z_0) iz koje se α -čestica emitira su $(-x_{\text{max}} \cdot k, 0, 0)$, gdje je k slučajni broj uniformno raspodijeljen na intervalu $(0,1)$. Smjer u prostoru označen je je-

diničnim vektorom r^0 ili njegovim koordinatama, tj. kosinusima kutova (kosinusi smjera) između zadanog smjera i pozitivnog smjera koordinatnih osi (slika 1):

$$l = \cos \alpha; \quad m = \cos \beta; \quad n = \cos \gamma; \quad l^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad /6/$$

Smjer emitiranih α -čestica može se simulirati nasumičnim izborom kosinusa smjerova pravaca letova α -čestica. Parametarski oblik jednadžbe pravca u prostoru, koji prolazi točkom (x_0, y_0, z_0) glasi (8):

$$x = x_0 + lt; \quad y = y_0 + mt; \quad z = z_0 + nt \quad /7/$$

Iz geometrije problema vidljivo je da se vrijednost kosinusa za x koordinatu kreće od 0 do 1, a za y i z-koordinate između -1 i 1. Kako bi se ti kosinusi nasumično generirali, pretpostavimo polukuglu jediničnog polumjera koja zauzima područje $x > 0$ sa središtem u točki (0,0,0). Točke unutar polukugle mogu se nasumično izabrati:

$$x = k_1; \quad y = 2k_2 - 1; \quad z = 2k_3 - 1 \quad /8/$$

gdje su k_1, k_2, k_3 nezavisni slučajni brojevi uniformno raspodijeljeni na intervalu (0,1). Ako je

$$x^2 + y^2 + z^2 > 1 \quad /9/$$

točka (x,y,z) se odbacuje, budući da je izvan polukugle. Ako je točka (x,y,z) unutar polukugle, tada je prihvaćena, te kosinusi smjera pravca koji prolazi kroz ishodište koordinatnog sistema (0,0,0) i generiranu točku (x,y,z) iznose:

$$l = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad /10/$$

$$m = \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad /11/$$

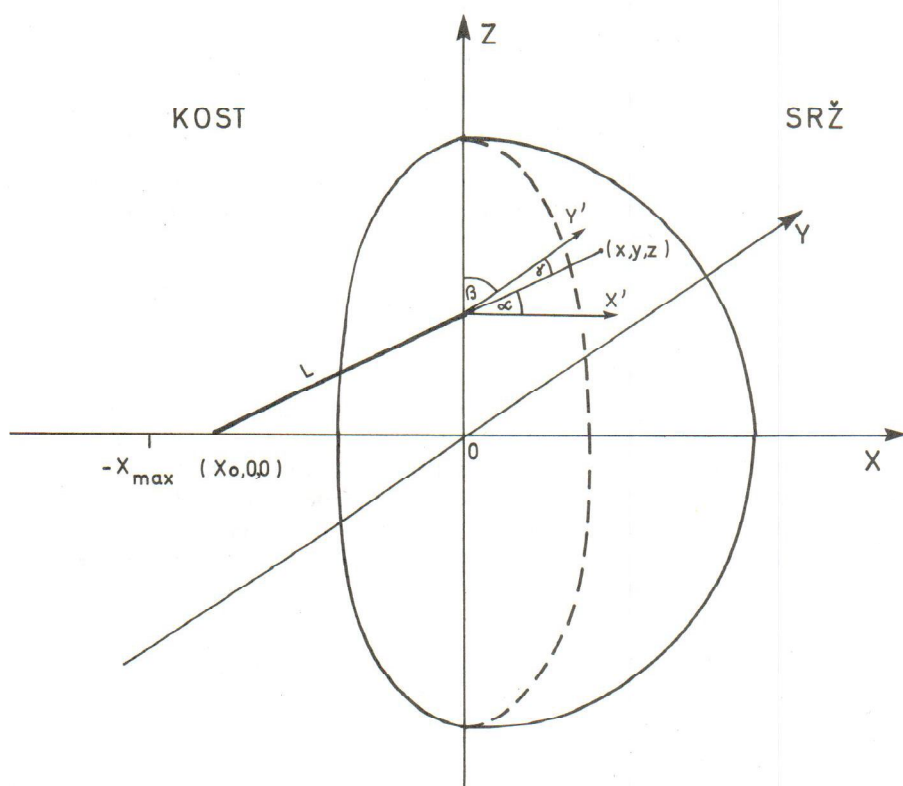
$$n = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad /12/$$

Na taj način određeni su ishodište i smjer α -čestice (slika 1). Još se mora odrediti dužina puta u poluprostoru mineralnog dijela kosti. Iz jednadžbe /7/ uvrštavanjem $y_0 = 0$ i $z_0 = 0$ parametarske jednadžbe pravca leta čestice su:

$$x = x_0 + lt; \quad y = mt; \quad z = nt \quad /13/$$

Čestice će prijeći dodirnu plohu dvaju poluprostora u točki $(x=0, y, z)$. Izrazivši t preko koordinate x dobivamo $t = -x_0/l$. Stoga je koordinata točke presjecišta pravca leta s ravninom $(y,z) \equiv A$:

$$(0, \quad -x_0 m/l, \quad -x_0 n/l) \quad /14/$$



Slika 1. Smjer leta α -čestice emitirane iz poluprostora mineralnog dijela kosti u poluprostor koštane srži

Dužina puta L α -čestice je udaljenost između njezinog ishodišta $(x_0, 0, 0)$ i točke presjecišta /14/:

$$L = |x_0| \cdot [1 + (m/l)^2 + (n/l)^2]^{1/2} \quad /15/$$

gdje je $|x_0|$ apsolutna vrijednost od x_0 .

x_{max} se podijeli na dvadeset jednakih intervala – klasa. Simulacija se vrši tako da se sve duljine putova veće od maksimalnog dometa, x_{max} , svrstaju u jednu klasu, a ostale duljine se svrstaju u jednu od 20 jednakih intervala – klasa dužine $x_{max}/20 \mu\text{m}$. Rezidualnom

energijom $E_{\alpha}(i)$ smatra se energija koju je α -čestica imala nakon što je prevalila udaljenost koja odgovara i -tom intervalu – klasi. Rezidualna energija je energija koja će se apsorbirati u koštanoj srži. Za i -ti interval – klasu pomoću formula /4/ i /5/ dan je izraz za rezidualnu energiju:

$$E_{\alpha}(i) = E_{\alpha}(i-1) - \frac{dE_{\alpha}(i-1)}{dx} \cdot \frac{x_{\max}}{20} \quad /16/$$

gdje i ide od 1 do 20, a $E_{\alpha}(0)$ je početna energija α -čestice. Apsorbirana frakcija energije za simuliranu emisiju je kvocijent deponirane energije i emitirane energije:

$$\Phi = \frac{1}{E_{\alpha}} \cdot \sum_{i=1}^{20} F_i E_{\alpha}(i) \quad /17/$$

gdje F_i pokazuje kolika frakcija ukupnog broja simuliranih α -čestica određene početne energije ima i -tu rezidualnu energiju. Budući da je simulacija bila ograničena samo na pozitivnu x -os, za 4π izotropni izvor rezultat gornje jednadžbe treba podijeliti s 2. Frakcija trabekularne kosti koja leži unutar x_{\max} μm od dodirne plohe dvaju poluprostora, koristeći podatak za prosječnu debljinu trabekularne kosti od 166,7 μm , iznosi $2x_{\max}/166,7$ gdje faktor 2 ulazi zbog izotropnosti prostora. Konačni izraz za apsorbiranu frakciju energije u koštanoj srži koju su deponirale α -čestice emitirane iz mineralnog dijela trabekularne kosti poprima oblik:

$$\text{AF (Crvena koštana srž} \leftarrow \text{Trabekularna kost)} = \Phi \frac{x_{\max}}{166,7} \quad /18/$$

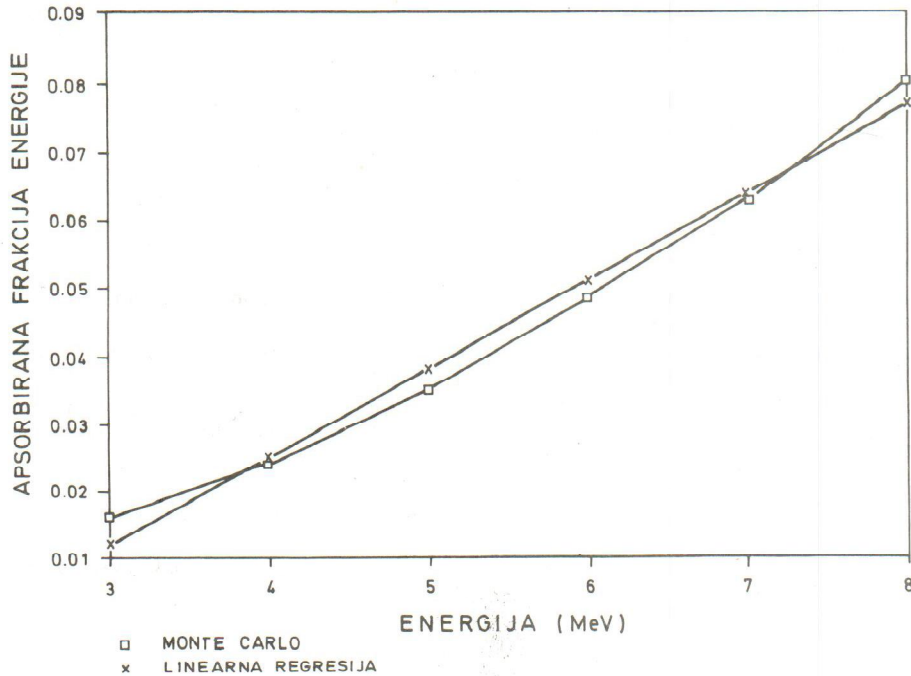
Alfa emiteri na površini mineralnog dijela trabekularne kosti

Za α -emitere koji se nalaze na površini kostiju vrijednost apsorbirane frakcije energije slijedi iz puno jednostavnije geometrije nego u prethodnom slučaju, uz pretpostavku da se u usporedbi s dometom α -čestica površine trabekula mogu smatrati beskonačnim ravnim plohamama. Za česticu emitiranu u 4π izotropni prostor, s dodirne plohe dvaju 2π izotropnih poluprostora očito je da će u jedan poluprostor koštane srži ući samo 1/2 tj. 50% emitiranih čestica, pa je i apsorbirana frakcija energije u koštanoj srži jednaka 0,5. Istu vrijednost uzima i ICRP (3).

REZULTATI I DISKUSIJA

Izvršeno je 10 puta po 10000 simulacija, za energije α -čestica od 3 MeV-a do 8 MeV-a. Srednje vrijednosti frakcije apsorbirane energije prikazane su na tablici 2. Ovisnost AF i energije α -čestica je gotovo linearna, s koeficijentom korelacije $r^2 = 0,985$ (slika 2). Najznačajniji α -emiteri za koje je kost kritičan organ, a za koje se pretpostavlja

da su raspodijeljeni unutar volumena trabekularne kosti su ^{226}Ra i u nekim slučajevima ^{239}Pu , s maksimalnim energijama 4,78 i 5,15 MeV. Na osnovi rezultata prikazanih na tablici 2, interpolacijom se za AF ^{226}Ra i ^{239}Pu mogu naći vrijednosti 0,033 i 0,037.



Slika 2. Apsorbirana frakcija energije α -čestica u kostima u ovisnosti o energiji emitiranih α -čestica, te pravac linearne regresije

Tablica 2.

Apsorbirana frakcija energija α -čestica u kostima u ovisnosti o energiji emitiranih α -čestica

Energija (MeV)	3	4	5	6	7	8
AF	0,016	0,024	0,035	0,048	0,063	0,080

Dobivene vrijednosti se dobro poklapaju s nominalnom vrijednošću od 0,05 (3) za AF energije u crvenoj koštanoj srži koju preporučuje ICRP za sve alfa emitere uniformno raspodijeljene unutar volumena mineralnog dijela trabekularnih kostiju. To je za red veličina manje od AF za radionuklide raspodijeljene na površini mineralnog dijela

kostiju (surface seekers). Za potrebe dozimetrije kostiju radionuklidi su na osnovi metaboličkih podataka za dotični element dihotomno podijeljeni u radionuklide jednoliko raspodijeljene na površini kostiju i radionuklide raspodijeljene unutar volumena kostiju (volume seekers). Kod skeleta procjena depozicije energije za specifični radionuklid zbog složenih geometrijskih odnosa između izvora i mete može značajno ovisiti o toj klasifikaciji.

Zahvala — Zahvaljujem Dobrili Golubović, dipl.inž. matematike, Ivici Prliću, dipl.inž. fizike i Jasminki Senčar na diskusijama i konzultacijama pri realizaciji ovog rada.

LITERATURA

1. International Commission for Radiation Protection, ICRP. Publication 11. A Review of the Radio-sensitivity of the Tissues in Bone. Oxford: Pergamon Press 1967.
2. International Commission for Radiation Protection, ICRP Publication 20. Alkaline Earth Metabolism in Adult Man. Oxford: Pergamon Press 1973.
3. International Commission for Radiation Protection, ICRP Publication 30. Limits for Intakes of Radionuclides by Workers. Oxford: Pergamon Press 1978.
4. International Commission for Radiation Protection, ICRP Publication 23. International Commission on Radiological Protection Task Group Report on Reference Man. Oxford: Pergamon Press 1975.
5. *Burcham WE*. Nuklearna fizika. Beograd: Naučna knjiga 1974.
6. *Sontag W*. Dosimetry of α -Emitting Radionuclides in Bone — a Practical Approach. Health Phys 1987;53:495 — 501.
7. *James F*. Monte Carlo Theory and Practice, CERN Data Handling Division, Geneva 1980.
8. *Bronstein IN, Semendaev KA*. Matematički priručnik. Zagreb: Tehnička knjiga 1964.

Summary

ESTIMATION OF THE FRACTION OF THE ENERGY OF ALPHA PARTICLES EMITTED IN THE MINERAL PART OF THE BONE WHICH IS ABSORBED IN THE BONE MARROW

The cells at particular carcinogenic risk in the skeleton are haematopoietic stem cells of the marrow, which are predominantly distributed throughout the haematopoietic marrow within the trabecular bone. The Monte Carlo method for estimating the fraction of the energy of alpha particles emitted in a volume of the mineral part of the bone which is deposited in the marrow is described. The relationship between the absorbed fraction (AF) of the alpha particles and their energy was found to be linear.

AF (Red Marrow ← Trabecular Bone) is calculated to be 0.016 for the radionuclides emitting 3 MeV alpha particles and 0.080 for those emitting 8 MeV alpha particles.

As radionuclides are for purposes of bone dosimetry dichotomously classified as surface and volume seekers, the estimation of energy deposition in the skeletal target organs can be highly dependent on this classification because of complicated geometric relationships between the source and target regions.

*Institute for Medical Research and Occupational Health,
University of Zagreb, Zagreb*