

SHVAĆANJE PREDMETA MATEMATIKE U OKVIRU ARISTOTELOVA REALIZMA

Sažetak

Autori članka bave se Aristotelovim shvaćanjem matematičkih predmeta u okviru njegova realističkoga pristupa s posebnim osvrtom na njegovo djelo Metafizika. Tako prema Aristotelu matematički predmeti ne postoje odvojeno od zamjetljivih bivstava, a uz to matematički predmeti nisu niti mogu biti bivstva. Kad bi to oni uistinu mogli biti, onda bi se od crta, točaka i brojeva moglo sastaviti neko materijalno bivstvo. Kada matematička znanost promatra svoje predmete, promatra ih kao da su bivstva, iako to stvarno nisu. Iako predmeti matematike nisu bivstva – οὐσίαι, Aristotel će ustvrditi da jesu bića – ὄντα jer je istinito reći da postoje bivstva (ono što je odvojeno), kao i one stvari kojima je bivstvo temelj – ono što nije odvojeno, a i to što je neodvojeno jest neko biće – τὸ ὄν. Ovdje je uključena i kritika Platonova shvaćanja matematičkih predmeta jer je on matematičke predmete držao zbiljskima i odvojenima iz zamjetljivoga, odnosno vidljivoga područja. Glede tumačenja Aristotelove realističke filozofije matematike autori ističu da se ona može klasificirati kao apstrakcionizam, fikcionalizam i qua teorija. Na kraju članka autori se dotiču naravi matematike od Aristotelova vremena pa sve do 18. stoljeća ističući da se u tome vremenu matematika shvaćala kao znanost o veličinama, onim neprekinutim (kontinuiranim) – koje treba proučavati geometrija, i onim prekinutim (odvojenim, diskontinuiranim) – koje treba proučavati aritmetika.

Ključne riječi: matematika, geometrija, bivstvo (supstancija), biće, zamjetljivo, odvojeno, kao odvojeno, apstrakcija, qua teorija, znanost, pokrenuto, nepokrenuto

MATE PENAVA*
MATE BUNTIĆ**

UDK: 1 Aristotel
1:51
510.21

Pregledni članak
Review article
Primljeno: 30. studenoga
2015.

* Mate Penava, asistent,
Filozofski fakultet
Sveučilišta u Mostaru,
matepenava@gmail.com

** Dr. sc. Mate Buntić,
doc., Filozofski fakultet
Sveučilišta u Mostaru,
bunticmate@gmail.com

Uvod

Za matematiku se može reći kako je jedna od najstarijih znanstvenih disciplina. Njezina je posebnost također to što je od samih početaka filozofije bila usko s njom povezana pa je tako i začetnik filozofije Tales bio vrstan matematičar, a slično vrijedi i za Pitagoru. Matematika je također bila i neizostavan dio učenja najvažnijih filozofa antike, Platona i Aristotela, iako se nisu slagali oko naravi matematičkih predmeta.

Rad će u tri cjeline govoriti upravo o Aristotelovoj filozofiji matematike, iznijet će njezine temeljne odrednice te najčešće načine njezina tumačenja. Prvo poglavlje bavit će se Aristotelovom kritikom Platonova shvaćanja matematike, a unutar njega bit će prikazane poteškoće s kojima se, po Aristotelu, moraju suočiti zagovornici platonističkoga shvaćanja matematike. Unutar dijela članka u kojemu se govori o Aristotelovu shvaćanju filozofije matematike ukazat će se na tri glavna tumačenja njegove realističke filozofije matematike koja su prisutna u literaturi (apstrakcionizam, fikcionalizam i *qua* teorija). Zatim će se dati kratak osvrt na položaj Aristotelova realističkoga shvaćanja predmeta matematike u daljnjoj tradiciji filozofije matematike, od početka moderne znanosti pa sve do suvremenih autora.

1. Aristotelova kritika Platonova shvaćanja matematike

Aristotel je u svojoj *Metafizici*, osobito u knjizi Λ naučavao da postoje tri vrste bivstava (supstancija) – οὐσίαι δὲ τρεῖς¹ – od kojih je prvo zamjetljivo, dijelom je propadljivo, a dijelom vječno; drugo je nepromjenljivo, ali ipak neodvojivo od materije, dok treće nije ni zamjetljivo ni propadljivo, a također nije ni pokrenuto i izdvojeno je od materije. Upravo to što je nepromjenljivo, ali neodvojivo od materije, Aristotel smatra matematičkim predmetima. U spomenutoj knjizi Aristotel je većinu pozornosti posvetio *prvomu nepokrenutom pokretaču* kao bivstvu koje nije pokrenuto i izdvojeno je od materije. U knjizi M ponovno otvara pitanje „postoji li mimo osjetilnih bivstava i kakvo nepokretno i vječno ili pak ne, i ako postoji, kakvo je“². Nakon ovoga uvoda Aristotel će prvo zapodjenuti polemiku o tumačenjima s kojima se ne slaže, a koja se također bave predmetima matematike. U ta tumačenja pripadaju pitagorejsko tumačenje koje daje Platon te dva tumačenja Platonovih učenika i nasljednika, Speusipa i Ksenokrata.³

¹ Aristotel, *Metafizika* (ubuduće: *Metaph.*), XII, 1, 1069a, 30; prev. Tomislav Ladan, Signum – Medicinska naklada, Zagreb, 2001.

² *Metaph.*, XIII, 1, 1076a, 10-12.

³ Speusip (Speuzip), grčki filozof, Platonov nećak i njegov nasljednik na čelu Akademije. Ksenokrat, grčki filozof, treći čelnik Akademije. V. *Filozofski leksikon*, gl. ur. Stipe Kutleša, Leksikografski zavod Miroslav Krleža, Zagreb, 2012., str. 1084; 644.

Mnogi tumači Aristotelove filozofije matematike slažu se kako je ona nastala ponajviše kao ishod polemike i suprotstavljanja Platonovu shvaćanju matematike.⁴ Aristotel se pita kako je moguće da se svojstva brojeva primjenjuju na osjetilne stvari ako brojevi ni na koji način nisu prisutni u tim stvarima. A da se svojstva brojeva primjenjuju na osjetilne predmete, po Aristotelu je vidljivo iz mnoštva primjera, primjerice iz glazbene ljestvice:⁵

I u cijelosti, događa se ono što je protimba kako istini tako i uobičajenu mnijenju, ako tko god tako postavi matematičke stvari da postoje kao neke izdvojene naravi. Jer nužno je – zbog toga što tako bivaju – i da one budu prvotne prema osjetilnim veličinama, dok su po istini – potonje. Jer nesavršena veličina postankom je prvotna, ali je bivstvom potonja, kao i ono neživo naprama živome.⁶

Prihvatimo li da su matematički predmeti odvojeni – $\kappa\epsilon\chi\omega\rho\iota\sigma\mu\acute{\epsilon}\nu\alpha$, po platonističkoj tradiciji iz toga slijedi da će ti predmeti biti prvotni u odnosu na osjetilne prostorne veličine (tijela). Problem je u tome što je taj odnos obrnut. Matematičke prostorne veličine nepotpune su i prema tome po postanku prije u odnosu na tijela. No, što se tiče bivstva, tijela su prvotna, isto kao što je neživo po postanku prvotno u odnosu na živo, ali je živo prvotno po bivstvu.⁷

Aristotel će nadalje objasniti zašto smatra da su matematičke prostorne veličine nepotpune i drugotne u odnosu na tijela.

I dalje, to pokazuju i sami nastanci. Jer prvo nastaje štogod prema dužini, zatim prema širini, napokon prema dubini, i svrha je postignuta. Ako ono što je nastankom potonje bivstvom biva prvotno, tijelo će biti prvotno prema površini i crti, i zbog toga i savršnije i cjelovitije, jer može postati produševljeno, dočim kako bi crta ili površina bili produševljeni? Takva bi postavka naime bila iznad naših sjetila.⁸

Aristotel će ovo detaljnije objasniti na primjeru pravoga i oštrog kuta:

Tako je jednim načinom pravi kut prije oštrog, jer se ovaj određuje njime i po pojmu; drugim pak načinom oštri kut je prije, budući da je dio pravog i ovaj se dijeli na oštre kutove. Dakle, kao tvar oštri kut, pratvar i jednoća – ono je prvotno; ali u odnosu na oblik i bivstvo prema pojmu – pravi kut i cjelina koja je iz tvari i oblika. Jer to oboje je bliže obliku i onome o čemu je pojam, iako je po nastanku potonje.⁹

⁴ Usp. S. Kutleša, „Mathematics and Its Application in Plato’s and Aristotle’s Physics“, u: Ivan Kordić (ur.), *Actuality of the Past*, Institute of Philosophy, Zagreb, 2014., str. 17.

⁵ Usp. Emily Katz, „Aristotle’s Critique of Platonist Mathematical Objects: Two Test Cases from *Metaphysics* M 2“, *Apeiron*, 46 (2013.) 1, str. 29.

⁶ *Metaph.*, XIII., 2, 1077a, 14-19.

⁷ Usp. E. Katz, n. dj., str. 34.

⁸ *Metaph.*, XIII., 2, 1077a, 24-30.

⁹ *Metaph.*, XIII., 8, 1084b, 6-14.

Ova dva argumenta niječnim oblikom hipotetičko-kategoričkoga silogizma pokazuju kako matematički predmeti ne mogu biti odvojeni od osjetilnih. Polazna premisa da su matematički predmeti prvotni po bivstvu u odnosu na tijela ako su odvojeni od tijela. No, matematički predmeti ne mogu biti prvotni po bivstvu u odnosu na tijela jer su ravnine, crte i točke nepotpunije od osjetilnih tijela. Iz ovoga slijedi zaglavak kako matematički predmeti ne mogu biti odvojeni od osjetilnih tijela.¹⁰

Za platoniste se može reći kako u svome otkrivanju ideja čine barem dvije pogreške. Kao prvo oni ne shvaćaju da ne čine ništa više osim odvajanja u misli. Nadalje, odvajaju krive stvari. Drugim riječima, oni pokušavaju od stvari odvojiti one stvari koje se ne mogu zamisliti nego kao u stvari. Aristotel ovdje pruža usporedbu prćastosti i zakrivljenosti. Kada govorimo o prćastosti, ne možemo je samo navesti kao oblik, prćast mora biti oblik ostvaren u nosu. Budući da je nužno u stvari, prćasta stvar ne može se zamisliti kao neovisna od fizičke promjene, kao što se može zamisliti zakrivljenost.¹¹ „Jer od tih pojam ‘prćastoga’ kazuje se spojeno s tvarju same stvari, dok je pojam ‘udubljenog’ bez stvari; ‘prćastost’ naime nastaje u nosu, i zbog toga se njezin pojam promatra zajedno s njim, jer ‘prćasto’ je udubljen nos.“¹²

Nakon vrlo opširnoga izlaganja o tome zašto je platonističko viđenje matematičkih predmeta pogrešno Aristotel će ponuditi svoje viđenje ovoga problema.

2. Aristotel i predmeti matematike

Prema Aristotelu matematičar će proučavati ono što je osjetilno zamjetljivo, no ne u tome obliku, nego će on predmete matematike odvajati od njihovih osjetilnih svojstava. Matematika će se razlikovati od prirodne znanosti i po tome što se prirodna znanost bavi onim predmetima koje u sebi imaju načelo kretanja, a matematika će se baviti predmetima koji nisu pokrenuti. Uz njih, u teorijske ili motriteljske znanosti kojima je cilj spoznati bit stvari pripadat će još i prva filozofija.¹³

Spoznati pak, postoji li štogod vječno, nepokretno i izdvojivo, bjelodano pripada motriteljskoj znanosti, a zacijelo ne naravoslavlju (jer se ono bavi pokretninama), te ni matematiči, nego znanosti koja je prvotnija od te obje. Jer naravoslavlje se bavi izdvojinama, ali one nisu i nepokretnine; neke se grane matematike bave nepokretninama, ali te možda nisu i izdvojine, nego su kao u stvari; dočim prvotna znanost bavi se i izdvojinama i nepokretninama. Nužno je pak da svi uzroci budu vječni, a još najviše ti; jer

¹⁰ Usp. E. Katz, n. dj., str. 34.

¹¹ Usp. Jonathan Lear, „Aristotle’s Philosophy of Mathematics“, *The Philosophical Review*, 91 (1982.) 2, str. 163-164.

¹² *Metaph.*, XI., 7, 1064a, 22-27.

¹³ Usp. S. Kutleša, „Mathematics...“, str. 18.

su uzroci onim vidljivima od božanskih stvari. Tako te će biti tri motriteljske filozofije: matematika, naravoslovlje, bogoslovlje.¹⁴

Tako će predmeti matematike biti crte, površine, brojevi. Jedan od ključnih pojmova njegove filozofije matematike bit će pojam „καὶ ἢ“ (kao). Matematičari predmete svoga proučavanja postavljaju kao odvojene, iako oni u biti nisu odvojeni. Aristotel će u *Fizici* ustvrditi kako su matematički predmeti „odvojeni u mišljenju“. Stoga se Aristotelova filozofija matematike shvaća kao jedan vid teorije apstrakcije; u njima zanemarujemo ono zamjetljivo i mislimo ih samo kao nešto prostorno ili brojivo. Zbog važnosti svih triju elemenata, svaki će od njih biti zasebno proučen.¹⁵

2.1. Aristotelov apstrakcionizam

Aristotelovo shvaćanje pojma apstrakcije – ἐξ ἀφαίρεσέως – razlikuje se od nekih drugih tumačenja toga pojma. Dok će, primjerice, u britanskih empirista *apstrahirati* značiti „izvući nešto opće iz mnoštva pojedinačnosti“, u Aristotela je riječ najbolje tumačiti kao „oduzimanje“. Ovo oduzimanje tumačit će se kao zanemarivanje zamjetljivih svojstava nekoga predmeta.¹⁶

I kao što matematik istražuje proizvode odmišljanja (jer istražuje oduzimajući sve osjetnine, kao težinu i lakoću, tvrdoću i njezinu protimbu, te toplinu i hladnoću, i ostale sjetilne protivštine, pa ostavlja samo količinu i neprekidnost [...] pa ipak postavljamo jednu i istu znanost svih tih stvari, naime: geometriju), isti je takav način i s bitkom.¹⁷

Tu je također vidljiv primat koji Aristotel daje osjetilnoj spoznaji. Ako smo matematičke predmete sposobni shvatiti pomoću apstrakcije, onda su oni nužno takvi da su spoznatljivi preko osjetilnoga iskustva. Ova teorija u sebi podrazumijeva da su nam predmeti matematičkoga mišljenja već dani iskustvom, a da mišljenjem samo oduzimamo od onoga što nam je već dano, ne uključujući ništa što leži izvan osjetilnosti. No, također treba naglasiti kako Aristotelovo viđenje apstrakcije nije ono po kojem su matematički predmeti na neki način ovisni o našem apstrahirajućem mišljenju. Stoga Fregeove kritike apstrakcionizma 19. stoljeća ne pogađaju njegovu teoriju.¹⁸

¹⁴ *Metaph.*, VI., 1, 1026a, 10-19.

¹⁵ Usp. Julia Annas, „Predmeti matematike kod Aristotela“, u: Pavel Gregorić – Filip Grgić (prir.), *Aristotelova metafizika – zbirka rasprava*, Kruzak, Zagreb, 2003., str. 396.

¹⁶ Usp. isto, str. 398.

¹⁷ *Metaph.*, XI., 3, 1061a 29-1061b 4.

¹⁸ Usp. J. Annas, n. dj., str. 401.

2.2. Predmeti matematike kao odvojeni u mišljenju

Kada Aristotel govori o odvojenosti predmeta matematike, odvojenost ovdje treba tumačiti kao odvojenost od kretanja. Drugim riječima, Aristotel ovdje predmete matematike suprotstavlja zamjetljivim stvarima. No, za razliku od Platona, koji će smatrati kako su predmeti matematike u potpunosti neovisni o promjenljivoj osjetilnom području, za Aristotela su oni ovisni o pokrenutim bivstvima našega osjetilnog iskustva. „Postojanje matematičkih krugova ovisno je o postojanju lopta, kolutova, kugla itd.; postojanje brojeva ovisno je o postojanju izbrojenog mnoštva itd.“¹⁹

Annas misli da bi bilo pogrešno smatrati kako su predmeti matematike na bilo koji način ovisni o našem mišljenju. Na njih gledamo kao na odvojene u mišljenju na isti način kao što to može biti i materija. Broncu nekoga brončanog kipa možemo misliti kao odvojenu bez impliciranja da je postojanje bronce ovisno o našem mišljenju. Ista analogija može se povući i kada se govori o brojevima.²⁰

Po drugome tumačenju Aristotelova shvaćanja matematičkih predmeta oni u stvarnosti uopće ne postoje, nego su fiktivni predmeti koji matematičaru služe u njegovim izračunima.²¹ Po tome tumačenju matematičar ne apstrahira iz pojedinačnih predmeta kako bi dobio geometrijske likove ili iz skupine predmeta kako bi dobio brojeve. Uzmemo li primjer mjedene kugle, matematičar će ignorirati mjed i promatrati samo ona svojstva koja slijede iz toga da je predmet kugla. Ta se svojstva poslije bez problema mogu primijeniti i na drvene kugle. Takvo postuliranje fiktivnih predmeta neopasno je jer stvarne kugle imaju sva svojstva koja imaju i postulirane kugle. Tako će matematičar govoriti samo o fizičkim predmetima, iako ne kao o fizičkim. Drugim riječima, matematički su predmeti korisne fikcije.²²

Sličan opis aritmetike može se izvesti iz smatranja nekog predmeta u skupini 'nedjeljivim' ili kao na 'jedinkom'. U skupini pet ovaca, na primjer, svaku ovcu držimo za nedjeljivu. Naravno, kao što mesari znaju, svaka ovca je itekako djeljiva i tako je matematičarova pretpostavka neistinita. Zamisao je da matematičar ignorira bilo koje svojstvo skupine koje proizlazi iz djeljivosti pojedine ovce. Pretvaramo se da je svaka ovca nedjeljiva i takvom je smatramo.²³

¹⁹ Isto, str. 403.

²⁰ Usp. isto, str. 406.

²¹ Usp. S. Kutleša, „Mathematics...“, str. 19.

²² Usp. Stewart Shapiro, *Thinking about mathematics: The philosophy of mathematics*, Oxford University Press, Oxford, 2000., str. 68-69.

²³ Isto, str. 69.

Annas se ne slaže s tim tumačenjem Aristotelova stava o matematici držeći kako se o odvojenosti predmeta matematike u Aristotela može govoriti samo ako je ta odvojenost određena *qua* teorijom, a nikako obrnuto.²⁴

2.3. *Qua* teorija kao tumačenje naravi matematičkih predmeta

Aristotel će kroz raspravu o tome jesu li matematički predmeti u zamjetljivim predmetima ili odvojeni od njih jasno naglasiti kako oni nisu i ne mogu biti bivstva niti prethode bivstvima. Razlog je tomu što matematički predmeti ne postoje kao ($\kappa\alpha\lambda\grave{\iota}$ ἦ) odvojeni, a nedostaje im i načelo jedinstva. Dakle, matematički predmeti nisu bivstva, no jesu bića. Međutim, ti predmeti također nisu kakvoće ili odnosi, nego njihov odnos prema bivstvu najviše nalikuje složenom odnosu bivstva prema vremenu ili mjestu.²⁵

Jer kao što postoje mnogi razlozi o stvarima samo *kao* o pokretinama, a bez obzira što je svaka pojedina od tih ili što su im prigodci, i kako zbog toga nije nužno da postoji *bilo* štogod 'pokrenuto' izdvojeno od osjetnina, *bilo* kakva razdvojena narav u njima, - tako će isto postojati razlozi i znanosti o pokretinama, ali ne *kao* o pokretinama, već samo *kao* o tjelesima, ili ponovo: samo *kao* o površinama ili samo *kao* o crtama i *kao* o djeljivima ili *kao* o nedjeljivima što imaju položaj ili samo *kao* o nedjeljivima; te stoga budući je naprosto istinito reći da bivaju ne samo izdvojine nego i ne-izdvojine (kao što bivaju i pokretine), naprosto je istinito reći i da bivaju matematičke stvari, i to onakve kakve kažu da jesu.²⁶

Prema Aristotelu uopćena realistička teorija ne obvezuje na postojanje nekih posebnih predmeta ili veličina koje su iznad brojeva i prostornih veličina. Ova teorija se bavi prostornim veličinama i brojevima, ali ne *kao* prostornim veličinama ili *kao* brojevima, nego *kao* veličinama. Drugim riječima, oni iskazuju zajedničko svojstvo i promatra ih se samo u odnosu na to svojstvo.²⁷

Općenito, može se reći kako Aristotel uvodi *kao*-operator ili *qua*-operator, koji funkcionira na sljedeći način. Neka je *b* aristotelovsko bivstvo, a neka '*b qua F*' znači da se *b* promatra *kao F*. Onda se za svojstvo kaže kako je istinito za *b qua F* ako i samo ako je *b F* i ako to svojstvo nužno slijedi iz toga što je *b F*.

$G(b \text{ qua } F) \leftrightarrow F(b) \wedge (F(x) \vdash^{28} G(x)).^{29}$

²⁴ Usp. J. Annas, n. dj., str. 406.

²⁵ Usp. isto, str. 406-407.

²⁶ *Metaph.*, XIII., 3, 1077b, 23-33.

²⁷ Usp. J. Lear, n. dj., str. 167

²⁸ Znak \vdash u ovome kontekstu označava da $G(x)$ nužno slijedi iz $F(x)$.

²⁹ Usp. J. Lear, n. dj., str. 168.

Ta će funkcija Aristotelu poslužiti kao filter kojim će isključiti sve predikate koji se ne odnose na ono što se želi istražiti. Poradi toga će Aristotel prilagoditi razlikovanje između bitnoga i prigodnoga predikata. Ako se neko b promatra kao F , svaki predikat koji nije bitan za to da b jest F bit će prigodan, iako on može biti bitan za to da je b bivstvo koje u stvarnosti jest. Uzmimo primjer b kao brončanoga jednako-kračnog trokuta. Želimo li b promotriti kao trokut, b *qua* Tr , druge dvije oznake koje taj trokut posjeduje nebitne su nam, iako su točne za b .³⁰

Annas tvrdi da je *qua* teorija jedino izričito objašnjenje biti i naravi matematičkih predmeta i po njoj je Aristotelov stav najbliži naivnomu realizmu, a ne apstrakcionizmu. Matematičar promatra neki predmet u svijetu, i to kao nešto protežno ili nešto nedjeljivo. Pri tome će matematičar zanemariti neka svojstva toga predmeta kako bi mogao pobliže proučiti neka druga, u ovome slučaju geometrijska i aritmetička. No, to nipošto ne znači da ta svojstva u stvarnosti ne postoje ili da ona ne pripadaju onomu predmetu iz kojega su oduzeta, primjerice visina i brojivost čovjeku kao predmetu. Time se također ne želi reći ni to da ta svojstva na ikoji način dolaze poslije onoga osjetilno spoznatoga, a još manje to da ona postaju stvarna istom kada se matematičar njima bavi.³¹

Moja visina i moja brojivost su 'u svijetu' upravo na isti način kao moja težina i moja boja. Ona se ne daju od mene odvojiti; ali to vrijedi i za moju težinu i za moju boju. Sigurno je da se moja visina i moja brojivost mogu izdvojiti u mišljenju, a one se mogu također shvatiti apstrakcijom; no to opet isto tako vrijedi i za moju težinu i moju boju.³²

Naglasak je na tome kako između matematike i nekih drugih znanstvenih disciplina ne postoji neka problematična razlika u metodi. Istina je da matematičar postavlja matematička svojstva *kao odvojena* kako bi mogao nastaviti sa svojim istraživanjem, no to čini i fizičar dok, primjerice, znanstveno promatra težinu i boju mene kao predmeta. Jedina razlika između tih znanstvenih disciplina jest u tome što promatraju druga svojstva, iako će se sve baviti svijetom spoznatljivim osjetilima.³³

Time Annas želi pokazati kako Aristotel argumentira da predmeti matematike nisu u nekome zasebnom dijelu stvarnosti, nego u ovome osjetilno vidljivom, a također je naglasak na tome kako su predmeti matematike stvarni, a ne tek korisne fikcije.

³⁰ Usp. isto, str. 168-169.

³¹ Usp. J. Annas, n. dj., str. 408.

³² Isto.

³³ Usp. isto, str. 408-409.

3. Stanje aristotelizma u kasnijoj filozofiji matematike

Od Aristotelova vremena pa sve do 18. stoljeća u filozofiji matematike prevladavala je jedna struja. Po njoj je matematika znanost o veličinama, a postoje dvije vrste veličina, one neprekinute (kontinuirane) i one prekinute (odvojene, diskontinuirane). Prve su predmet proučavanja geometrije, dok druge proučava aritmetika.³⁴ Već se u *Metafizici* može pronaći jasno razlikovanje tih dviju vrsta veličina:

*Koliko je ono što je djeljivo na 'prisutnine' od kojih je svaka i pojedina po naravi jedno i neko 'ovo'. Tako je mnoštvo neka količina, ako je štogod brojivo, kao i veličina, ako je štogod mjerivo. Mnoštvo se naziva ono što je po mogućnosti djeljivo na ne-neprekidne dijelove, dok je veličina ono što je djeljivo na neprekidne dijelove. Ono od veličine što je neprekidno u jednom smjeru je dužina, u dva širina, a u tri smjera dubina.*³⁵

Takvo shvaćanje prihvatit će većina znanstvenika u počecima moderne znanosti, pa sličan stav možemo pronaći i u Newtona: „Pod *Brojem* razumijevamo ne toliko Mnoštvo Jedinstava, koliko apstrahirani Omjer bilo koje Količine prema drugoj Količini iste vrste, koju uzimamo za Jedinstvo.“³⁶ Međutim, takvo se tumačenje matematike polagano gubi. Jednu verziju zastupa John Stuart Mill, no njegovo shvaćanje matematike potpada pod razornu Fregeovu kritiku³⁷ za koju se smatralo da isključuje svaki budući pokušaj realističnoga tumačenja matematike.³⁸

Nakon Fregea u filozofiji matematike prevladavaju dvije škole, platonizam s jedne strane, s Fregeom kao glavnim zastupnikom, i nominalizam s druge strane. Platonisti brane stav o sferi „apstraktnih predmeta“ matematike, kao što su brojevi ili skupovi, dok nominalisti pokušavaju pokazati kako matematika primijenjena na znanosti može bez takvih predmeta. No, oba ta stava susreću se s nekim problemima koje teško mogu riješiti. Tako je najveći problem za pobornike platonističkoga shvaćanja matematike mogućnost spoznaje matematičkih predmeta jer se postavlja pitanje kako možemo pristupiti predmetima koji su u drugome području stvarnosti. S druge strane, to ne predstavlja problem za nominaliste, no oni se susreću s problemom objektivnosti i općenite primjenjivosti matematike.³⁹ „Zastupa li se aristotelovsko gledište, ne pojavljuje se ova početna razdvojenost između matematike i njenih

³⁴ Usp. James Franklin, „Aristotelianism in the Philosophy of Mathematics“, *Studia Neoaristotelica*, 8 (2011.) 1, str. 5.

³⁵ *Metaph.*, V., 13, 1020a, 7-13.

³⁶ Isaac Newton, *Arithmetica Universalis*, 1728., str. 2.; citirano prema: J. Franklin, n. dj., str. 6.

³⁷ Za detalje Fregeove kritike Milla vidi: Gottlob Frege, *Osnove aritmetike i drugi spisi*, Kruzak, Zagreb, 1995.

³⁸ Usp. J. Franklin, n. dj., str. 7.

³⁹ Usp. isto, str. 4.

‘primjena’, budući da su količina, simetrija, neprekinutost i drugo što čista matematika proučava ista simetrija i neprekinutost koja se nalazi u fizičkom svijetu.⁴⁰

„Teorija kvantitete, ili nešto njoj nalik, biva oživljena u 1990.-ima, gdje filozofska škola koju čine većinom australski filozofi pokušava pokazati kako bi se skupovi, brojevi i omjeri također trebali tumačiti kao stvarna svojstva stvari (ili stvarni odnosi između općenitosti: primjerice, omjer ‘dvostruko’ bio bi nešto što je zajedničko odnosu između dviju dužine te odnosu između dviju težine).“⁴¹

Zaključak

Kod promišljanja o naravi predmeta matematike, u prvi mah nam se čini kako je njihov opis unutar platonističkog shvaćanja najbliži stvarnomu stanju jer same brojeve nikad ne susrećemo u osjetilno vidljivome svijetu, oni se samo odnose na taj svijet, a obitavaju u nekome drugom području zbiljnosti.

Platonističko tumačenje matematičkih predmeta nailazi na probleme kod pokušaja objašnjenja veze između osjetilno vidljivog područja i područja u kojemu obitavaju matematički predmeti. Stoga su mnogi filozofi matematike pribjegli nominalizmu, koji nema problema pri spoznaji matematičkih predmeta, budući da općenitosti i ne postoje. No, problem ovog stava bila bi nemogućnost pokazivanja kako zakoni matematike mogu biti općeniti.

Tu u prvi plan dolazi aristotelovsko realističko shvaćanje filozofije matematike. Po njemu se matematičar ne bavi predmetima iz nekoga drugog područja; bavi se istim onim predmetima kojima se bave i neke druge znanosti, samo što matematičara zanimaju isključivo neke odlike tih predmeta, tj. njihov broj – one koji se bave aritmetikom, a njihova geometrijska svojstva – one koji se bave geometrijom. Matematičar će gledati predmete matematike *kao* odvojene, iako oni u biti nisu odvojeni od stvari u osjetilnome svijetu od kojih ih matematičar odvaja.

Zaključno se može reći kako unutarnja dosljednost aristotelizma čini ovaj stav ravnopravnom teorijom s druge dvije navedene teorije, a stanje u suvremenoj filozofiji matematike (kao i u filozofiji općenito) je takvo da se odluka o tome koje tumačenje naravi matematičkih predmeta donosi na temelju šireg nazora, naime prihvaća li netko holističko tumačenje naravi stvarnosti ili zagovara neki vid realizma. Holisti će izabrati ono stajalište koje se najbolje uklapa s drugim tvrdnjama, dok će realisti izabrati teoriju koja je po njima racionalno najuvjerljivija.

⁴⁰ Usp. isto, str. 9.

⁴¹ J. Franklin, „Aristotelian realism“, u: Andrew Irvine (ur.), *Philosophy of Mathematics*, Elsevier, Amsterdam, 2009., str. 104.

UNDERSTANDING OF MATHEMATICAL OBJECTS WITHIN ARISTOTLE'S REALISM

Abstract

*The authors deal with Aristotle's understanding of mathematical objects within his realistic approach, with special emphasis on his work *Metaphysics*. According to Aristotle, mathematical objects do not exist separately from their perceptible substance, moreover, mathematical objects are not, neither may be, substance. If they were substance, then it would be possible to put together some material substance from lines, dots and numbers. When mathematical science observes its objects, it sees them as if they were substance, even though they are really not. Although mathematical objects are not in the mode of being - οὐσίαι, Aristotle would say that they are being- ὄντα, because it is true to say that they are beings (which are separated), as well as the things which the substance is the foundation of - which are not separated, but what is not separated is also some being - τὸ ὄν. Here is included the criticism of Plato's understanding of mathematical objects because Plato understands mathematical objects as real and separated from perceptible or visible areas. With regard to the interpretation of Aristotle's realistic philosophy of mathematics, the authors point out that it can be labeled as abstractionism, fictionalism and qua theory. In the end the authors touch upon the nature of mathematics from Aristotle's time to the 18th century, noting that during that period mathematics was understood as a science of sizes, those uninterrupted (continuous) - to be studied by geometry, and those interrupted (separated, discontinuous) - to be studied by arithmetic.*

Key words: *mathematics, geometry, substance, being, perceptible, separated, as separated, abstraction, qua theory, science, moved, unmoved*

