MATEMATIKA KAO DRUŠTVENA KONSTRUKCIJA*

Na čemu se zasniva sociologija matematike?

KRUNOSLAV VUKELIĆ
Student sociologije
Filozofski fakultet
Sveučilište u Zagrebu
e-mail: kruno_vukelic@jahoo.com

UDK: 316:51
167:51:316
Pregledni rad
Primljeno: 10. svibnja 2000.

Ključna tema ovog rada zapravo je na kojim osnovama počiva sociologija matematike, odnosno može li uopće postojati znanstvena disciplina koju bismo mogli nazvati sociologijom matematike. Kao što ćemo vidjeti, u diskursu o predmetu ove discipline prepliću se metafizička razmišljanja, povijesne interpretacije, razni teorijski okviri. Za osporavatelje takve discipline matematika je neovisna o društvenim fenomenima, osobnim preferencijama i ciljevima. Zastupnici sociologije matematike kao znanstvene discipline, prihvaćanjem tvrdnje da je matematika kulturna tvorevina poput jezika i pisma, odbacuju tezu da postoji jedna apsolutna matematika koja vrijedi u svim kulturama. Matematika je za njih samo jedan od mogućih okvira koji smo stvorili kako bismo sistematizirali i svladali vrlo složen svijet. Osim toga, stvaranjem okvira mi se ograničavamo na određen tip razmišljanja, pa možemo reći da ti okviri imaju prisiljavajući karakter jer se svako odstupanje od tih okvira čini nelogičnim, iracionalnim postupkom. Također se u radu problematizira o smislu broja, konzistentnosti logike i pregovaračkom karakteru matematike s posebnim naglaskom na teze Davida Bloora i njegov "strogi program".

Ključne riječi: *SOCIOLOGIJA MATEMATIKE, ALTERNATIVNA MATEMATIKA, "STROGI PROGRAM" U SOCIOLOGIJI, REALIZAM, MATEMATIČKI PLATONIZAM, SOCIOLOGIJA ZNANJA*

UVOD

Sociologija matematike kakvu danas poznajemo imala je trnovit put do svoje afirmacije. Brojni autoriteti poput Durkheima i Marxa, te posebno Karla Mannheima, možda najutjecajnijeg sociologa znanja, smatrali su da matematika i logika jednostavno ne spadaju u domenu sociologije. Sociologija je po njihovu mišljenju irelevantna za tako egzaktne znanosti. Tvrdnja da je $1 + 1 = 2$ nije moguće sociološki ni dokazati ni opovrgnuti niti to može biti predmet bilo kakve sociološke analize. Sociologija možda može pripomoći u objašnjavanju kako se vrši matematička edukacija i nakon toga selekcija, u objašnjavanju odnosa između matematičarskih krugova kao interesnih grupa i sl., ali se ne može baviti nazovimo to *tehničkom* stranom matematike – teoremima, dokazima, jednadžbama itd. Kad bismo prihvatili ove teze, sociologija matematike ne bi imala svoj predmet. Trebalo je, dakle, odbaciti te teze kako bi sociološko promišljanje matematike imalo nekog smisla. Od presudne je važnosti za promišljanje o utemeljenosti sociologije matematike knjiga Oswalda Spenglera *Propast Zapada* (1920), odnosno prvi dio knjige koji se bavi brojevima. Naime, on nakon vrlo iscrpnog uvoda iznosi vrlo kontroverznu tezu: *Ne postoji i ne može postojati broj po sebi. Postoji više svjetova brojeva, budući da postoji više kultura*. Kao što vidimo, on tvrdi da je matematika proizvod

* Članak je nastao na temelju završnog pismenog rada na kolegiju "Sociologija znanja i znanosti", na Odsjeku za sociologiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu.

kulture, a ne nešto što postoji (ili je postojalo) neovisno o njoj. Kultura ima, to uopće nije upitno, više, pa iz toga proizlazi da postoji i više matematika. Složiti se s ovom tvrdnjom na prvi je pogled vrlo teško: netko može reći da su naša zapadna kultura i npr. indijska kultura vrlo, vrlo različite, ali je i u jednoj i u drugoj kulturi neupitno da su 1 + 1 = 2. Međutim, bilo bi to pogrešno razumijevanje Spenglerove teze. On misli da su postojali (i da postoje) različiti koncepti matematike, različita poimanja brojeva, različiti načini korištenja brojeva pa i ostvarivanje nekih ciljeva pomoću brojeva.

KONCEPCIJA BROJEVA

Možemo ustvrditi da su brojevi danas prije svega oznake, simboli, međutim, povijest matematike nam govori da nije uvijek bilo tako. U antici su brojke imale sakralno značenje, no s vremenom brojevi su izgubili svoju nekadašnju gotovo religioznu auru. Izraz "puke brojke" za nešto što je samo hrpa nekakvih simbola koji zapravo ne znače ništa nekada bi bilo praktički kršenje sustava vrijednosti. Brojeve, čini se, danas koristimo gotovo mehanički – brojevi su oznake za mnogo što, ali njihov je status otprilike sličan pisanoj riječi – oni su samo sredstvo opisivanja naših misli, ali i stvaranja reda i konzistentnosti radi prevladavanja kaotičnosti svijeta oko nas. Naša, zapadna kultura *izabrala* je arapske brojke kao "standard", dok se rimskim brojkama služimo samo ponekad, gotovo u dekorativne svrhe, međutim, moglo je biti i obratno. Dakako, i matematika kojom se danas služimo mogla je izgledati sasvim drukčije.

Već smo naveli osnovnu tezu Oswalda Spenglera o postojanju više svjetova brojeva zbog postojanja većeg broja kultura. Evo kako Spengler razrađuje svoj teorijski koncept. On razlikuje moguću i zbiljsku kulturu, "kulturu kao ideju – općeg ili pojedinačnog – bivstvovanja i kulturu kao tijelo te ideje, kao sumu njezinog izraza koji je postao zoran, prostoran i shvatljiv: djela i – duhovna – raspoloženja, religija i država, umjetnosti i znanosti ... (Spengler,1998:82). Dakle, ideja o nečemu, štogod to bilo, oživotvoruje se u nekoj kreaciji koja ima karakteristike te ideje. Shodno tome, umjetnički proizvodi, npr. renesanse, proizvod su tadašnjeg stanja duha ili duha vremena, antičke tragedije odraz su antičkog shvaćanja života. Kao što to Spengler kaže: "*Postajanje je uvijek u osnovi postalog, a ne obratno*" (Spengler, 1998:79). Takvo je shvaćanje u osnovi hegelijansko, a posve različito od Marxova koji je tvrdio da društveni bitak određuje društvenu svijest. Kako bi dokazao ispravnost svoje teorije, on uzima velik zalogaj: za dokaz uzima znanost koja se po svemu čini najegzaktnija i najviše nepromjenjiva od svih znanosti i ljudskih tvorevina uopće – matematiku, za koju sam nadahnuto i s neskrivenim strahopoštovanjem govori da je "znanost najstrožeg stila", "prava umjetnost", "metafizika u najvišem smislu". Međutim, ono što Spengler vidi jest sličnost brojeva s jezikom, broja s riječju. Njihova je zajednička karakteristika u tome što oboje postavljaju granice dojmovima u svijetu, ali ih time i svladavaju. Imenima i brojevima čovjekovo razumijevanje postiže vlast nad svijetom (Spengler, 1998:83). Brojevi i riječi ograničavaju, ali time i omogućavaju svoju prevlast. Kad kaže da je priroda ono što se može brojati, Spengler želi reći da je sve što nije moguće obuhvatiti brojem i što nije brojivo zapravo nemoguće spoznati; kako on kaže da je broj znak dovršenog ograničenja, ide i dalje jer tvrdi da je u osnovi svake filozofije povezanost s nekom pripadajućom matematikom. Tu vidimo za nas ključnu tezu – ne postoji samo jedna matematika, već ih postoji nekoliko.

Matematika je odraz neke kulture kao i sve ostale duhovne tvorevine. Stoga, između ostalog, moguće je antropološko i sociološko promišljanje i o matematici. Da bismo predočili tu Spenglerovu tezu, citirat ćemo jednu njegovu podužu rečenicu.

"Ono što nazivamo poviješću 'određene' matematike, tobože progresivnim ostvarivanjem jedinog i nepromjenjivog ideala, zapravo su, čim se odstrani varljiva slika historijske površine, mnogi u sebi zatvoreni, samostalni razvici, ponovljeno rađanje novih, prisvajanje, preoblikovanje i odbacivanje tuđih oblikovnih svjetova, čisto organsko, na određeno trajanje vezano cvjetanje, sazrijevanje, venenje i umiranje. Ne dajmo se obmanuti. Antički duh stvorio je svoju matematiku gotovo ni iz čega; historijski nastrojen zapadni duh, koji je naučenu antičku znanost tobože već posjedovao – izvanjski, a ne unutrašnje – morao je svoju zadobiti tobožnjim poboljšavanjem, a zapravo ukidanjem euklidske matematike koja mu je u biti bila strana." (Spengler, 1998:87). Dakle, za Spenglera ni matematika nije nedodirljiva. Matematika je, kao i sve druge umne kreacije, podložna promjenama i, sukladno sa Spenglerovom teorijom o ciklusnom razvoju kultura i kulturnih činjenica, također podložna ciklusu cvjetanja, sazrijevanja, venenja i naposljetku umiranja. Uzmimo primjer matematike kojom se danas služimo. Smatramo da je ta matematika doživljavala svoj razvoj otprilike 2.500 godina (pritom nam u ovom trenutku nije od presudne važnosti prihvaćamo li Kuhnovu teoriju o "vodećim idejama" ili "paradigmama"), odnosno da se naše matematičko znanje nakupljalo i da se broj matematičkih teorija povećavao. No nije baš tako. Evo nekoliko tvrdnji rane grčke matematike: jedan nije broj; jedan nije ni paran ni neparan broj; jedan je parno-neparni broj; dva nije parni broj (Bloor, 1995:97). Te su tvrdnje objašnjavali na sljedeći način: broj jedan je parno-neparni broj jer on stvara i parne i neparne brojeve. Dalje, Grci su svoju tvrdnju o broju jedan kao o ne-broju objašnjavali tako što su tvrdili da je "jedan" početak i stvoritelj brojeva. Aristotel je tvrdio da "jedan" označava mjeru neke množine, a "broj" je izmjerena množina ili množina mjera. Danas su sve te tvrdnje odbačene; jedan je nama nesumnjivo broj i to neparan, a dva je paran broj. Kategoriju parno-neparni broj današnja matematika ne poznaje. Zanimljivo je kako je nizozemski matematičar Simon Stevin, čovjek koji je prvi doveo u pitanje grčke hipoteze o brojevima, došao do takvog zaključka. Ne nekakvim matematičkim, "egzaktnim" metodama ili filozofijom, nego nekakvim unutarnjim osjećajem, *intuicijom*. Da je jedan broj, on kaže: "siguran sam u to, izgleda kao da mi je to rekla sama priroda iz svojih usta." (Bloor, 1995:100). Tvrdnju da je jedan broj on je uzeo zdravo za gotovo.

Jacob Klein tvrdi da je osnovna razlika između suvremene i grčke matematike u samom poimanju broja; naime, za stare matematičare broj je uvijek broj nečega – on određuje kvantitetu i označava skup stvari. Današnjoj matematici broj je samo simbol, ne nužno i određen broj stvari. Interesantan je i opis Diofantove matematike, predstavnika aleksandrinske matematike iz pera povjesničara matematike Hankela. Pokušavajući shvatiti Diofantovu metodologiju, Hankel se suočava s tvrdnjama koje se njemu čine potpuno irelevantnima. "... Stoga nakon proučavanja stotinu Diofantovih rezultata, suvremeni matematičar ne može riješiti njegov stotinu i prvi problem; ako smo to i pokušali, i nakon brojnih uzaludnih pokušaja pročitali Diofantovo rješenje, bit ćemo zapanjeni kako on odjednom napušta svoj glavni put, luta stranputicama i kako naglim zaokretom dohvaća svoj cilj, cilj s kojim mi ne možemo biti zadovoljni; očekivali smo da ćemo se penjati strmim putovima kako bismo naposljetku bili nagrađeni širokom panoramom; umjesto toga naš nas vodič vodi uskim, nepoznatim, ali jednoličnim putovima do nebitnog cilja; i tu je kraj! ... On je briljantan izvođač umijeća neodređene analize koju je sam izmislio, ali njegov je genij ipak zadužio znanost svojim metodama, premda mu je nedostajala spekulativna misao koja svoj cilj vidi u istini, a ne samo u pravilnosti" (Bloor,1995:99). Njegov opis vrlo je sličan zapažanjima ljudi koji susreću dotad potpuno nepoznate društvene skupine zajedno s njihovim vrijednostima i normama. Ciljevi, vrednovanja, zapravo čitav mentalni sklop istraživača i nepoznate društvene skupine vrlo se razlikuju. Hankel se nije libio reći da Diofant "luta stranputicama" i da je "jednoličnim putem došao do nebitnog cilja", ali ipak nekako u sebi kao da osjeća divljenje prema njemu jer iako teško razumijeva njegovu matematiku, intuitivno osjeća da ona ima svog unutarnjeg smisla. Kakva sličnost s antropološkim istraživanjima!

Matematika je kulturna činjenica, pa je stoga i ona ovisna o društvenim promjenama poput svih kulturnih tvorevina. Matematika je tako na neki način detronizirana sa svog povlaštenog položaja. Možemo reći da je sociologija matematike moguća tek prihvaćanjem ovakvog gledišta. No, neki od najuglednijih sociologa znanosti nisu prihvatili ovakvo shvaćanje brojeva i matematike kao znanosti, a posebno se takvom shvaćanju opiru sami matematičari jer to po njihovu mišljenju relativizira matematiku čija je apsolutna istinitost za njih potpuno neupitna.

MATEMATIČKI PLATONIZAM U SOCIOLOGIJI ZNANJA

Teze Oswalda Spenglera u svakom slučaju bile su nešto novo jer su u svojoj dugoj povijesti i matematika i logika bile od svih znanosti uvijek na povlaštenom položaju, pa su se nekim teoretičarima Spenglerove teze vjerojatno činile nekom vrstom svetogrđa. Možda najveći autoritet među sociolozima znanosti Karl Mannheim nije se složio sa Spenglerom; on tvrdi da je sociološka analiza moguća kod svih znanosti osim kod matematike i logike. Za njega matematika i logika imaju svoju stvarnost čija istinitost egzistira neovisno o tome što netko o njoj misli ili zna. U krajnjoj instanci, matematičke istine bile bi istinite i da nema ljudskih bića. Njegovo je ishodište nešto što neki zovu platonizmom, a neki realizmom, ali bit je u tome da on na matematiku gleda kao na bilo koji drugi materijalni objekt, koji postoji još i prije nego što ga čovjek svojim osjetilima spozna, što otprilike odgovara predegzistenciji objekata u idejama. Ovdje možemo povući analogiju s distinkcijom između otkrića i izuma: otkrića su stvari koje su postojale i prije nego što su naposljetku spoznate dok su izumi objekti koji su potpuno novi proizvodi koji nisu postojali, sve dok nisu napravljeni. Mannheim dakle tvrdi da su matematičke istine samo otkrića, pa su npr. logaritam i integralni računi samo konačno otkrivene matematičke istine, a nikako ne izumi. Još je eksplicitnije realistički pogled na matematiku izrazio matematičar G. H. Hardy u svojem djelu *Matematičareva apologija* gdje kaže da vjeruje da "matematička stvarnost postoji izvan nas, naša je zadaća da je otkrijemo ili uočimo" te da su teoremi, koje dokazujemo i koje prikazujemo kao naše vlastite "kreacije", zapravo "samo zabilješke o našim opservacijama". Dalje kaže da je "broj 317 redni broj, ne zato što mi to mislimo ili zato što je naša svijest takva, a ne nekakva drukčija, nego zato što je to tako, zato što je matematička stvarnost takva" (Bloor, 1973:176). Fang i Takayama smatraju da se univerzalan koncept nije mijenjao nikad; samo su se mijenjala značenja numeracija (*happening-but-once*), što je razmišljanje suprotno spenglerovskom (Restivo, 1983).

Do matematičkih se istina dakle dolazi intuicijom ili opažanjem, dakle *a posteriori* jer one postoje neovisno o nama. Možda je najbolja usporedba s astronomskim tijelima; planete i čitave galaksije koje smo uočili postojale su i prije nego što smo ih mi opazili. Čini se da tu sociologija nema što tražiti. No, je li ipak tako?

Sociologija je za realiste moguća, samo ako se ne bavi stvarima koje se nalaze *oko* matematike, poput procesa matematičke edukacije, napredovanja u matematičarskoj zajednici, utjecajima na matematičke sposobnosti, ali sociološka analiza je beskorisna za sve ono što se nalazi *unutar* same matematike kao znanosti. Također, sociološka analiza može biti korisna i u slučajevima matematičkih pogrešaka: ako neki matematičar pogriješi u računu ili se koristi nevaljanim matematičkim metodama, njegovu nekompetenciju sociolozi mogu objasniti npr. lošijem obrazovanjem ili nedovoljnom praksom u valjanim matematičkim metodama. Za realiste je napraviti pogrešku zapravo "iskakanje iz tračnice" ili neispravno logičko rasuđivanje – nije upitna ispravnost ili dovoljna eksplanatornost samog matematičkog modela, već matematičareva kompetentnost. Dakle, sociologija se, prema ovakvom shvaćanju, može baviti samo matematičarima, ali ne i razvojem matematike, matematičkim teoremima i sl.

Vidimo da je logičko rasuđivanje od presudnog značaja za realiste. "Kad ljudi rade nešto što je logično i postupaju korektno, nije potrebno više ništa reći" (Bloor: 179). Time se želi reći da je nešto što je logički korektno zapravo neupitno i istinito već po sebi. Logička valjanost vodi k istini – logičke greške ne mogu dovesti do ispravnih rezultata. Analogno tome, matematika traži logičku dosljednost jer u suprotnom dolazi do grešaka. Međutim, za Mannheima i realiste to više nije predmet sociologije. No je li logika toliko egzaktna ili i u logici postoje nepravilnosti koje su posljedica izvanteorijskih razloga? Čini se da postoje argumenti koji pobijaju realističku poziciju. Jedan od autora koji je doveo u pitanje istinitost logike i matematike kao takvih, odnosno njihovu potpunu neovisnost o socijalnim prilikama, bez sumnje je Ludwig Wittgenstein.

WITTGENSTEIN I LAKATOS KAO OPONENTI REALIZMU

Za Wittgensteina, koji je navodno bio očaran Spenglerovim tezama o relativnosti brojeva, i logika i matematika zapravo su konvencije i standardizacije, odnosno okviri koje smo stvorili i koje zbog toga možemo mijenjati. Pravila koja smo stvorili djeluju na naše aktivnosti, ali bitno je naglasiti da se *svako* naše djelovanje može uskladiti s *nekim* pravilom. Logičko razmišljanje je stvar pregovora, kompromisa i dogovora, pa tako nije apsolutno, već potpuno relativno i promjenjivo. Egzaktnost logičkih i matematičkih teza ne proizlazi iz njihove unutarnje istinitosti, već zato što smo ih mi ljudi *proglasili* egzaktnim. Time su ove dvije gotovo "sakralizirane" znanosti stavljene u isti položaj sa svim drugim kulturnim tvorevinama, koje su već po definiciji ljudski proizvodi koje možemo dopunjavati ili čak potpuno odbacivati. Wittgensteinovu poziciju najbolje oslikavaju njegove sljedeće riječi. "Opasnost je, vjerujem, u tome što svoje postupanje utemeljujemo ondje gdje ništa slično ne postoji, a umjesto toga bismo morali jednostavno reći: tako mi to radimo... Zakoni logike prisiljavaju nas u istom smislu kao i zakoni ljudskoga društva... Logični zaključci su koraci koji se ne dovode u pitanje. Sve dok mislimo da ne može biti drukčije, izvodimo logične zaključke" (Polšek, 1992:85).

U svojem djelu *Dokazi i opovrgavanja* (1976) Imre Lakatos iznio je neke dokaze da i matematika ima pregovarački karakter; doveo je u pitanje relevantnost Eulerova teorema, teorema s kojim se služi suvremena matematika u geometriji. Naime, Eulerov teorem glasi: $K - B + P = 2$ pri čemu je K oznaka za kutove, B za bridove, P za plohe i on vrijedi za sve poliedre. Provjeravanjem na jednostavnim poliedrima poput prizme, piramide taj se teorem pokazuje točnim, ali vrijedi li on baš za *sve* poliedre? Lakatos tvrdi da ne. Mi možemo zamisliti i poliedar za koji bi vrijedio teorem $K - B + P = 1$. Ipak, prvi teorem se prihvaća kao vrijedeći za sve poliedre (višekutnike). Pregovaranjem u matematici uzelo se kao istinit Eulerov teorem, što implicira da je moglo biti i drukčije. Kada su se iznijeli brojni protuprimjeri koji su opovrgavali dokaz ili koji nisu bili obuhvaćeni tim dokazom, postavilo se pitanje da li je taj dokaz uopće dokaz ili su ti protuprimjeri jednostavno irelevantni za taj dokaz. Lakatos naposljetku zaključuje da se konačan odgovor na to pitanje dobiva od ljudi koji su sudjelovali u pregovoru kojim bi se taj problem prevladao. "Definicije će doista reflektirati ciljeve onih koji su ih određivali. Na primjer, oni će otkriti koji se likovi ili koje se značajke likova smatraju važnima i zanimljivima". (Polšek, 1992:101). Eulerov je teorem za Lakatosa samo jedan od okvira koje smo stvorili. Lakatos stvar postavlja ovako: ako smatramo da je svijet sastavljen od objekata različitih oblika i veličina i ako postoji velik broj procedura koje možemo zamisliti o njima, onda postoji i beskonačno velik broj različitih okvira koje možemo *s razlogom* prihvatiti. To implicira da ljudi vladaju idejama, a ne ideje ljudima. Ljudi selektivno određuju koje će ideje vladati, koje će se ideje množiti. Za Lakatosa je Bloor ustvrdio da "On uklanja mit da ideje leže unaprijed dane na putu koji mislioci moraju slijediti. On uklanja mutno vjerovanje da uloga ideja u ponašanju isključuje socijalne faktore kao uzroke konkurentnih ideja." (Polšek, 1992:102). Lakatos tako odbacuje platoničku koncepciju o idejama kao upravljačima ljudskog ponašanja. Ljudi stvaraju značenja koja se mogu mijenjati ovisno o strategijama. Isto vrijedi i za matematiku jer je i matematika jedan od oblika konstruiranja i uporabe pojmova.

Da zaključimo, Wittgenstein je, izjednačivši matematiku i logiku, dotad neprikosnovene znanosti, s ostalim kulturnim tvorevinama, čime je implicirao njihovu relativnost i promjenjivost, dao presudan doprinos opravdanosti i regularnosti sociologije matematike kao discipline i u tom smislu možemo reći da je on preteča danas vrlo utjecajne edinburške, "strogoprogramske" škole u sociologiji znanja. Lakatos je ustvrdio da su postojeće matematika i logika rezultat stalnih pregovora između matematičara i logičara. One su samo jedne od velikog broja okvira koje smo pod nekim drugim okolnostima i uz neke druge praktične ciljeve mogli selektirati. Na primjeru prihvaćenosti Eulerova teorema lijepo je pokazao kako se teoremi mogu, uz očite nedostatke i protuprimjere, pregovorima i prihvatiti kao važeći. Na tim njihovim tezama zasniva se "strogi program" u sociologiji znanosti.

STROGOPROGRAMSKO SHVAĆANJE MATEMATIKE

U čemu se sastoji pristup tzv. edinburške škole koja je na scenu stupila sredinom sedamdesetih godina? U osnovi to je pozitivistički pristup jer David Bloor i Barry Barnes smatraju da bi se sociologija znanosti trebala temeljiti na istim pretpostavkama i na istoj metodologiji koje vrijede u ostalim znanostima. Naime, određenom vrstom kauzalne analize mogli bi se objasniti *svi* fenomeni svoga područja. "... Sociologija bi morala istom vrstom analize objasniti i pojavu i odsutnost znanstvenih uvjerenja, i istinite i neistinite zaključke, i racionalno i iracionalno" (Polšek, 1995:6–7). U čemu se sastoji "strogost" takvog pristupa. "Strogost strogog programa sastoji se dakle u pokušaju sociologističke interpretacije svih vjerovanja i teorija, pa tako i matematičkih i logičkih" (Bloor, 1995:87). Konzekvencija ovog stava je odbacivanje univerzalnosti svih logičkih i matematičkih teorija koje počivaju samo na racionalnosti. Naime, strogi program ističe i socijalnu uvjetovanost svih umnih konstrukcija jer smatra da apriorna samorazumljivost i racionalna utemeljenost nisu neupitne. Vrlo je korisno istaknuti i distinkciju formalnog i neformalnog rezoniranja. Naime, naša formalna pravila su po strogom programu zapravo samo "kodifikacije ili institucionalizacije određenih tipova društvenog ponašanja" (Bloor, 1995:85). Dakle, radi se o svojevrsnoj standardizaciji pravilnog postupanja što implicira da su logički principi također socijalno uvjetovani. U tome se "strogoprogramovci" i Wittgenstein u potpunosti slažu – zakoni logike imaju prisiljavajući karakter.

Na prvi pogled teško je prihvatiti stav da su logički i matematički teoremi samo jedni od mogućih drugih. Isto tako, logika i racionalnost jedan su od temelja zapadnog društva i imaju prednost nad nelogičnim i iracionalnim. Međutim, pretpostavka ovakvog stava jest egzaktnost i samorazumljivost logike, odnosno njena savršena točnost. U logičkom promišljanju nema mjesta nepravilnostima i "nelogičnostima" kad se u kolokvijalnom govoru riječ "logično" izjednačuje s riječju "prirodno". Ipak, David Bloor dovodi u pitanje univerzalnost logike. Osim što, poput nekoliko matematika, postoji i nekoliko logika, postoje i neke nepravilnosti u logičkom rezoniranju na koje se mi ne obaziremo. Dakle, logika nije ni univerzalna ni apsolutno konzistentna.

Konzistentnost logičkog rezoniranja

Razmotrimo prvo stajalište onih teoretičara koji logici priznaju univerzalnost. Kao argumente za svoje stajalište uzimaju kao primjer tvrdnju da je cjelina veća od dijela. Tako primjerice Werner Stark piše: "...Unatoč tvrdnjama ultra-relativista, ne postoji društvo u kojoj ta tvrdnja ne bi vrijedila, jer njena istinitost izvire neposredno iz definicije pojmova i potpuno je nezavisna od bilo kakvog vanmentalnog uvjetovanja." (Bloor, 1976:88). Kao što vidimo, istinitost se te tvrdnje objašnjava već po samoj definiciji pojmova "cjeline" i "dijelova" i zbog toga otpada objašnjavanje istinitosti ili možebitne neistinitosti te tvrdnje nekim vanjskim razlozima, u našem slučaju socijalnim. Ta ideja je prisutna u svim kulturama, stoga je svaki relativizam u ovom slučaju neopravdan. Na neki način tvrdnja da je cjelina veća od dijela ima status univerzalnog ljudskog iskustva. Međutim, postoji jedan dio matematike koji se zove transfinitna aritmetika koja eksplicitno odbacuje gore navedeni princip. Radi se o beskonačnosti skupa svih prirodnih brojeva; naime, ako bismo iz jednog beskonačnog niza izdvojili drugi niz koji se sastoji samo od parnih brojeva i zatim svakom broju koji se nalazi u prvom nizu pridružili po jedan parni broj, parni bi se brojevi tako mogli izbrojiti. Međutim, time dolazimo do jednog paradoksa – da ta dva skupa imaju isti broj članova, odnosno da stoje u relaciji 1:1. Matematika kaže da su parni brojevi samo podskup svih prirodnih brojeva, pa kako onda dolazi do ovakvog paradoksa? Matematičari su postojanje tog paradoksa riješili na sljedeći način: ono što je moglo biti razlogom za odbacivanje teze o beskonačnosti skupova, postalo je temelj za samu definiciju beskonačnih skupova. Definicija beskonačnog skupa, prema Dedekindu, glasi: "Za sistem S kažemo da je beskonačan kada je sličan svojem pravom dijelu", pri čemu sličan u ovoj definiciji označava relaciju jedan naprama jedan. (Bloor, 1995:89). Kontradikcija je prešla u definiciju. Za teoretičare "strogog programa" ovo je dokaz da su i u logici i matematici mogući pregovori i razne prilagodbe. Dakle, moguća su rušenja prisiljavajućih principa i njihova zamjena novim principom do kojeg se dolazi ponovnom selekcijom. Ovdje se može lijepo vidjeti u kojem su to smislu pravila prisiljavajuća – njihov prisilni karakter se sastoji isključivo u navici ili tradiciji da koristimo neke modele, a ne neke druge. Ponovimo Wittgensteinovu tezu: "Sve dok mislimo da ne može biti drukčije, izvodimo logične zaključke". Logika koju trenutno prihvaćamo samo je jedna koju smo selektirali iz čitavog spektra logika.

Postoji i jedan slikovitiji primjer koji dobro oslikava jedan drugi aspekt logike – njezinu konzistentnost. Naime, poznati je antropolog Evans-Pritchard opisavši pleme Azande iznio zanimljive podatke o njihovu načinu razmišljanja, odnosno o njihovu logičkom rezoniranju (Bloor, 1995). Pritom je važno naglasiti da je on *a priori* pretpostavio da su naša, zapadnjačka logika i logika primitivnih plemena jedinstvene. Međutim, ova njegova teza na sljedećem je primjeru opovrgnuta. Naime, u plemenu Azande pripadnici plemena za svaki se svoj "važan" čin obraćaju proroku koji im može odgovoriti s "da" ili "ne" uz pomoć posebnog rituala gdje se piletu daje otrov. Kao i sva vudu-plemena, za sva zla okrivljuju vještice ili vješce koji bacaju uroke na ljude. Ono što je za nas interesantno jest princip kojim se određuje da li je netko vještac ili ne. Vještičja tvar je jedna supstancija u želucu koju vještac prenosi na muške potomke, a vještice na sve ženske. Nama se čini bjelodano da ako ustvrdimo da je neki čovjek vještac, zaključujemo da čitav njegov klan čine vještice. Međutim, pleme Azande odbacuje takav zaključak jer bi to značilo da bi se cijeli klan morao sastojati od vještica. Azande kao da vide ovu proturječnost jer umjesto općenitih konstatacija o vještičnjaštvu oni daju primat posebnim slučajevima, pa nikada ni ne pitaju proroka da li je ta i ta osoba vještac, već djeluje li na nekoga ova osoba ovdje i sada, dakle, pitaju se o trenutnoj *mogućnosti* da se bude vještac. Bilo kako bilo, Azande ne pridaju važnost ovoj logičkoj pogreški. Mogli bismo reći da su oni institucionalizirali logičku pogrešku jer bi se njenom ispravkom diralo u jednu od njihovih temeljnih društvenih institucija. Moć logike je, kao što možemo vidjeti, vrlo velika jer bi stvaranjem logičke zbrke došlo vrlo vjerojatno i do društvene zbrke. Međutim, ono što je za nas posebno interesantno jest očita činjenica da se razrada logike vrši na osnovi nekih društvenih ciljeva. Za skeptike navedimo primjer iz naše zapadnjačke kulture kako bi pokazali da se i u našoj kulturi "zaobilaze" neke proturječnosti.

Piloti bombardera na svojim borbenim zadacima bombama uništavaju strateške ciljeve, ali pritom dolazi i do ljudskih žrtava. Ako pretpostavimo da je po definiciji "ubojica" čovjek koji nekoga namjerno ubije, onda su i ti piloti ubojice. Međutim, da ne bismo donijeli takav zaključak, mi odgovaramo da su ti piloti samo slušali svoje nadređene i da su samo obavljali svoju dužnost. S jedne strane, ti piloti su po definiciji ubojice čim su ubili neke ljude s namjerom, a, s druge strane, oni se smatraju "ubojicama po dužnosti", te su zbog toga nevini. Vojno pravo te pilote amnestira i ne smatra ih ubojicama. Međutim, ne možemo poreći da analogija između "običnog" ubojstva i ratnog ubijanja ne postoji; na kraju krajeva žrtve su žrtve bez obzira na neke "više" ciljeve. Možemo još navesti i primjere vozača osobnih automobila koji su prouzročili prometne nesreće s ljudskim žrtvama, konstruktore *Titanica* itd. Isto tako, da bismo napravili gradaciju među ubojstvima, mi smo napravili distinkciju između "ubojstva s predumišljajem", "ubojstva iz nehaja", "ubojstva iz strasti" itd., a sve u svrhu izbjegavanja logičke zbrke do koje bi došlo ako ne izvršimo potrebita prilagođavanja i korekcije. David Bloor smatra da mi možemo shvatiti argumente nekog fiktivnog antropologa koji bi ustvrdio da bi pojam "ubojica" trebao obuhvatiti i ratna ubojstva i prometne nesreće, ali da mi "... 'ad hoc' preusmjeravanjem metafizičkih distinkcija izbjegavamo njihovu logičku snagu" (Bloor, 1995:93). Za Bloora točnije bi bilo reći da "mi ne razmišljamo tako da pod prisilom logičke kritike želimo sačuvati naše institucije od propadanja. Naprotiv, mi prilagođavamo naša razmišljanja jer *rutinski* (kurziv moj) prihvaćamo djelovanje pilota bombardera i vozača automobila. Institucije su stabilne, a neformalno mišljenje stvara potrebne prilagodbe ... Neformalna induktivna asimilacija slučajeva prethodi formalnim koracima kojima logički obrazlažemo našu osudu." (Bloor, 1995:93) Da zaključimo, i mi smo, poput plemena Azanda, učinili potrebna prilagođavanja kako ne bismo dovodili u pitanje jednu od naših institucija. Logika nije istinita sama po sebi jer vidimo da su potrebna brojna prilagođavanja kojima bi se održala njezina konzistentnost. Sociologija u svezi logike ima što reći, no što je s matematikom. Je li matematika kojom se danas služimo jedina ispravna ili može postojati i neka druga, alternativna matematika?

Za razliku od Oswalda Spenglera neki teoretičari, poput već spomenutog Wernera Starka, tvrde da ipak postoji samo jedna znanost o brojevima koja će po svom sadržaju uvijek biti ista. Ako prihvatimo ovu premisu, za nas tu problematiziranje prestaje. Međutim, ako prihvatimo Spenglerovu tezu o "brojnim svjetovima brojeva", onda se naše promišljanje može nastaviti.

Kakva bi bila alternativna matematika? Osim što bi bila nalik na veliku grešku, kršila bi naša poimanja logičke valjanosti. Zaključci koje bismo na osnovi takve matematike donosili činili bi nam se nevjerojatnim i "neprirodnim". Međutim, ono što bi moralo karakterizirati matematiku koja bi htjela zamijeniti postojeću jest sistematičnost i konzistentnost poput postojeće. "Pogreške" i "pogrešne" osnove alternativne matematike morale bi se smisleno uklapati u neku cjelinu. "Alternativni" matematičari morali bi se međusobno slagati u vezi vlastite problematike, metodologije, tumačenja rezultata i drugo. No ne mora konsenzus biti nužan i za ovu matematiku – možda bi se u njoj umjesto "rasprostranjenog slaganja vodile rasprostranjene rasprave ... Kognitivna tolerancija mogla biti tako postati matematička vrlina" (Bloor, 1995:96).

ZAKLJUČAK

Naš je zaključak da sociologija kao znanost za svoj predmet može imati i matematičke i logičke teorije. Postoji dovoljno snažnih argumenata za opravdanost tvrdnje da su i matematika i logika, kao po općem sudu najegzaktnije znanosti, također samo jedni od mogućih okvira (poput npr. jezičnih) kojima prevladavamo složenost svijeta. Dakle, oni su ljudski konstrukti i kao takvi nisu nepromjenjivi ili apsolutni. Nama je danas "normalno", "prirodno", "podrazumijeva se" da je broj 1 neparni broj (odnosno da je broj) i da je 2 parni broj, no pokazali smo da u zapadnoj kulturi nije oduvijek bilo tako. Već sam izraz "podrazumijeva se" ne znači apsolutnu istinu, nego podudaranje s trenutno važećom logikom: možda će jednog dana sadašnje logičko rezoniranje, ma koliko to nama izgledalo nemoguće, biti prevladano, poput npr. geocentričkog sustava. Nije ovdje u pitanju egzaktnost rezultata matematike i logike, već tvrdnja da su one samo jedne od mogućih – mi smo ih pregovaranjem i dogovaranjem u nekom trenutku odredili kao valjane i važeće; u nekom drugom trenutku moglo je biti i sasvim drukčije. Ovakvim tvrdnjama izvršena je "sekularizacija" brojeva; za nas brojevi više nemaju neku svetost, poseban život, već su za nas brojevi prije svega simboli poput riječi. Također smatramo da se može ustvrditi da i logika i matematika, poput ostalih kulturnih tvorevina, imaju prisiljavajući i ograničavajući karakter u smislu prisiljavanja na određeni tip standardizacije i sistematizacije izvanjskog svijeta. Pritom želimo istaknuti da uz svu tu "prisilu" time unosimo red u kaotičan svijet. Na primjeru Eulerova teorema Lakatos je izvrsno pokazao kako se i u matematici vrše izvjesne prilagodbe i pregovori oko matematičkih teorija kako bi se otklonile proturječnosti, što je najbolji dokaz da se sociologija može baviti i matematičkim *nutrinom*.

LITERATURA

Bloor, D. (1973). Wittgenstein and Mannheim on the Sociology of Mathematics. **Studies in History and Philosophy of Science,** 173–192.

Bloor, D. (1995) Pregovori u logičkom i matematičkom mišljenju, u Polšek, D., /ur./ **Sociologija znanstvene spoznaje: strogi program i Edinburška škola.** Rijeka: Hrvatski kulturni dom.

Bloor, D. (1995) Može li postojati alternativna matematika, Polšek, D., /ur./ **Sociologija znanstvene spoznaje: strogi program i Edinburška škola.** Rijeka: Hrvatski kulturni dom.

Bloor, D. (1982). Polyhedra and the Abominations of Leviticus: Cognitive Styles in Mathematics, u Douglas, M., /ur./ **Essays in the Sociology of Perception** (1982), London: Routledge and Kegan Paul.

Douglas, M. (1982) /ur./ **Essays in the Sociology of Perception.** London: Routledge and Kegan Paul.

Polšek, D. (1992) **Peta Kantova antinomija: o autonomiji i uvjetovanosti znanja**, Zagreb: HFD.

Polšek, (1995) D., /ur./ **Sociologija znanstvene spoznaje: strogi program i Edinburška škola**. Rijeka: Hrvatski kulturni dom.

Restivo, S. (1983) **The Social Relations of Physics, Mysticism, and Mathematics**. Dordrech and Boston: Reidel Publishing Company.

Spengler, O. (1998) **Propast Zapada**. Zagreb: Demetra.

MATHEMATICS AS SOCIAL CONSTRUCTION. What is the basis of the sociology of mathematics?

KRUNOSLAV VUKELIĆ
Department of Sociology, University of Zagreb

This text interprets if there is reasons for such scientific discipline as sociology of mathematics. Those who afirm sociology of mathematics as relevant and existing scientific field do not accept theory about existence of one absolute and universal mathematic that is relevant and general for all cultures and understand mathematic as cultural creations like language and letter. For them, today accepted mathematic is only one of possible frames what people created to systematize and conquer complex world that is around them. In opposition to them are theoreticians who negate possibility of sociological analysis because mathematic and logic are independent of social conditions, personal preferences and personal or group goals – mathematical reality is existing independently of our knowledge; differences in between are product of different level of knowledge about mathematic truenesses. In some way, this paper represents an attempt to give an affirmation of sociology of mathematics because his author tries to prove that sociology could explain both mathematic outside (mathematic education, progression in mathematic community) and mathematic inside (development of theories and methods). Also, on several examples article shows that negotiation is existing in both mathematic and logic, whose consistency is not so coherent as it seems.

Key words: *SOCIOLOGY OF MATHEMATICS, ALTERNATIVE MATHEMATIC, "STRONG PROGRAM" IN SOCIOLOGY, REALISM, MATHEMATIC PLATONISM, SOCIOLOGY OF KNOWLEDGE*