MATEMATIKA IZVAN MATEMATIKE

Proporcionalnost D'Hondtove metode i izborni sustav u Hrvatskoj

Tvrtko Tadić[1]

Sažetak

D'Hondtova metoda jedna je od najkorištenijih metoda za raspodjelu osvojenih mjesta političkim strankama na izborima. O samoj metodi nema puno literature dostupne široj stručnoj javnosti. Iz prakse se zna da daje prednost listama koje su osvojile najviše glasova na izborima. U ovom članku analiziramo koliko D'Hondtova metoda (ne) odstupa od proporcionalnosti te kako se to odražava na izbore u Hrvatskoj.

1. Uvod

Na izborima za predstavnička tijela obično se više (koalicijskih, stranačkih, nezavisnih) lista natječe za određen broj mjesta u tom predstavničkom tijelu. Ideja je da proporcionalno broju dobivenih glasova liste podijele mjesta u predstavničkom tijelu.

Problem je kako *pravedno* raspodijeliti mjesta u predstavničkom tijelu – broj mjesta koje neka lista dobije mora biti **cijeli broj**, a ponovo mora odražavati **proporcionalnost** glasova koje je pojedina lista dobila. Kroz povijest je u upotrebi bilo više metoda koje su u praksi otkrile da, unatoč tome što su naizgled poštene, dovode do različitih paradoksa. (O tome više u [6].)

Od svih tih metoda, zbog svojih osobina, najprihvaćenija je postala **D'Hondtova metoda**. Ova metoda pokušava proporcionalno rasporediti broj mjesta u predstavničkom tijelu pritom dajući prednost listama koje su osvojile najviše mandata.

D'Hondtova metoda često u praksi dovodi do jednostavnijeg (poslijeizbornog) formiranja većine u predstavničkom tijelu. U ovome članku predstavit ćemo D'Hondtovu metodu i napraviti analizu nekih njenih svojstava.

[1]Tvrtko Tadić, PMF-Matematički odsjek, Zagreb i Microsoft Corporation, Redmond

Ključne riječi i izrazi: izbori, D'Hondtova metoda, izborni paradoksi, proporcionalnost, izborni sustav u Hrvatskoj

2. Uvodni primjer

Na izborima za Grad Metković 2014. godine sljedeće liste prešle su izborni prag i ušle u diobu 17 mjesta za gradsko vijeće. Podatci preuzeti iz [7]:

lista	broj glasova	idealni broj mjesta
MOST	4197	8.49
HSS	2468	4.98
HDZ i partneri	1746	3.53

Pod idealnim brojem mjesta za pojedinu listu podrazumijevamo sljedeći broj

$$\frac{\text{broj glasova liste}}{\text{zbroj glasova ostalih lista}} \cdot \text{broj mjesta za diobu} \qquad (1)$$

Nekoliko napomena vezano uz rezultate ovih izbora:

- MOST ima tek nešto manje od 50 % glasova koji su ušli u diobu.
- Ostale liste imaju veće decimalne ostatke u idealnom broju mjesta.

Međutim, službeni rezultati su:

MOST	HSS	HDZ i partneri
9	5	3

Treba uočiti da je MOST dobio preko 50 % mjesta unatoč gornjim napomenama. Ovo je rezultat primjene D'Hondtove metode raspodjele mjesta koju ćemo predstaviti u daljem tekstu.

2.1. Dioba mandata

Mandate dijelimo po sljedećem postupku:

- Označimo glasove koje je dobila j-ta lista s g_j, tj. u ovom slučaju imamo
$$(g_1, g_2, g_3) = (4197, 2468, 1746).$$
- 1. mandat ide stranci koja je dobila najviše glasova te umjesto njenog broja glasova stavljamo $\frac{g_1}{2}$:
$$\left(\frac{g_1}{2}, g_2, g_3\right) = (2098.5, 2468, 1746).$$
- Sada u tako novodobivenoj trojci $\left(\frac{g_1}{2}, g_2, g_3\right)$ tražimo j-to mjesto s najvećim brojem te j-toj stranci dajemo 2. mandat, a broj na j-tom mjestu zamjenjujemo s
$$\frac{\text{broj glasova koje je lista dobila}}{\text{broj mandata koje trenutno ima} + 1}.$$

- Tako u našem slučaju ide trojka $\left(\frac{g_1}{2}, \frac{g_2}{2}, g_3\right) = (2098.5, 1234, 1746)$, te se ponovo traži najveći broj u toj trojci...
- Ako su dva člana trojke jednaka, onda prednost ima onaj koji ima **više glasova**. Postupak se nastavlja sve dok se ne podijele svi dani mandati.

To bi u danom primjeru izgledalo ovako:

$g_1/(m_1 + 1)$	$g_2/(m_2 + 1)$	$g_3/(m_3 + 1)$	m_1	m_2	m_3	$M - m_1 - m_2 - m_3$
4197	2468	1746	0	0	0	17
2098.5	2468	1746	**1**	0	0	16
2098.5	**1234**	1746	1	**1**	0	15
1399	1234	1746	**2**	1	0	14
1399	1234	**873**	2	1	**1**	13
1049.25	1234	873	**3**	1	1	12
1049.25	**822.67**	873	3	**2**	1	11
839.4	822.67	873	**4**	2	1	10
839.4	822.67	**582**	4	2	**2**	9
699.5	822.67	582	**5**	2	2	8
699.5	**617**	582	5	**3**	2	7
599.57	617	582	**6**	3	2	6
599.57	**493.6**	582	6	**4**	2	5
524.62	493.6	582	**7**	4	2	4
524.62	493.6	**436.5**	7	4	**3**	3
466.33	493.6	436.5	**8**	4	3	2
466.33	**411.33**	436.5	8	**5**	3	1
419.7	411.33	436.5	**9**	5	3	0

3. D'Hondtova metoda

Pogledajmo ovu metodu općenito. Pretpostavimo da:

- n lista natječe se na izborima;
- M mjesta u predstavničkom tijelu;
- za $j = 1..., n$: j-ta lista osvojila je g_j glasova;
- $s = g_1 + g_2 + ... + g_n$ je ukupan broj izašlih birača.

Općeniti postupak može se zapisati algoritamski na sljedeći način:

ulaz: *glasovi* [vektor s n pozitivnih brojeva], *mjesta* [broj mjesta] *obrada* = *glasovi*; *mandati* = [0, ... ,0]; [nul-vektor duljine n]

dok *mjesta* > 0 **radi**

nađi sve i između 1 i n takve da je $obrada[i] == \max_{j=1 \ldots n} obrada[j]$;

ako *ima više takvih i,*

među tim i-jevima odaberi onaj za koji je $glasovi[i]$ najveći;

$mandati[i] = mandati[i] + 1$; [dodijeli mandat listi i]

$obrada[i] = glasovi[i] \mathbin{/} (mandati[i] + 1)$;

$mjesta = mjesta - 1$;

izlaz: *mandati* [broj mjesta koje je osvojila pojedina lista]

Napomena. Implementacija ovog algoritma efikasno se provodi pomoću tzv. strukture **prioritetnog reda** ili **hrpe**. Mi u implementacijske detalje nećemo ulaziti, a zainteresirani čitatelj o toj strukturi više može naći u [2]. Uočimo također da ovaj algoritam ne bi radio ukoliko neke dvije liste imaju isti broj glasova. Mi ćemo u daljem tekstu pretpostaviti da se to nije dogodilo.

Broj mjesta $mandati[j]$ u predstavničkom tijelu koje je osvojila j-ta lista označavat ćemo u daljem tekstu s m_j.

4. Matematička svojstva D'Hondtove metode

4.1. Monotonost

Prilikom podjele mjesta u predstavničkom tijelu za očekivati je da će metoda dati više mandata stranci koja je osvojila više glasova. To će se dogoditi prilikom primjene D'Hondtove metode.

Teorem A. *Ako je $g_j > g_k$, tada je $m_j \geq m_k$, tj. lista j s više glasova dobit će bar onoliko mjesta u predstavničkom tijelu koliko i lista k s manje glasova.*

Dokaz. Tvrdnja slijedi indukcijom po M. Za $M = 1$ tvrdnja je očita jer je u tom slučaju $(m_j, m_k) \in \{(0,0),(1,0)\}$. Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za $M = m \geq 1$. Dokažimo tvrdnju za $M = m + 1$. Nakon podjele prvih m mjesta bit ćemo u situaciji kao u slučaju $M = m$. U tom trenutku j-ta i k-ta lista imat će m_j^m i m_k^m mjesta $\left(m_j^m \geq m_k^m\right)$. Ako je $m_j^m = m_k^m$, tada ili j-ta lista dobiva još jedno mjesto ili neka druga lista (ni j ni k) dobiva $m + 1$-vo mjesto. Ako je $m_j^m > m_k^m$, onda tko god dobije $m + 1$-vo mjesto vrijedit će $m_j^{m+1} \geq m_k^{m+1}$. □

4.2. Proporcionalnost

D'Hondtova metoda teži proporcionalnosti, međutim, kao što ćemo vidjeti, uz određena odstupanja u korist lista s najvećim brojem glasova.

Teorem B. *Neka je* $m_1, m_2..., m_n$ *raspodjela M mjesta po D'Hondtovoj metodi za liste koje su redom osvojile* $g_1, g_2..., g_n$ *glasova. Tada je*

$$m_1 + m_2 + \ldots + m_n = M,$$

$$\left\lfloor M \cdot \frac{g_j}{s} \right\rfloor \le m_j . \qquad \text{(B)}$$

Napomena. $\lfloor x \rfloor$ označava najveći cijeli broj manji ili jednak *x*. Primjerice, $\lfloor 2.3 \rfloor = 2, \lfloor 3.9 \rfloor = 3$... (za više o svojstvima ove funkcije vidi [5]).

Dokaz. U zadnjem koraku algoritma vektor *obrada* izgleda

$$\left(\frac{g_1}{m_1+1}, \ldots, \frac{g_n}{m_n+1} \right).$$

Neka je $t = \max\left\{ \frac{g_1}{m_1+1}, \ldots, \frac{g_n}{m_n+1} \right\}$ i nije teško vidjeti da je $t \le \frac{g_k}{m_k}$ za sve k = 1, 2..., n. Sada za proizvoljni $j \in \{1..., n\}$:

$$\frac{g_j}{m_j+1} \le \frac{g_k}{m_k} \quad \Leftrightarrow \quad m_k \frac{g_j}{m_j+1} \le g_k .$$

Zbrajanjem zadnje nejednakosti po *k* slijedi

$$M \frac{g_j}{m_j+1} < s .$$

(Zadnja nejednakost je stroga zbog slučaja *k* = *j*.) Dobivamo

$$m_j + 1 > M \frac{g_j}{s} \ge \left\lfloor M \frac{g_j}{s} \right\rfloor .$$

(*B*) slijedi jer imao strogu nejednakost s cijelim brojevima na obje strane. □

Teorem B daje nam određena jamstva da je D'Hondtova metoda, koja daje prednost dobitnicima većeg broja glasova, istovremeno i do neke mjere proporcionalna. Možemo izvesti ove zaključke iz teorema B.

Posljedica C. *Za D'Hondtovu metodu vrijedi*

(a) Ako se mandati daju proporcionalno podijeliti, tj. $M \cdot \frac{g_j}{s}$ *je cijeli broj za sve j, D'Hondtova metoda tako će ih i podijeliti.*

(b) Za velike M i mali broj stranaka n raspodjela mandata težit će proporcionalnosti. Tj. $\frac{m_j}{M} \approx \frac{g_j}{s}$.

Dokaz. (a) Ako je $M \cdot \frac{g_j}{s}$ cijeli broj za sve *j*, onda jer je $M \cdot \frac{g_1}{s} + ... + M \cdot \frac{g_n}{s} = 1$, jednakost vrijedi za sve *j* u (*B*).

(b) *Skica dokaza.* Za velike *M* vrijedi[2] da je $\frac{1}{M}\left\lfloor M \cdot \frac{g_j}{s} \right\rfloor$ približno $\frac{g_j}{s}$. Zbog ograničenja da je $\frac{m_1 + ... + m_n}{M} = 1$, vrijednost $\frac{m_j}{M}$ ne može previše odstupati od $\frac{g_j}{s}$. □

Napomena. Precizan iskaz i potpuni dokaz posljedice C čitatelj može naći u [1] (vidi §2.1., točnije propoziciju 2.3.).

Moguće odstupanje od proporcionalnosti

Ako bi idealan broj mandata (vidi (1)) trebao biti 41.67, razumno bi bilo očekivati da ta lista dobije 41 ili 42 mjesta u predstavničkom tijelu.

Sljedeći primjer za

$$n = 7, \qquad M = 100, \qquad s = 1200$$

pokazat će da to ne mora biti tako u slučaju D'Hondtove metode.

j	1	2	3	4	5	6	7
g_j	500	300	200	100	50	30	20
$\left\lfloor M \cdot \frac{g_j}{s} \right\rfloor$	41	25	16	8	4	2	1
m_j (D'Hondt)	**43**	25	17	8	4	2	1
$\left\lfloor M \cdot \frac{g_j}{s} \right\rfloor + 1$	42	26	17	9	5	3	2

U članku [4] istraživalo se pitanje odstupanja raznih metoda od idealnog broja mjesta. Na temelju nekih izračuna i simulacija autori su došli do zaključka (slutnje) da u slučaju D'Hondtove metode u prosjeku dolazi do odstupanja veličine $\frac{1}{2}\ln n$ u korist vodeće liste. Zainteresirani čitatelj može naći slutnje za sve rangirane liste u istom članku.

Ovo nije ništa čudno, naime možemo umjetno konstruirati sljedeći (ekstremni) primjer:

- Broj mjesta u predstavničkom tijelu $M = 10$, za koje se natječe $n = 10\,000$ lista;
- Lista 1 je dobila $g_1 = 11$ glasova, dok su ostale liste dobile po 1 glas ($g_k = 1$ za $k = 2..., 10\,000$).

[2] Za $x \geq 0$ vrijedi $\lim_{M \to \infty} \frac{\lfloor Mx \rfloor}{M} = x$. Stoga je za velike M, $\frac{\lfloor Mx \rfloor}{M} \approx x$.

D'Hondtova metoda će u ovom slučaju dati sva mjesta u predstavničkom tijelu listi 1, makar ta lista ima samo 0.109 % ukupnih glasova.

4.3. Očuvanje većine

Brojne metode podjele mjesta u predstavničkim tijelima jamče proporcionalnost, ali se zna dogoditi da ne jamče da lista koja dobije natpolovičnu većinu glasova dobije i natpolovičan broj mjesta u predstavničkom tijelu.

Za D'Hondtovu metodu vrijedi sljedeća tvrdnja.

Teorem D. *Neka je* $g_1 > g_2 + \ldots + g_n$, *tada je*

$$m_1 \geq m_2 + \ldots + m_n.$$

Nadalje, ako je broj mandata M neparan, onda je $m_1 > m_2 + \ldots + m_n$.

Dokaz. Ponovo koristimo istu ideju (kao u dokazu teorema B). Vrijedi $\frac{g_1}{m_1+1} \leq \frac{g_j}{m_j}$ za sve j, odnosno

$$\frac{m_j}{m_1+1} \leq \frac{g_j}{g_1}.$$

Zbrajanjem zadnje nejednakosti po svim $j > 1$ dobivamo

$$\frac{m_2+\ldots+m_n}{m_1+1} \leq \frac{g_2+\ldots+g_n}{g_1}.$$

Dobili smo $m_2 + \ldots + m_n < m_1 + 1$, a kako imamo prirodne brojeve na obje strane, tvrdnja slijedi. □

Drugim riječima, ako lista osvoji **više glasova** nego sve druge stranke zajedno, D'Hondtova metoda dat će joj i **više mjesta** nego svim drugim listama zajedno.

5. Isplati li se koalirati?

Iz načina na koji je definirana, D'Hondtova metoda daje prednost listama s većim brojem glasova. Mnogi će to protumačiti kao poticaj da se liste sa sličnim programom udruže.

Koliko je to u praksi tako? Napravit ćemo pokus simulacijom. Pretpostavimo da imamo $n = 4$ liste koje se bore za $M = 51$ mjesto u predstavničkom tijelu.[3] Pretpostavimo:

- Liste broj 1 i 2 imaju podršku između 30 % do 20 % birača.
- Liste broj 3 i 4 imaju podršku između 20 % do 10 % birača.
- Ostali birači neće izaći na izbore.
- Lista 1 ima sličan program kao lista 3 i zajedno će formirati vlast ako budu imale većinu. Listu 1 i 3 zvat ćemo **neparni blok**. Ukoliko se odluče formirati jedinstvenu listu za izbore, koristit ćemo oznaku 1&3.

[3] Npr. Skupština Grada Zagreba ima 51 zastupnika.

- Lista 2 ima sličan program kao lista 4 i zajedno će formirati vlast ako budu imale većinu. Listu 2 i 4 zvat ćemo **parni blok**. Ukoliko se odluče formirati jedinstvenu listu za izbore, koristit ćemo oznaku 2&4.

Postavlja se pitanje *isplati* li se listama 1 i 3, kao i listama 2 i 4 udružiti u koaliciju prije izbora ili će iste rezultate postići ako izađu samostalno?

Prvo uočimo da će jedan od ovih blokova dobiti više glasova na izborima. Taj blok zvat ćemo **većinski blok**, dok ćemo blok koji dobije manje glasova zvati **manjinski**.

Pitanje isplativosti koalicija može se formulirati na više načina:

- Kolika je vjerojatnost da liste većinskog bloka osvoje većinu u predstavničkom tijelu ako samostalno izađu na izbore?
- Dobivaju li stranke većinskoga bloka više mandata ako izađu u koaliciji?
- Dobivaju li stranke manjinskoga bloka više mandata ako izađu u koaliciji?

Matematički preciznog odgovora nema. Odgovor na ovo pitanje dat će nam **simulacije**.

Opis simulacije

Simulaciju provodimo na sljedeći način:

- g_1 i g_2 su simulirani kao slučajno odabrani brojevi iz intervala [0.2, 0.3];
- g_3 i g_4 su simulirani kao slučajno odabrani brojevi iz intervala [0.1, 0.2].

U jednoj od simulacija dobili smo sljedeći rezultat:

j	1	3	2	4
g_j	27.16 %	11.42 %	25.36 %	18.82 %

Lista 1 dobila je najviše glasova birača (27.16 %), no parni blok (liste 2 i 4) zajedno ima 44.18 %, dok neparni blok (liste 1 i 3) ima 38.57 % potpore. Sljedeća tablica daje pregled kako bi moguće koalicije prošle:

liste	m_{13}	m_1	m_3	m_{24}	m_2	m_4
1, 2, 3, 4	24	17	7	27	16	11
1&3, 2&4	24	–	–	27	–	–
1, 2, 2&4	24	17	7	27	–	–
1&3, 2, 4	24	–	–	27	16	11

Uočimo da blokovi (kao i pojedine liste kad su išle samostalno) bez obzira na koalicijske kombinacije nisu nimalo promijenile odnose u predstavničkom tijelu.

Rezultati simulacija

Pobjeda većinskog bloka

Simulacije smo proveli na računalu 1 000 000 puta i usporedili tri scenarija:

(1) stranke većinskoga bloka izlaze u koaliciji;

(2) stranke većinskoga bloka izlaze samostalno, stranke manjinskog bloka izlaze u koaliciji;

(3) sve stranke izlaze samostalno.

Za očekivati je da u većini slučajeva, bez obzira na koalicijske kombinacije, većinu (bar 26 mjesta) dobije većinski blok.

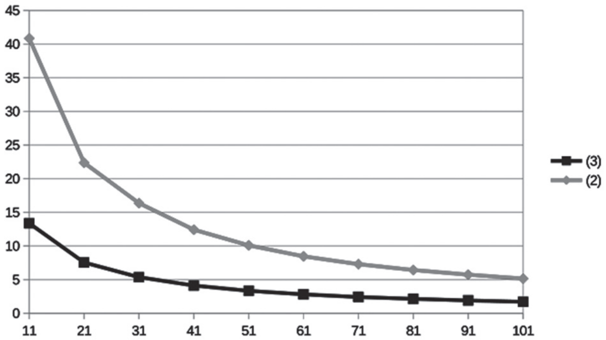
Rezultati simulacija u sljedećoj tablici pokazuju da postoji određena mogućnost da manjinski blok stekne većinu u predstavničkom tijelu bez dobivene većine glasova na izborima.

scenarij	(1)	(2)	(3)
pobjeda većinskog bloka	100 %	89.91 %	96.66 %
pobjeda manjinskog bloka	0 %	10.09 %	3.34 %

Ishod scenarija (1) posljedica je teorema D, tj. većinski blok će u koaliciji uvijek pobijediti.

Također, u scenariju (2) vidimo da manjinski blok može pobijediti u otprilike 10 % ako stranke većinskog bloka izađu samostalno.

Rezultati simulacija za scenarij (3) pokazuju da će D'Hondtova metoda većinskom bloku dati većinu ako sve stranke izađu samostalno u otprilike 96 % slučajeva.



Slika 1: Vjerojatnost pobjede manjinskog bloka u scenarijima (2) i (3) za M = 11, 21, 31..., 101.

Interesantni su rezultati simulacija za različite vrijednosti M. Naime, što je M veći, to je proporcionalnost metode veća i prema tome su manji izgledi da manjinski blok stekne većinu. Kao što je ilustrirano na slici 1:

- za $M = 11$: u scenariju (2) manjinski blok može pobijediti u čak preko 40 % slučajeva, a u scenariju (3) u 13 %;
- za $M = 101$: manjinski blok u scenariju (2) pobjeđuje u tek 5 %, a u scenariju (3) u tek 1 % slučajeva.

Razlika u broju mandata

Jedno od važnih pitanja kod formiranja koalicija je hoće li udružene stranke dobiti više mandata nego da su izašle samostalno na izbore? Ponovo ćemo ovo pitanje proučiti u okviru iduća dva scenarija:

(1) Stranke manjinskog bloka izlaze samostalno. Koliko mandata više dobivaju stranke većinskog bloka u koaliciji nego u slučaju samostalnog izlaska?

(2) Većinski blok na izbore izlazi u koaliciji. Koliko će mandata više stranke manjinskog bloka dobiti nego u slučaju samostalnog izlaska?

Ponovo smo napravili 1 000 000 simulacija i dobili sljedeće rezultate:

mandata više/scenarij	(1)	(2)
0	77.33 %	76.91 %
1	22.67 %	23.09 %

Vidimo da koalicija dviju stranaka može u nešto više od 20 % slučajeva osigurati **do jedan mandat više** udruženim strankama nego da su izašle samostalno na izbore.

6. Kako je u Hrvatskoj

Izborna pravila podložna su promjenama, tako da se ovdje navedena pravila odnose na stanje iz 2014. godine.

6.1. Lokalni izbori

Na lokalnim izborima za gradska vijeća i županijske skupštine primjenjivala se D'Hondtova metoda, s time da je dodan uvjet izbornog praga od 5 %. U praksi to izgleda ovako:

- U predstavničko tijelo lokalne samouprave bira se M predstavnika.
- Za M mandata natječe se n lista.
- Lista j dobiva g_j glasova na izborima. ($j = 1..., n$)
- Mandati se dijele D'Hondtovom metodom između svih lista koje su dobile bar 5 % važećih glasova. (Da bi lista broj j sudjelovala u diobi mandata, mora biti $\dfrac{g_j}{g_1 + \ldots + g_n} \geq 5\,\%$.)

6.2. Izbori za Sabor RH

Na parlamentarnim je izborima 2000., 2003., 2007. i 2011. Hrvatska bila podijeljena na 12 izbornih jedinica:

- 10 *velikih* izbornih jedinica u kojima se bira po 14 zastupnika;
- jedna izborna jedinica za dijasporu (građane RH koji imaju prebivalište izvan države);
- jedna izborna jedinica za nacionalne manjine.

Slika 2: Izborne jedinice u RH (stanje 2010. godine)

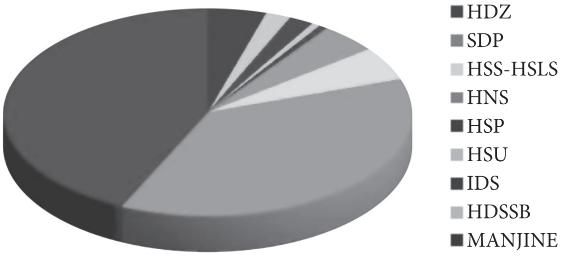
Podjela mandata u 10 *velikih* izbornih jedinica i jedinici za dijasporu obavlja se po D'Hondtovoj metodi među listama koje su dobile bar 5 % važećih glasova, dok se izbori za manjinske predstavnike provode po drukčijim pravilima.

7. Parlamentarni izbori 2007.

Sva naša izlaganja, kao i utjecaj koalicija i izbornog praga, proučit ćemo na primjeru izbora za Sabor RH 2007. godine.

Na izbore je izašlo više lista, a u Sabor su ušle sljedeće stranke:

- *Hrvatska demokratska zajednica* – HDZ sa 65 mandata;
- *Socijaldemokratska partija Hrvatske* – SDP s 56 mandata;
- *Hrvatska seljačka stranka* – HSS, *Hrvatska socijalno liberalna stranka* – HSLS (zajednička lista) s 8 mandata;



Slika 3: Sastav Sabora RH nakon izbora 2007. godine

- *Hrvatska narodna stranka – liberalni demokrati* – HNS sa 7 mandata;
- *Istarski demokratski sabor* – IDS s 3 mandata;
- *Hrvatski demokratski savez Slavonije i Baranje* – HDSSB s 3 mandata;
- *Hrvatska stranka prava* – HSP s 1 mandatom;
- *Hrvatska stranka umirovljenika* – HSU s 1 mandatom;
- Stranke i liste nacionalnih manjina sa 7 mandata.

Na izbore u tim izbornim jedinicama izašlo je 2 519 560 birača (od toga 2 429 597 u prvih 10 izbornih jedinica).

Rezultati u prvih 10 izbornih jedinica

Usredotočit ćemo se na 10 teritorijalnih izbornih jedinica koje daju 140 od 151 zastupnika. Pravila raspodjele i broj mandata u njima su ista, za razliku od XI. i XII. izborne jedinice gdje su pravila i broj mandata različiti. Sljedeća tablica daje pregled rezultata u tim izbornim jedinicama:

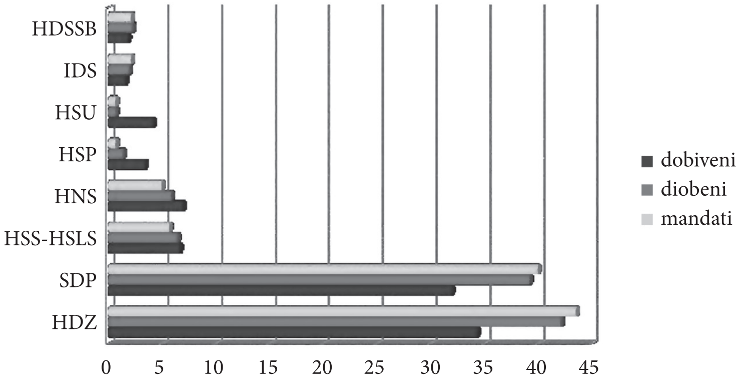
•	HDZ	SDP	HSS -HSLS	HNS	HSP	HSU	IDS	HDSSB
I	**74.71**	**101.25**	10.54	**15.47**	5.77	11.72	-	-
II	**79.78**	**83.52**	**41.41**	11.19	7.34	10.74	-	-
III	**58.44**	**75.45**	**24.39**	**62.09**	4.09	8.64	-	-
IV	**65.11**	**55.93**	8.42	9.68	**16.65**	10.20	-	**31.79**
V	**90.82**	**56.72**	**11.76**	9.16	**11.02**	7.87	-	**12.75**
VI	**75.72**	**79.81**	**18.29**	**11.99**	7.61	9.82	-	-
VII	**91.38**	**95.95**	**16.87**	**14.35**	8.46	11.78	-	-
VIII	**50.07**	**96.97**	6.93	**12.31**	4.27	**13.84**	**38.26**	-
IX	**132.49**	**57.63**	8.35	9.63	8.70	8.57	-	-
X	**115.74**	**73.41**	**14.80**	12.53	9.05	7.86	-	-
Σ	834.29	776.6	161.81	168.44	83.00	101.09	38.26	44.55
%	34.34	31.97	6.66	6.93	3.42	4.16	1.58	1.83
Σ	**834.29**	**776.69**	**127.55**	**116.23**	**27.67**	**13.84**	**38.26**	**44.55**
%	42.16	39.24	6.45	5.87	1.40	0.70	1.93	2.25
m	**61**	**56**	**8**	**7**	**1**	**1**	**3**	**3**
%	43.57	40.00	5.71	5.00	0.71	0.71	2.14	2.14

brojevi glasova u tisućama; **podebljani** brojevi označavaju da je stranka prešla izborni prag, tj. dobila bar 5 % glasova u toj izbornoj jedinici; Σ zbroj glasova koje je lista dobila; **Σ** zbroj glasova koje je lista dobila u izbornim jedinicama gdje je prešla izborni prag (tj. glasovi koji ulaze u diobu mandata); *m* broj mandata koje je dobila lista

Zanimljivosti rezultata izbora

Prvo što možemo uočiti su razlike u postotcima između ukupno osvojenih glasova pojedine liste i zastupljenosti u broju mandata.

- Velike stranke (HDZ s 34.34 % i SDP s 30.19 %) dobile su 43.57 % i 40 % mandata.
- Sve ostale manje stranke (izuzev regionalnih stranaka IDS-a i HDSSB-a) dobile su manji postotak mandata nego glasova na izborima.
- Unatoč tome što je dobio više glasova od liste HSS-HSLS, HNS je osvojio manje mandata.
- Unatoč tome što je prešao izborni prag u dvije izborne jedinice, HSP je dobio samo jedan mandat (u IV. jedinici). Ovo je posljedica razlike u tzv. nominalnom i prirodnom izbornom pragu. (Za više vidi §2.2 u [1].)



Slika 4: Dobiveni postotak glasova, postotak glasova koji je sudjelovao u diobi i postotak osvojenih mandata na izborima 2007.

Razlozi disproporcionalnosti

Glavni razlog disproporcionalnosti uočenih u tablici i prikazanih grafom na slici 4. leži u izbornom pragu. Naime, velike stranke (s puno više od 5 %) prijeći će izborni prag u **svim** izbornim jedinicama. S druge strane, male stranke (koje su blizu 5 % podrške birača) prijeći će izborni prag samo u **nekim** izbornim jedinicama.

No, kako se glasovi u izbornim jedinicama gdje su male stranke prešle izborni prag ne računaju, ovo očito vodi do disproporcionalnosti u korist velikih stranaka. Ovo je i bila namjera zakondavca – očuvati proporcionalnost glasova, ali i omogućiti stabilno formiranje većine nakon izbora.

Uočimo još:

- Sve stranke dobile su broj mandata otprilike proporcionalan broju glasova u izbornim jedinicama gdje su prešle prag.

Zadnja primjedba je realizacija posljedice C, tj. činjenice da D'Hondtova metoda teži proporcionalnosti.

Rezultati i koalicijske kombinacije

Sada ćemo proučiti koliko su rezultati ove izborne metode podložni promjenama u raznim koalicijskim kombinacijama.

Nakon izbora mnogi kažu kako bi neke stranke ostvarile bolje rezultate da su izašle zajedno. Međutim, nitko sa sigurnošću ne može reći bi li tim potezom **zadržale svoje birače**. Mi ćemo teoretski to pretpostaviti kako bismo vidjeli koliko rezultati variraju. Računalnom implementacijom D'Hondtove metode u tri scenarija dobivamo iduće rezultate na razini svih 10 izbornih jedinica.

Prvi scenarij

U ovom scenariju pretpostavit ćemo da zajedno na izbore 2007. izlaze HDZ, HSS i HSLS te SDP, HNS i HSU, a ostale stranke kao na izborima 2007.

lista	broj osvojenih mandata (promjena)	% glasova
HDZ - HSS - HSLS	66 (-2)	41.00
SDP - HNS - HSU	68 (+3)	43.06
HSP	1 (0)	3.41
IDS	2 (-1)	1.57
HDSSB	3 (0)	1.83

U ovom scenariju rezultati su se promijenili u iznimno neodlučne.

Drugi scenarij

U ovom scenariju rezultati izbora promijenit će se do neprepoznatljivosti. Pretpostavljamo da je na izbore izašla ista kombinacija stranaka kao 2011. godine.

lista	broj osvojenih mandata (promjena)	% glasova
HDZ	54 (-7)	36.33
SDP - HNS - HSU - IDS	76 (+9)	44.63
HSS - HSLS	6 (-2)	6.66
HSP	1 (0)	3.41
HDSSB	3 (0)	1.83

U ovom scenariju došlo je do promjene odnosa snaga.

Treći scenarij

Pretpostavimo da su zajednički na izbore izašli HDS, HSS, HSLS i HSP.

lista	broj osvojenih mandata (promjena)	% glasova
HDZ - HSS - HSLS - HSP	76 (+6)	44.42
SDP	53 (-3)	31.97
HNS	5 (-2)	6.93
HSU	1 (0)	4.16
IDS	2 (-1)	1.57
HDSSB	3 (0)	1.83

U ovom scenariju ponovo je došlo do značajne promjene odnosa snaga.

8. Zaključak

D'Hondtova metoda teži proporcionalnoj raspodjeli mjesta u predstavničkom tijelu tako da prednost daje listama koje imaju više glasova i jamči da dobitnik natpolovične većine glasova stekne i natpolovičnu većinu mjesta u predstavničkom tijelu.

Kako D'Hondtova metoda teži proporcionalnosti, koalicije ne mogu izazvati velike promjene u rezultatima izbora u jednoj izbornoj jedinici. No, kao što smo vidjeli u §5., kod izbora u kojima dva bloka imaju približno isti broj glasova, postoji nezanemariva vjerojatnost da koaliranje promijeni ishod.

Također, u §7 vidjeli smo da koalicije u sustavima s više izbornih jedinica i izbornim pragom, mogu promijeniti puno više zbog akumuliranog efekta promjena u svakoj pojedinoj izbornoj jedinici. Promjena ishoda u tom će slučaju biti kombinacija aktiviranja glasova lista koje su bile ispod izbornog praga i činjenice da je došlo do promjene u poretku lista po broju glasova.

Poznati su mnogi paradoksi kod izbora pojedinca za neku dužnost i o tome su napisane mnoge knjige (npr. [3]), tako da nas ne treba čuditi da su paradoksi mogući i kod proporcionalnih sustava.

Literatura

1. Hatzivelkos A., *Parametri optimalne reprezentabilnosti D'Hondtove metode*, Poučak 48, HMD i Profil d.o.o., 2011.
2. Manger R., *Strukture podataka i algoritmi*, Element, Zagreb, 2014.
3. Saari D.G., *A Mathematician Looks at Voting*, AMS, 2001.
4. Schuster K., Pukelsheim F., Drton M., Draper N.R., *Seat biases of apportionment methods for proportional representation*, Electoral Studies 22 (2003.), 651–676.
5. Tadić T., *Najveće cijelo* $\lfloor x \rfloor$ *i njegovi prijatelji*, PlayMath 4 (2004.), V. gimnazija
6. *Apportionment paradox*, *Wikipedia : The Free Encyclopedia*, (6. 9. 2015.)
7. *Državno izborno povjerenstvo RH*, http://www.izbori.hr