

Projektni zadatci – suradničko učenje*

ŽELJKA VRCELJ¹

Glasserova kvalitetna škola



William Glasser (1925. – 2013.), američki psiholog i liječnik – psihijatar, autor je realitetne terapije i utemeljitelj pedagoškog pokreta „Kvalitetna škola”.

Realitetna terapija moderna je metoda savjetovanja kojom pomažemo ljudima ostvariti bolje odnose, otkriti učinkovitije načine rješavanja problema, te poboljšati kvalitetu života.

Temelj realitetne terapije je teorija izbora. Svako naše ponašanje motivirano je iznutra, za razliku od prihvaćenog uvjerenja koje ponašanje objašnjava reakcijom na vanjske podražaje. Naše ponašanje naš je izbor – u određenom trenutku za nas najbolji koji smo pronašli da bismo zadovoljili jednu ili više osnovnih ljudskih potreba (pripadanje, moć, sloboda, zabava).

Odnosi između nastavnika i učenika nerijetko su loši zbog sedam pogubnih navika (kritiziranje, okrivljavanje, prigovaranje, žaljenje, prijetnje, kažnjavanje, potkupljivanje) koje uništavaju svaki odnos i kojima se želi kontrolirati druge. Nužna je eliminacija straha i prisile.

Kvalitetna škola prožeta je poticajnim ozračjem i odnosima utemeljenima na uzajamnom povjerenju, uvažavanju i suradnji. Temelji se na rukovođenju vođenjem, uzimajući u obzir potrebe učenika.

Učenici su u središtu nastave i aktivno uče kroz osobnu interpretaciju i obradu informacija, na temelju vlastitih iskustava i iskustava drugih. Stvarne, životne situacije potiču na razmišljanje i učenje na višoj razini. Naglasak je na primjeni znanja. Timsko istraživačko učenje je interaktivno, a nastavnici potiču i usmjeravaju učenike. Nastoje ih uključiti u konstruktivan rad, samovrednovanje, te razmjenu argumenata i protuargumenata. Uspješna komunikacija postiže se aktivnim slušanjem i suzdržavanjem od kritiziranja. Uz dovoljno napora i vremena, svaki učenik može uspjeti. Vizija

*Predavanje održano na 6. kongresu nastavnika matematike RH 2014. u Zagrebu

¹Željka Vrcelj, Željeznička tehnička škola Moravice, Moravice

kvalitetnih škola je formiranje razreda u kojima su znatiželja i radost stanje duha, a temeljni cilj obrazovni uspjeh za sve učenike.

Suradničko učenje

Suradničko učenje podrazumijeva zajednički (timski) rad učenika na određenom problemskom zadatku i nastava je strategija povezana s konstruktivističkim pristupom učenju.

Razmjena ideja unutar tima povećava interes učenika za nastavne sadržaje, ali i potiče kritičko i analitičko razmišljanje, te razvija kreativne potencijale učenika. Razmišljanje na višoj razini predstavlja temelj razvojne perspektive poučavanja.

Učenici aktivno uče jedni od drugih, što proširuje njihovo obrazovno iskustvo. Međusobno se potiču na rad i podržavaju kroz svoje grupne uloge. Na taj način razvijaju odgovornost za vlastiti uspjeh, ali i za postignuća ostalih učenika. Uspjeh grupe pridonosi jačanju samopouzdanja.

Nastavnici – voditelji usmjeravaju rad učenika. Pri dizajniranju obrazovnih materijala uzimaju u obzir njihove potrebe i sposobnosti.

Navedenim učenjem razvijaju se vještine održavanja dobrih međuljudskih odnosa, te odnosa pozitivne ovisnosti. Kroz interakciju i komunikaciju ogleda se važnost individualnog i društvenog iskustva u procesu učenja.

Učenike raspoređujem u grupe, po četvero. U svakoj grupi nalaze se vrlo uspješni, srednje i manje uspješni učenici. Samostalnim i suradničkim pristupom pronalaze načine za rješavanje postavljenih problema. Vrijeme izrade pojedinih zadataka je ograničeno.

Proučavanje obvezne i izborne literature, uz pretraživanje interneta i promišljanje, nužno je za razumijevanje, produblivanje i primjenu gradiva. Učenici analiziraju i komentiraju odgovarajuće programske sadržaje, problemske situacije i računске zadatke. Razvijanje umijeća rješavanja problema izazov je i poticaj za osobnu kreativnost i istraživanje.

Praćenje rada timova povećava pojedinačnu odgovornost učenika. Kako rad tima ovisi o uspjehu pojedinih članova, učenici vode računa o izvršavanju svojih zadataka i podržavaju ostale učenike kroz svoje uloge. Time se razvijaju i vještine surađivanja – pomaganje, provjeravanje izvršavanja zadatka, sažimanje rezultata rada, pohvala. Učenici se poučavaju kako kvalitetno pisati, efektivno slušati, te ohrabriti govorno sudjelovanje članova timova. Timovi pomažu jedni drugima u svladavanju gradiva naizmjeničnom prezentacijom rezultata pojedinih zadataka.

Iskustveno suradničko učenje podrazumijeva integraciju kvalitetne komunikacije, visoke razine interaktivnosti, te razvijanje vještina nužnih za uspješno cjeloživotno učenje.

Domaće zadaće

Jedan od razloga „izbacivanja” škole iz svijeta kvalitete učenika su i obavezne domaće zadaće. Stoga je nužno isticati važnost rada na nastavi. Učenici mogu kod kuće (žele li poboljšati ocjenu) dovršiti svoje dnevne radne listove, te na jednome od sljedećih satova objasniti kako su riješili zadatke.

Neobaveznim domaćim zadaćama, tj. seminarskim radovima, potičemo inicijativu, odlučivanje i kreativnost učenika. I prije obrade pojedinih tema učenici mogu odgovoriti na postavljena pitanja za usmjeravanje njihova kritičkog razmišljanja. Za izradu zadaća, uz udžbenik sa zbirkom zadataka, učenici koriste dodatnu literaturu i internet. Odabrani zadatci mogu se riješiti i online. Ovakvim zadaćama razvija se sposobnost zaključivanja, te logičke i geometrijske procjene. Matematički zadatci uvježbavaju se na primjerima iz stvarnog života. Određeni problemski zadatci pružaju učenicima mogućnost biranja načina učenja, ali i prihvaćanja posljedica vlastitog izbora. Samousmjerenom učenju razvija intelektualnu radoznalost i istraživački duh, te jača samopouzdanje.

Osim pisanog obrazloženja rezultata zadataka, učenici iznose zaključke na nastavi, koristeći grafofolije, postere ili *PowerPoint* prezentacije. Zadaće mogu izrađivati i timovi učenika, uz kooperativnu prezentaciju.

Vrednovanje / ocjenjivanje

Svrha formativne procjene znanja je pružanje pravovremenih i poticajnih povratnih informacija učenicima tijekom učenja, koje će ih usmjeriti u daljnjem radu. Učenici uočavaju nedostatke u trenutačnom znanju i mogu se usredotočiti na njih. Nastavnik prati napredovanje učenika. Komentira njihove aktivnosti i radove, uz sugestije za daljnja promišljanja.

Sumativnom procjenom znanja utvrđuje se razina postignuća učenika, na temelju definiranih ciljeva učenja. Koristi se za ocjenjivanje.

Detaljno razrađene kriterije vrednovanja učenici dobivaju uz upute za pojedine aktivnosti. Vrednuje se, na primjer, razumijevanje nastavnih sadržaja, kvaliteta opisa problema i analize podataka (kao i stil i format), originalnost ideja, pristup radu, te prezentacije rezultata.

Koristeći predložene kriterije samovrednovanja, i učenici ocjenjuju svoje rezultate, kao i rad, tj. suradnju, u timu.

Primjer:

Kriteriji samovrednovanja timskog rada
(ocjena je rezultat suradnje učenika u timu):

Ocjena:

- 5 – visoka razina interaktivnosti, kvalitetna komunikacija, učenici aktivno uče jedni od drugih (međusobno se potiču na rad i podržavaju kroz svoje grupne uloge)
- 4 – uspješna suradnja članova grupe u procesu učenja
- 3 – pojedini učenici surađuju s ostalima u grupi tek nakon razgovora i poticaja nastavnika
- 2 – pojedini članovi grupe ne surađuju ili ometaju grupni rad
- 1 – nema pozitivne ovisnosti učenika u grupi, niti suradnje

Prirodni brojevi i njihova primjena

Gdje je broj, tamo je ljepota.

(Proclus, grčki neoplatonist)

Programski sadržaji nastavne cjeline *Prirodni i cijeli brojevi* obrađuju se u 1. razredu programa za zanimanje *ekonomist* 12 školskih sati.

Osvrnut ću se na suradničko učenje novog gradiva (pojedine nastavne jedinice), uz uvježbavanje i domaće zadaće.



*Romain de Tirtoff, 20. st.;
preuzeto iz časopisa
Matematika i škola,
Zagreb, br. 24, 2004.*

Skup prirodnih brojeva i operacije u njemu – 1 sat

Zadatak:

Proradite (svaki član tima zasebno) tekst na 7. str. iz knjige B. Janković i I. Mrkonjić, *Matematika za 1. razred ekonomskih škola* (udžbenik sa zbirkom zadataka), Neodidacta, Zagreb, 2007., te odgovarajući priloženi tekst i pismeno odgovorite na postavljena pitanja. Na raspolaganju imate 15 minuta. S kolegicom (kolegom) koja sjedi uz vas u 5 minuta raspravite odgovore na pojedina pitanja.

Zatim zajednički pripremite izlaganje predstavnika vašeg tima koji će usmeno, koristeći grafofolije, iznijeti vaše zaključke pred ostalim timovima. Za pripremu izlaganja te izradu grafofolija imate 15 minuta.

Sretno!

Pri izradi odgovarajućeg teksta koristila sam udžbenike matematike za 1. razred različitih programa.

Postavljena pitanja odnosila su se na oznaku, način zadavanja i grafički prikaz skupa prirodnih brojeva, zatim na elemente skupa i njihova svojstva, na osnovne računске operacije i odgovarajuće zakone, te na stupanj i redoslijed izvođenja operacija.

Na primjer: Objasni distributivnost množenja prema zbrajanju. Navedi primjer.

Djeljivost prirodnih brojeva – 1 sat

Učenici trebaju, zasebno, pročitati odgovarajući tekst iz udžbenika za 1. razred ekonomskih škola i priloženi tekst, označiti važna mjesta (pojam višekratnika i djeljivosti, kriteriji djeljivosti brojem 2, 3 (9), 6, 10, 5, 4, 25 i 8, djeljivost zbroja i produkta), zapisati zapažanja, te riješiti zadatke za vježbu. S ostalim članovima tima raspraviti će tekst i rješenja zadataka. Za pripremu imaju 15 minuta, te još 5 minuta za raspravu.

Zatim 15 minuta izrađuju poster A3 formata i pripremaju izlaganje predstavnika koji će iznijeti zaključke njihova rada. Predstavnici timova naizmjenično će opisati određene pojmove, kriterije djeljivosti i komentirati zadatke i rješenja.

Primjeri zadataka:

1. Navedi višekratnike broja 3 veće od 400 i manje od 420, koji su parni.
(rješenje: 402, 408, 414)
2. Koju znamenku treba napisati umjesto * tako da broj $4 \cdot 7$ bude djeljiv brojem 9?
(rješenje: 7)
3. Obrazloži tvrdnju:
Izraz $54 + 348 - 135$ nije djeljiv brojem 6.

Najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik (vježba) – 1 sat

Učenici tima skupno izrađuju 10 zadataka za vježbu iz zbirke zadataka za 1. razred i komentiraju rješenja. Na raspolaganju imaju 20 minuta.

Zaključke rada timova iznosi učenik kojeg izabere nastavnik (ili pomagatelj u timu, ili provjeravatelj, ili sažimatelj, ili hvalitelj tima). Svaki tim predaje i pisano obrazloženje rezultata. Za pripremu prezentacije rezultata učenici imaju 15 minuta.

Primjeri zadataka baziranih na stvarnim situacijama:

1. Vrpce duljina 280 cm, 168 cm i 448 cm treba razrezati na jednake dijelove. Koja je najveća duljina tih dijelova?
(rješenje: $M(280, 168, 448) = 56$)
2. Na proslavu Ivinog rođendana doći će 3, 4 ili 6 prijatelja. Koliko komada kolača treba najmanje napraviti da svakom uzvaniku pripadne isti broj?
(rješenje: $V(3, 4, 6) = 12$)

Domaće zadaće

Primjeri:

1. Povijesni razvoj arapskih brojki, te uloga i značenje brojeva u kulturi pojedinih civilizacija (*matematički tekstovi drevnih civilizacija, starogrčkih i srednjovjekovnih filozofa, učenjaka renesanse i znanstvenika 19. i 20. stoljeća*)
2. Životopis matematičara Gausa (uz Gaussovo zbrajanje)
3. Gaussova formula za računanje datuma Uskrsa, tj. djeljivost prirodnih brojeva
4. Prosti brojevi – povijesni pregled (Euklid, Eratostenovo sito, Goldbachova slutnja) i primjena
5. Euklidov algoritam (najveći zajednički djelitelj)
6. Savršeni i prijateljski brojevi – zanimljiva svojstva
7. Magični kvadrati (povijesni pregled, operacije s magičnim kvadratima, svojstva kvadrata, tehnike izrade)
8. Sudoku i kakuro
9. Matematički rebusi
10. Zanimljivosti odnosa među brojevima (čudesno svojstvo broja 481, neobične tablice)
11. Simbolika zanimljivih i neobičnih brojeva (npr. 1, 3, 7, 10, 13), uz primjenu u arhitekturi, umjetnosti, religiji i svakodnevnom životu

Učenički radovi:



Simbolika brojeva u 20. stoljeću → POSTER



Povijesni razvoj arapskih brojki (Simbolika brojeva) → POSTER

Koordinatni sustav u ravnini

Model učeničkog tima koristim i u nastavnoj cjelini *Koordinatni sustav u ravnini*. U 1. razredu programa – zanimanja *ekonomist* – cjelina se obrađuje 9 sati. Povijesni razvoj spoznaja i problemski zadatci pridonose razvijanju novih ideja i vještina, ali i razumijevanju određenih zakonitosti. Zanimljive primjere zadataka pronalazim u svakodnevnom životu, prirodi i gospodarstvu. Stečena znanja učenici će moći primijeniti na nove situacije. Osvrnut ću se i na provjere znanja.

Primjeri suradničkog učenja na pojedinim nastavnim satovima:

Povijesni pregled – 1 sat

Zadatak:

Svaki član tima izvlači jedan od četiri listića s imenima matematičara koji su imali ideje o koordinatnom sustavu. Pročitajte odgovarajuće priložene tekstove, napravite zabilješke i poučite ostale članove tima onome što piše u vašem materijalu.

Pripremite poster A3 formata za usmeno izlaganje predstavnika tima koji će iznijeti zaključke zajedničkog rada.

Za pripremu imate 10 minuta. Nakon toga imate 10 minuta za međusobno prezentiranje informacija. Za izradu postera i pripremu izlaganja predstavnika vašeg tima imate 15 minuta. Zatim ćete usmeno obrazložiti zaključke rada pred ostalim timovima.

Sretno!

Primjer listića (koordinatni sustav – matematičari):

- Descartes (francuski matematičar, fizičar i filozof 17. st.) – otkriće koordinatnog sustava,
- Fermat (francuski matematičar 17. st.)

Biografije matematičara Apolonija, Ptolemeja, Hiparha, Oresmea, Descartesa, Fermata, Getaldića, Leibniza, Wallisa i La Hirea ne nalaze se u udžbenicima matematike za 1. razred, pa je potrebno koristiti dodatnu literaturu i internet.

Linearna funkcija i njen graf (vježba) – 2 sata

Timovi izvlače jedan od listića s odgovarajućim zadacima.

Na primjer:

- Riješite navedene problemske zadatke: otpisivanje vrijednosti stroja, izdavanje i prodaja časopisa, telefonska pretplata, spavanje djece, gibanja po pravcu, punjenje bazena, temperatura vode.

- U gospodarskim se problemima susrećemo s funkcijama potražnje i ponude. Riješite odgovarajuće zadatke.
- Riješite problemske zadatke vezane uz planinarski uspon na Risnjak s istočne i zapadne strane, koristeći planinarsku kartu Nacionalnog parka „Risnjak” (koordinate karakterističnih točaka na stazi prema vrhu, odgovarajući pravci i njihove jednadžbe – koeficijent smjera, nultočke funkcija i njihov tok; prijedeni put, vrijeme pješaćenja).
- Koristeći tlocrt prvog kata seoske kuće u dolini Leska u Nacionalnom parku „Risnjak”, kao i poprečni presjek kuće, riješite odgovarajuće zadatke – graf linearne funkcije (sjecišta pravaca s koordinatnim osima; prikloni kut, paralelni pravci).

Manje uspješni učenici pojedinačno rješavaju lakše zadatke, srednje uspješni (u paru) zadatke srednje težine, a vrlo uspješni učenici, također pojedinačno, teže zadatke. Na raspolaganju imaju 35 minuta. Zatim 10 minuta komentiraju rezultate rada.

Učenici tima pripremaju kooperativnu prezentaciju (za pripremu imaju pola sata) i predaju zajedničko pisano obrazloženje rezultata.

Nastavnik može komentarima nadopuniti izlaganja učenika.

Koordinatni sustav u ravnini (vježba i testiranje) – 2 sata

Timovi izrađuju 8 kartica s ključnim pojmovima nastave cjeline *Koordinatni sustav u ravnini*. Učenici ih trebaju objasniti. Za pripremu imaju 15 minuta.

Slijedi provjera znanja. Svaki učenik izvlači dvije kartice i objašnjava pojmove na njima. Ne ocjenjuju se pojedinačni odgovori, nego rad tima koji ovisi o uspjehu pojedinih članova.

Zatim učenici timova 15 minuta izrađuju 5 problemskih zadataka za testiranje linearne funkcije. Test određenog tima rješavaju učenici drugih timova. Svaki učenik zasebno rješava test 30 minuta. U narednih 15 minuta testovi se analiziraju, a učenici ocjenjuju vlastiti rad koristeći kriterije samovrednovanja.

Primjeri kartica (ključni pojmovi):

- Domena i kodomena funkcije
- Koeficijent smjera pravca

Testiranje linearne funkcije – zadatak tima „Peti element”:

- Voda se ledi na $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, odnosno $32\text{ }^{\circ}\text{F}$, a vrelište joj je na $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, tj. $212\text{ }^{\circ}\text{F}$.
 - a) Napiši jednadžbu koja izražava odnos temperature $C / ^{\circ}\text{C}$ i temperature $F / ^{\circ}\text{F}$.
Nacrtaj graf dane funkcije.

(rješenje: $C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$)

- b) Koliko °C odgovara temperaturi od 100 °F?
- c) Koliko °F iznosi temperatura od 20 °C?
- d) Što predstavljaju sjecišta pravca s koordinatnim osima?

Koordinatni sustav u ravnini (pisani ispit) – 1 sat

Pisani ispit proveden je s problemskim zadacima iz stvarnog života (na primjer: zemljovid – Gorski kotar, gospodarstvo, statistika, katastar zemljišta; *Excel* – tablice i grafikoni, križaljka, šahovska ploča; rad srca ili mozga, ljudske kosti).

Pri testiranju učenici mogu koristiti svoje bilješke, udžbenik, zbirku zadataka i dodatnu literaturu. Pomoć mogu zatražiti od vrlo uspješnih učenika iz razreda ili nastavnika. Ukoliko rad učenika nije zadovoljavajući, učenik kod kuće dodatno radi na testu dok ne postigne potrebnu razinu kvalitete, tj. dok ne rastumači nastavniku kako je riješio zadatak (svaki učenik napreduje vlastitom brzinom).

Pisani ispit – *primjer zadatka* (šahovska ploča):

- a) Skiciraj šahovsku ploču.
- b) Što znači da je neka šahovska figura na polju f3?
(*x os* → oznake *a, b, c, d, e, f, g, h*;
y os → brojevi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)
- c) Zapiši položaj figura bijelog i crnog prije početka partije.

Domaće zadaće

Primjeri:

- 1) primjeri koordinatnih sustava – kartografske projekcije, zemljovidi (i stare karte), katastar zemljišta; nebeski koordinatni sustavi, zvjezdane karte; seizmogram; EKG, EEG; šahovska ploča, križaljka, *Excel* – radni list; transformacije koordinatnih sustava

Učenici izrađuju poster B1 formata.

- 2) kreiranje likova u pravokutnoj koordinatnoj ravnini
- 3) zadavanje funkcija:
 - a) formulom – primjeri iz matematike, fizike i kemije
 - b) tablicom – temperatura, količina oborina, školstvo, prometnice, elektrifikacija, stanovništvo, šumarstvo, drvna industrija i turizam Gorskog kotara
 - c) grafom – primjeri iz matematike, fizike i statistike, te klima i stanovništvo Gorskog kotara

Matematička harmonija

Pitagorina ideja harmonije svijeta (6. st. pr. Kr.) izvire iz povezanosti matematike i glazbe.

Na satovima dodatne nastave matematike (pet školskih sati) učenici 2. razreda istraživali su starogrčku matematičku filozofiju, te primjenu harmonije u svemiru (Keplerova harmonijska teorija o planetima) i u čovjeku. Korišten je model suradničkog učenja.

Za Pitagoru je načelo svemira – broj. Proučavajući matematički odnos između tonova dobivenih trzanjem žica različitih duljina, Pitagora je otkrio da glazbeni sklad ovisi o omjeru duljina žica, tj. omjeru cijelih brojeva (2 : 1 – oktava, 3 : 2 – kvinta i 4 : 3 – kvarta). Otkriće glazbene ljestvice, odnosno pravila glazbene harmonije, imalo je mnogo veći utjecaj na povijest svijeta od matematičkog dokaza poučka o pravokutnim trokutima (koji je bio poznat još Babiloncima).

Pitagora je razlikovao tri vrste glazbe: musica instrumentalis (glazba glasovira, trube, lire...), musica humana (stalna, iako nečujna, glazba svakog pojedinca), te musica mundana (svemirska glazba koja nastaje okretanjem nebeskih sfera). Za njega su sve tri vrste glazbe jedna te ista glazba, jer je to stvar čiste matematike.

Pojam harmonije *Pitagorejci* su identificirali s harmonijskim razmjerom i *zlatnim rezom*. Zanimljive primjere učenici su potražili u svakodnevnom životu (papir A4 formata, snaga šahovskih figura), prirodi (Nautilus, ljudski embrij, morski valovi, suncokretov cvat, cvijet jabuke), umjetnosti (kompozicija slika Leonarda da Vinci) i arhitekturi (Bašćanska ploča, pročelje Partenona na Akropoli – Atena).



Kepler (16. / 17. st.),
njemački matematičar i
astronom → harmonijska
teorija o planetima

Pitagorinu ostavštinu naslijedili su Kepler, Galilei, Newton i Einstein. Kepleru je, na primjer, riječ „harmonija” značila sklad i ljepotu gibanja planeta, te postojanje matematičkih zakona koji objašnjavaju to gibanje. Tonovi planeta ovisi o njihovoj brzini i izduženosti putanja.

Koristeći odgovarajuću literaturu i internet učenici su izradili atraktivne *PowerPoint* prezentacije i postere, uz kooperativna izlaganja svih članova tima.

Djelić učeničkog rada:



Nove ideje pridonose razmjeni znanja, pomažu razumijevanju nastavnih sadržaja, pridonose kritičkom promišljanju, te razvijaju vještine surađivanja. Mogućnost suradnje proširuje obrazovna iskustva učenika, a poticanje interakcije pridonosi produblivanju gradiva i kreativnosti.

Krivulje drugog reda

Projektни zadatak *Elementi putanje Venere* odrađujem s učenicima 4. razreda programa za zanimanje *ekonomist* u nastavnoj cjelini *Elipsa*. Za cjelinu je predviđeno 11 sati, a za izradu zadatka 4 sata. Cilj je proučavanje geometrijskih svojstava gibanja najsjajnijeg i Zemlji najbližeg planeta Venere.

Učenički rad:

Gibanja Venere → POSTER



Elementi putanje Venere – 4 sata

Svaki član tima treba zasebno u 25 minuta proraditi priloženi tekst, napraviti bilješke (položaj elipse – duljina uzlaznog čvora; oblik i dimenzije elipse – velika poluos, numerički ekscentricitet; ophodno vrijeme) i s ostalim članovima raspraviti tekst.

Koristeći pribor za crtanje, tablicu elemenata putanja Venere i Zemlje, te Astro-nomski godišnjak za dotičnu godinu, učenici u umanjenom mjerilu (1 cm \equiv 0.09 a. j.) crtaju putanje Venere i Zemlje. Pretpostavi se da su putanje kružnice iste ravnine. Kružnice nisu koncentrične, nego su pomaknute za iznos linearnog ekscentriciteta. Poznavajući heliocentrične longitude planeta za 1. siječnja određene godine, ucrtaju se početni položaji Venere i Zemlje. Jednostavnim postupkom proračunaju se i ucrtaju položaji navedenih planeta za svakih deset dana dotične godine. Učenici na raspolaganju imaju 110 minuta.

Timovi 30 minuta pripremaju kooperativnu *PowerPoint* prezentaciju u kojoj će sudjelovati svi članovi. Iznijet će zaključke rada. Predat će i zajedničko pisano obrazloženje rezultata (u obliku *Word* dokumenta) dobivenih računskim putem, te odgovarajuće tablice i crtež. Nastavnik može komentarima nadopuniti izlaganja učenika. Uzimajući u obzir potrebe učenika, njihovo predznanje, vrste pamćenja, te individualne razlike u opažanju i obradi informacija, zadatak pridonosi kvalitetnom poučavanju, uz fokusiranje na povezanost sadržaja, aktivnosti učenika, ali i na poticanje intelektualne radoznalosti.

Skupovi

Suradničko učenje primjenjujem i u nastavnoj cjelini Skupovi (obrađuje se 13 sati) u 4. razredu programa – zanimanja ekonomist. Osvrnut ću se na zadatke za vježbu skupova i njihovih svojstava, te domaće zadaće.

Skupovi i njihova svojstva (vježba) – 2 sata

Zadatak:

Na svakom od četiri listića nalazi se po 15 zadataka za vježbu iz knjige J. Đurović, I. Đurović, S. Rukavina i B. Pasanović, Matematika za 4. razred ekonomskih škola (udžbenik sa zbirkom zadataka), Neodidacta, Zagreb, 2005., str. 128. i 129.

Svaki član tima izvlači jedan od listića. Izradite zadatke (imate 35 minuta) i 10 minuta komentirajte rješenja s kolegom/kolegicom do vas.

Pripremite kooperativnu prezentaciju u kojoj će sudjelovati svi članovi tima. Osim usmenog izlaganja, predat ćete jedno zajedničko pisano obrazloženje rezultata. Imate pola sata da napišete pisano obrazloženje i pripremite prezentaciju rezultata.

Sretno!

Primjeri zadataka za vježbu: načini zadavanja skupova; kardinalni broj skupa – beskonačni skupovi, konačan skup i prazan skup; podskup, jednaki skupovi, partitivni skup, univerzalni skup; prikazivanje skupova Venn-Eulerovim dijagramima

Domaće zadaće

Zadatke za domaću zadaću povezala sam sa zavičajem učenika, te s naturalnim putovanjem.

Primjer:

Univerzalni skup mjesto je u kojemu učenik živi ili glavni grad Češke, na primjer. Navedeni su neki podskupovi univerzalnog skupa. Učenici određuju njihove elemente, kardinalni broj i partitivne skupove. Određene skupove prikazuju Venn-Eulerovim dijagramima. Zatim određuju uniju, presjek, razliku i komplement skupova, te Kartezijev produkt.

Kombinatorika

U 4. razredu programa za zanimanje *ekonomist* obrađuje se nastavna cjelina *Kombinatorika* (16 sati). Istaknut ću zadatke vezane uz permutacije s ponavljanjem, te način uvježbavanja zadataka.

Permutacije s ponavljanjem (vježba) – 2 sata

Zadatak:

Riješite križaljku, tj. vodoravno i okomito unesite rješenja navedenih zadataka. Manje uspješni učenici pojedinačno će rješavati lakše zadatke, srednje uspješni (u paru) zadatke srednje težine, a vrlo uspješni učenici, također pojedinačno, teže za-

datke. Na raspolaganju imate 35 minuta. S ostalim članovima tima 10 minuta komentirajte rješenja.

Pripremite kooperativnu prezentaciju u kojoj će sudjelovati svi članovi tima. Predat ćete i zajedničko pisano obrazloženje rezultata, uz riješenu križaljku. Imate pola sata da napišete pisano obrazloženje i pripremite prezentaciju rezultata. Timovi će naizmjenično obrazložiti rezultate pojedinih zadataka, upisujući ih u križaljku nacrtanu na grafofoliji.

Sretno!

Primjeri zadataka (križaljka):

Vodoravno:

1. Odredi prirodni broj n ako je $\binom{7}{6} \cdot \binom{n}{4} - \binom{n+2}{4} = 0$.

11. Koliko se različitih riječi (smislenih i besmislenih) može napisati od svih slova riječi MATEMATIKA?

14. Koliko se četveroznamenkastih brojeva može napisati od znamenaka broja 245 325?

Okomito:

6. Na koliko se načina 10 predmeta može razdijeliti u tri skupine tako da u prvoj budu 3 predmeta, u drugoj 2, a u trećoj 5 predmeta?

16. Povodom Dana škole organizirana je priredba. Prijavljene su 4 recitacije, 3 plesne točke, 4 instrumentalne izvedbe i 2 recitala. Odlučeno je da se priredba podijeli u dva dijela tako da se u prvom izvedu recitacije i recitali, a u drugom dijelu plesne točke i instrumentalne izvedbe. Na koliko je načina moguće organizirati ovu priredbu?

Umjesto zaključka

*Najvažnije sposobnosti,
presudne za uspjeh u 21. stoljeću,
sposobnosti su pojedinca
da sudjeluje u timskom radu,
da nauči druge novim vještinama,
da pregovara i da uspješno surađuje.*
(Brad Greene)