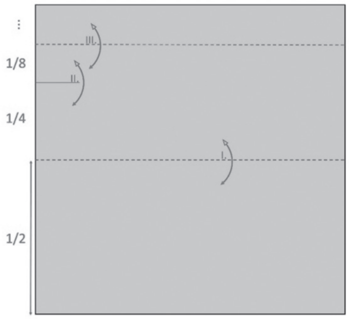
Matka 24 (2015./2016.) br. 93

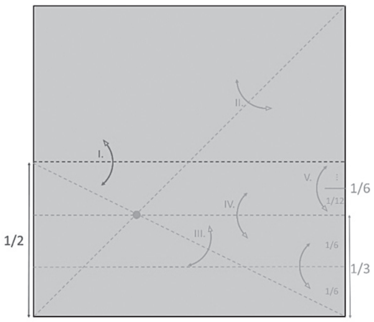
Franka Miriam Brückler, Zagreb

MATEMATIČKI ORIGAMI – RAZLOMCI

Matematički origami ne ograničava se samo na izradu poliedara. Tako ćemo se ovaj put pozabaviti pitanjem kako origamijem podijeliti neki brid na polovine, trećine, četvrtine itd. Pretpostavit ćemo da koristite kvadratni list papira. Ako uzmemo da je brid duljine 1, konstruirat ćemo razlomke oblika $\frac{1}{n}$; ne baš sve, ali mnoge korisne.

Prvo krenimo na najlakše, što već sigurno znate i sami: ako samo presavijete vrh papira na susjedni, dobit ćete polovinu. Nju istim postupkom – presavijanjem jednog kraja na drugi – prepolovite i dobijete četvrtinu. Tako možete dalje nastaviti i dobiti razlomke $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$, itd.

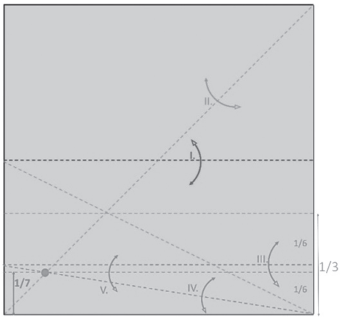




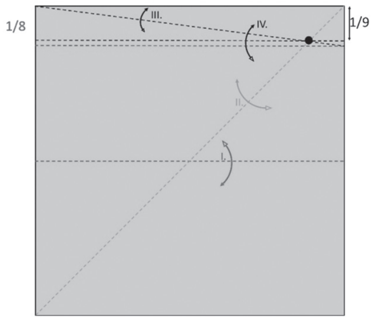
Za trećine je nešto teže. Prvo napravite polovinu kao gore pa presavijete još i jednu dijagonalu (I. i II. na sljedećoj slici). Zatim savijete liniju III. – dijagonalu donje polovine. Time će jasno biti određena točka (istaknuta na slici) u kojoj ona siječe dijagonalu II. Sada presavijete donji brid na gore tako da se lijevi odnosno desni rubovi papira poklope (savijanje IV.). Od te linije do donjeg ruba točno je trećina brida papira.

Kako je $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, usput smo dobili i $\frac{1}{6}$ (a možemo je dobiti i prepolavljanjem $\frac{1}{3}$). Budući da znamo prepoloviti svaku dužinu, prepolavljanjem $\frac{1}{6}$ možemo dobiti $\frac{1}{12}$ (V.), pa dalje $\frac{1}{24}, \frac{1}{48}$...

Iz $\frac{1}{6}$ možemo doći do $\frac{1}{7}$. Nakon koraka I. i II. kao za $\frac{1}{3}$, u III. koraku prepolovimo $\frac{1}{3}$ da bismo dobili $\frac{1}{6}$. Sada savijemo dijagonalu donjeg pravokutnika (korak IV.), čime dolazimo do istaknute točke na njenom presjeku s dijagonalom II. Kao i za $\frac{1}{3}$, sad savijemo (V.) paralelu s donjim rubom i dobili smo $\frac{1}{7}$. Naravno, nju je sada lako raspolavljati na $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{28}$, itd.



Devetinu bismo mogli konstruirati kao trećinu trećine, ali to bi ružno izgledalo. Lakše je na drugi način. Prvo iza koraka I. ponovimo (sad neucrtane) korake II. i III. iz konstrukcije $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{8}$, tako da imamo uz neki vrh označenu $\frac{1}{8}$. Recimo da je to gore, kao u prvoj konstrukciji. Sad opet savijemo dijagonalu pravokutnika, ovaj put onog stranica 1 i $\frac{1}{8}$ (korak III. na sljedećoj slici). Sjecište te dijagonale i dijagonale čitavog kvadrata istaknuta je točka kroz koju (IV.) savijemo paralelu s bridom duljine 1 i – dobili smo $\frac{1}{9}$. Njenim prepolavljanjem dobili bismo i $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{36}$...



Ako već znate ponešto o sličnosti trokuta, pokušajte dokazati da smo gornjim postupcima stvarno dobili $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$ i $\frac{1}{9}$.

Mislite da sam zaboravila na $\frac{1}{5}$? Nisam! Ako malo bolje pogledate, vidjet ćete da smo $\frac{1}{3}$ dobili iz $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{7}$ iz $\frac{1}{6}$ i $\frac{1}{9}$ iz $\frac{1}{8}$ na vrlo slične načine. Dakle, sami zaključite kako dobiti $\frac{1}{5}$.

Tako ćete znati konstruirati sve razlomke tipa $\frac{1}{n}$ čiji nazivnici nisu prosti brojevi veći od 7 niti njihovi višekratnici :-)