

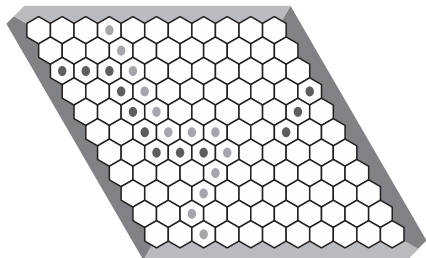
## Nastanak igre

*Hex* je misaona strateška igra za dva igrača. Izmislio ju je danski matematičar Piet Hein 1942. godine. U Danskoj je bila poznata pod nazivom *Polygon*. Neovisno o Heinu, igru je 1947. godine osmislio i matematičar John Nash na sveučilištu Princeton. Naime, Nash nije znao da takva igra već postoji, stoga ih obojicu smatramo otkrivačima ove igre. Naziv *Hex* ustalio se 1952. godine, nakon što je tvornica igračaka *Parker Brothers* počela proizvoditi igraće ploče za tu igru.

## Pravila igre

Za *Hex* mnogi kažu da je igra s vrlo jednostavnim pravilima, ali zahtijeva mnogo logičkog mišljenja i dobru strategiju za pobjedu. Igru igraju dva igrača na mreži sukladnih pravilnih šesterokuta. Standardna veličina ploče je  $11 \times 11$  šesterokuta, iako postoje i drugačije verzije, primjerice  $13 \times 13$  ili  $19 \times 19$  te jednostavnije  $6 \times 6$ . Svaki igrač ima svoju boju, a najčešće kombinacije su crna i bijela ili crvena i plava. Svatko dobiva žetone u toj boji koje stavlja u šesterokute (u svakom šesterokutu može biti najviše jedan žeton). U tim bojama označeni su i rubovi mreže na način da suprotni krajevi imaju istu boju. Igrači igraju naizmjenice: prvi igrač stavlja žeton na bilo koje polje mreže, zatim drugi igrač stavlja svoj žeton na bilo koje slobodno mjesto, nakon njega to čini prvi igrač, i tako redom dok se ne dobije pobjednik ili dok ima slobodnih mjesta. Igrači moraju imati dovoljno žetona, odnosno ne smije se dogoditi da ostane slobodnih mjesta, a igrač nema žetone da završi igru. Pobjednik je onaj igrač koji pomoću svojih žetona u neprekinutoj liniji uspije spojiti krajeve mreže koji su označeni njegovom bojom. Četiri kuta na ploči pripadaju objema bojama. Na Slici 1. pobijedio je igrač koji je spojio gornju i donju stranu ploče. Ploča za igru *Hex* može se kupiti, ali je i sami možete napraviti. Na običnom papiru nacrtate mrežu šesterokuta proizvoljnih dimenzija, a umjesto žetona

mogu se crtati kružići u različitim bojama na papiru ili neki drugi simboli. Studenti sa sveučilišta Princeton *Hex* su igrali na podu kupaonice koristeći pločice koje su bile oblika šesterokuta.



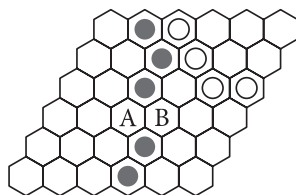
Slika 1. Ploča za *Hex*



**Zadatak 2.** Na ploči za *Hex* dimenzija  $11 \times 11$ , na koliko načina prvi igrač može odabrati na koje će mjesto staviti svoj prvi žeton? Na koliko načina to može učiniti drugi igrač kad stavlja svoj prvi žeton? Objasnite svoje zaključivanja! Na koliko načina to mogu učiniti ako su ploče drugih dimenzija?

**Zadatak 3.** Koliko najmanje žetona treba staviti prvi igrač na ploču dimenzija  $11 \times 11$  kako bi pobijedio? Zašto? Koliko je žetona u tom slučaju na ploču stavio drugi igrač? Koliki je postotak polja na ploči u tom slučaju zauzet žetonima?

Za razliku od različitih kartaških igara u kojima pobjeda često ovisi o „sreći”, pobjeda u ovoj igri ovisi isključivo o igračevoj strategiji. Dobar igrač uvijek mora biti u mogućnosti blokirati protivnikove veze i predvidjeti koje bi trikove protivnik mogao iskoristiti. Isto tako treba raditi na vlastitoj strategiji i unaprijed promišljati kakve će zamke prirediti svome protivniku. Najjednostavniji „trik” prikazan je na Slici 2. U situaciji sa slike na potezu je igrač s bijelim žetonima. Kako bi spriječio igrača s crnim žetonima da pobijedi, mora spriječiti da on spoji svoje grupe žetona. To može učiniti samo ako žeton postavi na polja označena slovima A ili B. Ako izabere polje označeno slovom A, u svome idućem potezu igrač s crnim žetonima svoj žeton može staviti na polje B i pobijedio je. Ako pak igrač s bijelim žetonima izabere polje B, igrač s crnim svojim žeton stavlja na polje A te ponovno pobjeđuje. U ovom slučaju kažemo da su dvije grupe žetona povezane mostom ili sigurno povezane jer protivnički igrač niti jednim potezom ne može spriječiti da se crni žetoni spoje.

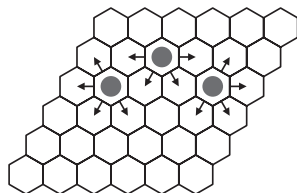


Slika 2. Most

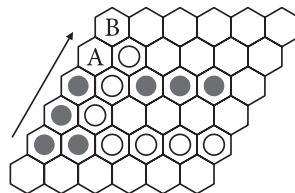
Protivnika može zavarati ako igrač ima više mostova istodobno, kao što je prikazano na Slici 3. Strelicama je prikazano u koliko smjerova igrač s crnim žetonima može spajati svoje žetone. Zamislite kakve bi sve zamke ovaj igrač mogao prirediti protivniku da na ploči ima još pokoji crni žeton! Isto tako bitno je da igrač može prepoznati ukoliko njegov protivnik radi sličnu strategiju pa da se na vrijeme može spasiti od poraza. Još jedna zanimljiva konstrukcija prikazana je na Slici 4. Na potezu je igrač s crnim žetonima. Svoj žeton mora staviti na polje A ukoliko ne želi poraz, ali u tom slučaju igrač s bijelim žetonima stavlja svoj na polje B i pobjeđuje. Primijetite da je igrač s crnim žetonima



svoje žetone morao slagati uz rub u smjeru strelice te je na taj način izbjegavao poraz. Kažemo da su njegovi potezi forsirani jer nije imao drugog izbora.



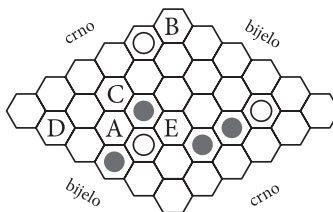
Slika 3. Dva mosta



Slika 4. Forsirani potezi

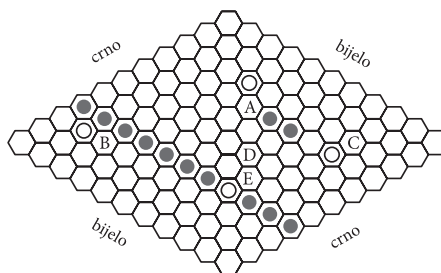
U zadacima koji slijede pokušajte prepoznati i primijeniti neke od spomenutih trikova.

**Zadatak 4.** Na slici je ploča za *Hex* dimenzija  $6 \times 6$ . Na potezu je „bijeli igrač”. Ako stavi žeton na određeno polje, „crni” ga igrač ne može spriječiti da pobijedi. Koje je to polje, A, B, C, D ili E? Dovršite igru!



Slika 5.

**Zadatak 5.** Na slici je ploča za *Hex* dimenzija  $11 \times 11$ . Na potezu je „bijeli igrač”. Ako stavi žeton na određeno polje, „crni” ga igrač ne može spriječiti da pobijedi. Koje je to polje, A, B, C, D ili E? Ovakav problem pojavio se 26. 12. 1942. godine u prvome članku o *Hexu*. Dovršite igru!



Slika 6.

## Prvi igrač pobjeđuje

Za igru *Hex* kažemo da je određena jer ne može završiti neriješeno. Dakle, jedan od igrača mora pobijediti. Dokazat ćemo da prvi igrač ima pobjedničku



strategiju. Drugim riječima, ukoliko partiju *Hexa* igraju dva jednako sposobna igrača, onaj koji igra prvi pobijedit će. Dokazat ćemo ovo pretpostavivši suprotno. Tvrdimo da prvi igrač ima pobjedničku strategiju pa pretpostavimo suprotno, odnosno da drugi igrač ima pobjedničku strategiju (suprotno od početne tvrdnje). U tom slučaju prvi se igrač može poslužiti trikom. Kad je na potezu, svoj žeton može staviti na neko polje koje odabere slučajno, koje mu trenutno nije potrebno. Nakon njega drugi igrač stavlja svoj žeton na neko polje. Na redu je ponovno prvi igrač. Prethodni potez mu nije bio dio strategije za pobjedu, stavio ga je na proizvoljno polje koje mu nije bilo bitno. Možemo reći da je na taj način zapravo postao drugi igrač jer tek sad, u svom drugom potezu, stavlja žeton na određeno polje koje mu je potrebno u strategiji. Sada kada je „drugi igrač“, jednostavno može preuzeti pobjedničku strategiju drugog igrača. Dakle, ponovno je pobijedio prvi igrač. To je u suprotnosti s pretpostavkom da drugi igrač pobjeđuje pa zaključujemo da je pretpostavka pogrešna. Ovime je dokazano da prvi igrač pobjeđuje! Zanimljivo je što ovaj niz tvrdnji dokazuje da prvi igrač pobjeđuje, ali ne postoje točne upute gdje bi igrač morao stavljati svoje žetone da pobijedi.

**Zadatak 6.** Nacrtajte mrežu šesterokuta proizvoljnih dimenzija te na njoj odigrajte partiju *Hexa*!

Igru *Hex* možete pronaći na internetu ukoliko nemate napravljene ploče i žetone. Na adresi <http://www.lutanho.net/play/hex.html> možete igrati vrlo jednostavnu verziju *Hexa* na standardnoj ploči  $11 \times 11$ . Sami odabirete želite li igrati protiv nekoga od vaših prijatelja ili protiv računala. Ukoliko se odlučite igrati protiv računala, možete birati između 4 razine težine. Dobar igrač postaje se iskustvom, stoga krenite igrati *Hex*!

## Literatura

1. <http://maarup.net/thomas/hex/> (4. 9. 2015.)
2. <http://maarup.net/thomas/hex/hex3.pdf> (4. 9. 2015.)
3. [https://en.wikipedia.org/wiki/Hex\\_\(board\\_game\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Hex_(board_game)) (4. 9. 2015.)
4. <http://math.stackexchange.com/questions/856436/john-nashs-hex-proof> (4. 9. 2015.)
5. <http://www.lutanho.net/play/hex.html> (20. 9. 2015.)

Rješenja zadataka provjerite na str. 142.

