

KOVNIČKA PONDOMETRIJA SREDNJEGA VIJEKA

Padom Zapadnog Rimskog Carstva 476. poslije Kr. te ulaskom Gota u Rim, Europa se raspala na mnogo tada neorganiziranih, nepovezanih entiteta koji su započinjali izgradnju vlastitoga kulturnog i političkog identiteta. Kako je vrijeme prolazilo, tako se sve više gubio jedan unificirani mjerni sustav (rekli bismo: antički SI sustav mjera) te sve ono kulturno i tehnološko naslijeđe koje je Rim nakon sebe ostavio. Mjerni sustav uvijek je potreban da bi bilo koji vid društvene aktivnosti uopće opstao. S obzirom da je područje rimskog utjecaja bilo ogromno, a da je na njemu nastalo mnogo novih entiteta, nisu se uspjeli zadržati već uvriježeni mjerni sustavi nego su se počeli stvarati i upotrebljavati lokalni sustavi. Uporaba lokalnih mjernih sustava bila je katkad toliko rascjepkana da su gradovi koji su jedni drugima vidjeli zidine imali potpuno drugačije definirane odnose unutar mjernih sustava. Opisivanje svih mjernih jedinica tijekom srednjeg vijeka zahtijevalo bi puno vremena. Ovdje će biti opisano sve ono što se odnosi na mjerenje mase, što izravno ili neizravno utječe na točnost odnosno bolje rečeno vjerodostojnost izmjera, poglavito pri obavljanju razmjene novca u trgovanju na područjima s različitim mjernim sustavima. Te pojave često su iskorištavali ovlašteni mjenjači novca koji su na „zakonit“ način potkradali drugu stranu.

Srednji vijek

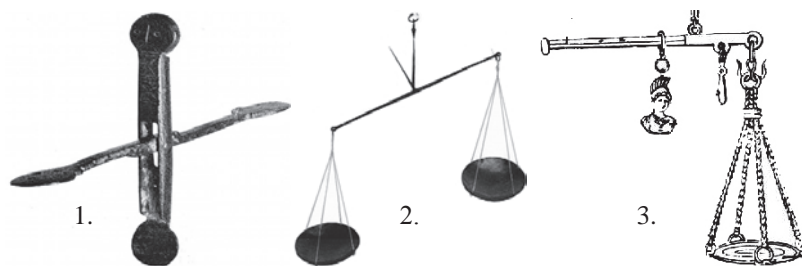
Srednji vijek vrlo je rastezljiv pojam. Naime, kronološki je srednji vijek razdoblje od pada Zapadnoga Rimskoga Carstva 476. pa do Kolumbova otkrića Amerike 1492. Tako srednji vijek obuhvaća tisuću godina. No, trajanje srednjeg vijeka može se malo skratiti ako mu se kao kraj odredi kraj trinaestoga stoljeća, kad u Europu već duboko prodire arapska matematika koja je uvelike pomogla u novim spoznajama prirode, tehnologije i mjeriteljstva. Pojavom matematičara poput Leonarda Fibonaccija u Europi se na novi način primjenjuje matematika te se rezultati već uhodanih mjernih načela počinju točnije prikazivati. To svakako treba pripisati Fibonaccijevu novom načelu u matematici kojemu je temelj broj. Zadani broj on naziva *numerus* ili *denarius* (što je u biti novac), a nepoznanicu naziva *šai* (arapska riječ za stvar). To znači da je Fibonacci prihvatio arapsku konkretnost u promatranju matematike. Nova matematička razmišljanja kasnije su svakako utjecala na smanjivanje općih gubitaka, odnosno ovdje kovničkih gubitaka. Premda ni Rim nije poznavao arapsku matematiku, imao je prosječno puno manje kovničke gubitke (gledajući prosjek razdoblja od cvjetnog Rima pa do dekadencije) najvjerojatnije zbog snage državnog aparata koji je bio u stanju zaposliti veliki broj članova jedne kovnice podijeljene u više officina zajedno s njihovim stručnim osobljem. Ovdje ćemo ipak razmatrati upravo one probleme koji su u nekim trenucima izazivali povelike probleme jer primitivna načela malih kovnica nisu bila dostatna da bi točnost otkova bila zagwarantirana. Ne spominjemo zakidanje na masi novca koje su provodili vlastodršci ili upravitelji kovnice.

Poznavanje jedinica i svojstava metala

Poznavanje prirode materijala iziskuje i poznavanje mjeriteljstva, stoga bi trebalo utvrditi koliko su srednjovjekovni kovničari zapravo bili upućeni u tu problematiku. Premda nije utvrđeno jesu li srednjovjekovni skolastici, majstori ili neki drugi vodeći umovi toga doba poznavali pojam, odnosno fizikalnu definiciju gustoće kao omjera mase i zapremine, sigurno su znali koji je metal „teži“, a koji „lakši“. Pridavanje pozornosti tom svojstvu materije zasigurno potječe od samih početaka upotrebe metala. Nadalje, pojam tvrdoće metala također je bio poznat, a isto se tako znalo da je to svojstvo promjenjivo, odnosno da se mijenja u ovisnosti o temperaturi. Nakon pada Rima opala su i metalurška znanja, ali i u Rimu i u srednjem vijeku znali su da je zagrijani metal mekši i podatniji za kovanje. Bilo je to otprilike poznavanje fizike srednjovjekovnoga čovjeka. Koristeći, dakle, ta znanja, srednjovjekovni je čovjek bio kadar vladati obradom metala te manipulirati njime.

Vaganje i vage

Najčešće upotrebljavane metode vaganja novca bile su mjerenje bizantskom brzom vagom (1), dvokrakom vagom odnosno *librom* (2), jednokrakom vagom *staterom* (3).



Naslijedivši tako metode vaganja od svojih antičkih predaka, nisu u biti puno izmijenili oblik, kapacitet te veličinu vage. U nekim slučajevima izmjere su bile grube, a u nekim slučajevima izmjere su bile nevjerojatno točne. Velika točnost postizana je i time što je Bizant razvio vrlo velik broj utega, kako onih koji su pratili svoje višekratnike u slijedu, tako i onih „*ad hoc*“ utega koji su se koristili isključivo za jednu namjenu. O tim utezima govorit će se u daljnjem tekstu. Zajedničko srednjovjekovnom novčarstvu bilo je postojanje mjenjača novca koji su obično uređivali na glavnim gradskim trgovima ili katkad na ulazu u gradove. U tu svrhu svaki je grad uz ovlaštene mjenjače novca imao i ovlaštenu manufakturu za izradu vaga i utega. Te ovlaštene manufakture izrađivale su sve vrste vaga, od novčarskih do običnih trgovačkih. Treba napomenuti da su se ljekarničke vage jako često koristile kao novčarske vage zbog svoje točnosti i manjih dimenzija.

Prateći tablice teorijskih vrijednosti količine pojedinih metala sadržanih u kovanicama, može se zaključiti da su kovničari morali imati precizne mjerne instrumente. Svakako da realne vrijednosti odstupaju od teorijskih ali bez obzira na tu razliku, mjerenja su ipak morala biti precizna. Poznato je da se u Rimskom Carstvu i srednjem vijeku koristilo dva tipa vaga. Prvi najstariji tip potječe iz davne prošlosti, puno starije od Rima. Bile su to

vage jednakih krakova (*libra*) te vage nejednakih krakova (*statera*). U novčarskom mjeranju mase, za sitne predmete puno je preciznije mjerenje vagom jednakih krakova gdje postoje već prije određeni utezi (točno određene mase određene kovanice). Osjetljivost vage jednakih krakova (*libre*) glede preciznosti odnosno ujednačenosti krakova može biti do 0,01 g. Ne dovodeći u pitanje razvijenost srednjovjekovne tehnologije obrade metala, ipak moramo sumnjati da su mogli proizvesti takve vage. Tome u prilog govori činjenica da preciznost opada vremenom ako krakovi vage leže na trokutnom čeliku jer se trokutno ležište vremenom otupljuje korištenjem vage ako je izrađeno od željeza ili nekog drugog metala. Da bi preciznost bila održana, trokutno ležište krakova vage mora biti izrađeno od vrhunskoga čelika. (*Najranija zapisana pojava karbidnih čelika datira negdje u trinaesto stoljeće, kad su putem svile u Europu počeli ponovno pristizati uzorci takvih metala, te pojavom novih tehnologija obrade metala opisanih u knjizi De re metalica, Georgia Agricole*). Naravno, ta dva kraka vage mogu visjeti u točki uporišta na nekom koncu te tako balansirati u prostoru. Taj način vaganja postaje neprecizniji ako je loš čvor vezanja konca na uporištu. Nadalje, na nepreciznosti odnosno na nedovoljnu preciznost vage jednakih krakova mogu utjecati nejednaki tanjuri i razlika u njihovoj masi, a i razlike u debljini lančića ili struna koji tanjuriće vežu za krakove vage. Grešku u mjerenju uzrokuje i mjerenje pri različitim temperaturama i različitoj vlažnosti. Pri vrlo preciznim mjerenjima stalnost statističkih podataka za istovrsno mjerenje ovisi o rosištu materijala (materijal se orošuje ako se poklope temperatura i vlažnost zraka) pa je vaganje potrebno obavljati pri definiranoj temperaturi i tlaku. S obzirom na to da su srednjovjekovni kovničari bili svjesni činjenice da je kovanje novca točno određene teorijske težine nemoguće (*al pezzo*) ili gotovo nemoguće, kovalo se nominirani broj kovanica iz točno određene količine metala (*al marco*). Kovanje *al marco* omogućavalo je "legalnu prijevaru" odnosno uštedu. Dopušteno odstupanje otkovanog materijala bilo je također definirano. Zbog tih razloga postoji širok raspon masa kovanica istog vladara. Preciznost mjerenja bila je ona bitna karika na kojoj je vladar imao velike uštede jer je onaj zadnji kontrolor u kovnici odmah nakon mjerenja mase sav novac koji je bio iznad dopuštene vrijednosti povlačio iz procesa kovanja te ga vraćao u topionicu odnosno na doradu. Ako je neka teža kovanica izišla iz kovnice, povlačili su je mjenjači odnosno bankari pa je tako lošiji novac dolazio u optjecaj odnosno istiskivao onaj bolji novac (Gershamov zakon). Kao „realna“ masa kovanice uzima se prosječna težina većeg broja kovanica istoga tipa istog vladara. Valja podsjetiti da je opisana tehnologija primjenjivana i u provincijalnim kovnicama, no provincijalni novac prati lokalne mjerne standarde ali se preciznost pri tome nije mijenjala ili se nije smjela mijenjati. (*Ovdje treba naglasiti da je preciznost mjerenja opadala u povijesnim previranjima. Statistički gledano, prema istraživanjima, preciznost vaga od antike do sumraka Bizanta kretala se u pogrešci od 3 do 6 %, a kasnije je pogreška opadala te je iznosila 1-2 %*). *Statera* ili vaga nejednakih krakova koristila se za vaganje većih materijala. S obzirom na nedovoljno poznavanje matematike (arapska matematika u Europu je došla puno kasnije), u kovnicama je bilo potrebno najprije odrediti dnevnu količinu novca koji će se otkovati. Da bi uspješnost izrade novca povećali, morali su u lijevanju legura raditi s većom količinom (odmjerom) metala da bi se izbjegli odnosno smanjili stupnjevi pogreške. U tu svrhu korištena je vaga nejednakih krakova (*statera*) kojom su mjerili mase i do nekoliko kilograma. Vaganje se temelji na tome da uteg stalne mase može „šetati“ po duljem kraku te uspostavljati

ravnotežu (sistemom poluge) s vaganim materijalom na drugom (kraćem dijelu) vage. U Sisku su čak pronađene ljekarničke *statere* iz rimskoga doba, što znači da su vrlo male u odnosu na standardnu veličinu. Takve su se vage nastavile koristiti na nekim područjima i u srednjem vijeku. Ipak, zbog potrebne brzine provjeravanja mase kovnih pločica vjerojatnije je da se u tu svrhu koristila vaga jednakih krakova (*librae*). Takve su se vage koristile i u doba Bizanta. Postotni odnosi metala u toj leguri tako zadržavaju stalnost te su sukladni odnosima u samim kovanicama. Tako odvagane mase metala topili su te ih izlijevali u ploče točno određene debljine iz kojih se dalje rezalo kovne pločice kalibriranim okruglim rezačima metala. Svakako da je trebalo voditi računa o oštini i preciznosti reznog alata jer je nakon određenog broja rezanja bio neupotrebljiv, točnije rečeno izgubio je preciznost. Zaključak je da se vaga jednakih krakova (*libra*) koristila tek u krajnjoj fazi izrade odnosno kovanja novca. Pred samo kovanje određena pločica podvrgavala se konačnom vaganju. Preciznost se mijenjala i u ovisnosti o vrijednosti odnosno vrsti metala. Postojanje više tipova vaga zasigurno je pomoglo u mjerenjima, ali to nameće još jedno pitanje. Jesu li srednovjekovni metalurzi mogli proizvesti identične vage te tako mjernu pogrešku još umanjiti? Poznavajući, dakle, način mjerenja mase te veličine otkovne pločice, postavlja se još jedno pitanje. Jesu li srednovjekovni metalurzi poznavali pojam gustoće i njezina mjerenja? Cijeli srednji vijek provodile su se novčane reforme pa su se mijenjali i utezi za precizno mjerenje. Poznavanje dogovorene mase utega za mjerenje novca samo po sebi nije dovoljno. Malo je vjerojatno da srednovjekovni kovničari nisu shvatili da isti volumeni različitih tvari imaju različite mase. Nisu zabilježene jedinice gustoće za pojedine tvari, ali svakako su zapisivali razne vrijednosti za različite materijale. Te spoznaje zasigurno su iskoristili za kovničku djelatnost. Već je napisano dosta tekstova o srednovjekovnim kovnicama i metalurgiji, a ovim tekstom postavlja se više pitanja nego što se donosi odgovora. Vaganje kao jedno od prvih ljudskih mjerenja (uz mjerenje duljine i visine) daje nam uvid u znanje onih civilizacija koje istražujemo. Mjerni sustavi za masu koje nam je ostavio srednji vijek koriste se više ili manje i dan danas, a u nekim krajevima zadržali su se kao lokalni mjerni sustavi.

Pogreške u mjerenju

Premda u srednjem vijeku nisu poznavali statistički račun, to ne znači da njihova mjerenja ne možemo gledati iz aspekta mjernih pogrešaka. U konkretnim mjerenjima sposobnost razlučivanja mjernog uređaja (u konkretnom slučaju vage) i systemske pogreške dolaze kao veličine koje ne ovise o brojnosti mjerenja. Slučajna se pogreška može učiniti malenom povećanjem brojnosti mjerenja. Ovisno o klasi točnosti vage (teško bi se moglo govoriti o toj kategoriji u srednjem vijeku) i uvjetima mjerenjima, te veličine mogu biti u različitim odnosima. U većini praktičnih mjerenja, slučajne i systemske pogreške nadmašuju razinu skale vage, stoga se ukupnost pogreške može prikazati jednadžbom (pod pretpostavkom da su sva tri tipa pogreške međusobno neovisna) $e_{uk} = e_{sk} + e_{sist} + e_{sluč}$. Iz tako definirane ukupne pogreške može se dobiti granični slučaj kad n (broj mjerenja) $\rightarrow \infty$, $e_{sluč} \rightarrow 0$ i ukupna pogreška je $e_{uk} + e_{sist}$. Kad je $e_{sluč} > e_{sk} + e_{sist}$, točnost vaganja određena je slučajnom pogreškom. Katkad se može pogreška promatrati ovako: $\Delta = e_{sk} + e_{sist}$ i ona istodobno karakterizira ograničenu točnost vage i

sistemska pogrešku. Svrhovitost uvođenja pogreške Δ opravdana je time što ograničava brojnost pouzdanih znamenaka u rezultatima neposrednih ili posrednih mjerenja. Tu bi pogrešku trebalo izračunavati u prvom stadiju izračunavanja ako se žele napraviti neki statistički proračuni (aritmetička sredina, slučajna pogreška ...).

Kovanica kao uteg - vjerodostojnost mase

Imajući, dakle, sve parametre izrade i vaganja kovanica, treba se upitati da li je gotova kovanica mogla biti i referentni uteg ili to nije mogla biti. Treba svakako naglasiti da je potrebno razmatrati kovanice koje nisu bile u optjecaju. Odgovor nije jednoznačan, a nije ni jednostavno odgovoriti na takvo pitanje. Može se špekulirati, ali u daljnjem tekstu, bez obzira na poznavanje matematike u srednjem vijeku, pokušat ćemo postaviti barem teoretsku mogućnost za takav slučaj. Ako je odgovor na to pitanje potvrđan, znači da je kovanica otkovana točno po teorijskoj masi izraženoj u kovničkim tablicama. Potvrda za tu teoriju nalazi se samo u kovanju zlatnog novca jer se kovao *al pezzo*. Svaka bi nominala (u ovisnosti o dobu, vladaru i reformama) trebala imati definiranu masu. Dakle, ne govori se samo o mogućnosti uporabe kovanice kao utega nego o točnosti mjerenja unutar pojedine kovnice. Postavimo slučaj na ovaj način: u nekoj kovnici otkovano je sto *follara* po sistemu *al marco*. Njihova ukupna masa bit će točno definirana po broju mogućih otkova iz jedne dane količine metala (u ovom slučaju bronce) te bi se takav skup kovanica mogao iskoristiti za vaganje nekog drugog istobrojnog skupa sirovih otkovnih pločica. Uzmemo li prosječnu masu pojedine kovanice, zasigurno će se pojaviti veće ili manje razlike, s obzirom na to da svaka pojedina otkovna pločica nije jednako rezana. Iz svih pojedinih izmjerenih masa izradi se graf, standardna devijacija te se utvrdi pogreška u pojedinim kovanjima.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Prethodno je svakako potrebno utvrditi aritmetičku sredinu svih odmjerenih masa

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Upravo te male razlike u pojedinim primjercima mogu se iskoristiti za utvrđivanje mogućnosti uporabe pojedine kovanice kao utega. Traži se, dakle, kovanica koja apsolutno odgovara teorijskoj masi otkova ili kovanica kojoj je masa neznatno različita od teorijski zadane mase. Ako se pretpostavi da će aritmetička sredina biti vrlo blizu mase neke kovanice, to će ujedno implicirati i ujednačenost otkova. Nadalje, ako je u n otkova najveći broj identičan ili vrlo približan, tada također utvrđujemo da postoji ujednačenost otkova. Pretpostavi se sad da je pojedinačna masa kovanice iz one množine nešto manja, ali ipak približna teorijskoj masi, tada se već može govoriti o većoj mogućnosti da je za otkivanje određene emisije novca kao uteg korištena kovanica. Budući da točnost nije uvijek bila na potrebnjoj razini (vidi vage) te rezanje pločica nije uvijek bilo isto,

točnost otkova također nije bila visoka. Analiza se može promatrati s više strana. Za legirane materijale treba utvrditi točnost odmjera pojedinih metala za legiranje. Tu se skale točnosti također pomiču, ali u tu svrhu trebalo bi skupiti veliki broj kovanica iz različitih kovnica i njihovih officina te na temelju izmjerenih podataka dati konačan sud.

Rezimirati se može ovo:

1. Zlatna kovanica bila je točne mase te se stoga mogla koristiti i kao uteg za kovnička mjerenja.

2. Kovanice drugih metala bile su blizu teorijske vrijednosti:

a) ako je masa kovanice bila „identična“ novčarskom utegu, mogla se koristiti u novčarskim izmjerama bez rezerve (jako rijedak slučaj);

b) ako je masa kovanice bila približna teorijskoj masi, a ipak manja, mogla se prikazati kao „točna“ u slučaju uštede metala te dobivanja većeg broja kovanica; opravdanje za taj slučaj može se naći i u Gershamovu zakonu;

c) ako je ukupna masa n kovanica odgovarala ukupnoj masi n pripremljenih otkovnih pločica, mogle su se koristiti kao orijentacijski pokazatelj kumulativne točnosti mjerenja mase.

Literatura

- Agricola, Georgius*: De Re metallica, Bremen, 1530.
- Bronštejn, L. N., Semendajev, K. A.*: Matematički priručnik, Zagreb, 1964.
- Cantalupo, Piero*: Pesi e misure nella farmacopea medioevale; Agropoli, 1995.
- Clayton, Tony*: Metals used in Coins and Medals, London, 1999.
- Duca, Domenico*: Kovanica kao uteg u vrijeme rimskog carstva, Opatija, 2013.
- Duca, Domenico*: Problemi kovničkog mjeriteljstva u antici, Numizmatičke vijesti, 62, 2009.
- Dadić, Žarko*: Povijest ideja i metoda u matematici i fizici, Zagreb, 1992.
- Grđinić, Vladimir*: Mjeriteljstvo, članak, Zagreb, 1995.
- Herkov Željko*: Naše stare mjere i utezi, Zagreb, 1974.
- Hill, G. F.*: Greek and Roman Coins, London/New York, 1899.
- Johnson, W. H.*: A Manual of Roman Coins, London, 1865.
- Kisch, Bruno*: Die Münzwaage in der Geschichte des Geldes; Köln, 1966.
- Kos, Peter*: Leksikon antičke numizmatike, Zagreb, 1998.
- Laiou E. Angeliki*: The Economic History of Byzantium; Dumbarton Oaks, 2002.
- Levchenko Kiril*: Non-Adaptive Combinatorial Group testing, Minsk, 2005.
- Lopašić, V., Kos, V., Henč-Bartolić, V.*: Mjere i mjerenja u fizici, Zagreb, ETF, 1986.
- Marsan, Claudio*: Il problema delle monete e della bilancia, Mendrisio, 2003.
- Mazzi, Angelo*: Sextarius Pergami-saggio di ricerché metrologiche, Bergamo, 1877.
- Perassi, Claudia*: Pesi monetali Bizantini dal territorio Siciliano, Palermo, 2002.
- Rucker, David, Rodrigues, Lincon*: Silver Pfenings and Small Silver Coins of Europe in the Middle Ages; London, 2008.
- Savio, Adriano*: Monete Romane, Roma, 2001.

Spiridonov, V., Lopatkin, A.: Matematička obrada fizikalno kemijskih podataka; Zagreb, 1974.

Sydenham E. A.: Roman Monetary system, Vol 1, London, 1919.

Šporer, Zlatko: Matematičke formule i njihova primjena, Zagreb, 1987.

Tonson, J.: Tables of Ancient Coins and Measures, London, 1727.

SUMMARY

COIN PONDOMETRY IN THE MIDDLE AGES

When the Western Roman Empire fell in 476 and the Goths entered the City of Rome, Europe disintegrated into many at that time unorganised and unconnected entities which began to build their own cultural and political identity. As time passed, the earlier joint measuring system (we would say, the standard measuring system of Antiquity) was lost, together with all the cultural and technological heritage of Rome. A measurement system is vital for the survival of any kind of social activity. Many new entities settled on the enormous territory under Roman influence and the existing measuring system could not keep up, so people began to create and use local systems, instead. The use of local measuring systems was sometimes so fragmented that towns in view of one another's walls had completely different measurements. The description of all medieval measuring units would require a lot of time. The article describes everything directly or indirectly connected to the precision of measuring mass, especially in exchanging money during trade in areas with different measuring systems. These were often used by authorised money exchangers who "legally" robbed both sides.