

# Cuisenaireovi štapići

Petra Corn\*

## Sažetak

Mnoga djeca imaju teškoće u učenju matematike i pitanje je kako pomoći djetetu s teškoćom te kako matematiku učiniti zanimljivom i pristupačnom svoj djeci. U radu su dane neke praktične metode i aktivnosti s kojima se to može postići. Postoje razni didaktički materijali koji se mogu koristiti u radu s djecom s teškoćama u učenju matematike. Neki od njih su Sternovi blokovi, Cuisenaireovi štapići (stupići), Unifiks kocke, računaljka, Dienesovi blokovi itd. U ovom radu iznijet će se aktivnosti koje se mogu izvoditi koristeći Cuisenaireove štapiće.

**Ključne riječi:** *diskalkulija, Cuisenaireovi stupići (štapići), aritmetički koncepti*

## Cuisenaire rods

### Abstract

Many children have difficulties in learning mathematics and the question is how to help a disabled child and make mathematics interesting and accessible to all children. This paper presents some practical methods and activities by means of which this can be achieved. There are various didactic materials which can be used when teaching mathematics to children with difficulties. Some of them are as follows: Stern blocks, Cuisenaire rods, Unix cubes, abacus, Dienes blocks, etc. This paper will present the activities that can be performed by using Cuisenaire rods.

**Keywords:** *dyscalculia, Cuisenaire rods, arithmetic concepts*

---

\*Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti, Sveučilište u Osijeku, email: [petra.corn@gmail.com](mailto:petra.corn@gmail.com)

## 1 Specifične teškoće u učenju matematike

Diskalkulija je skup specifičnih teškoća u učenju matematike, a posebno aritmetike i u obavljanju matematičkih tj. aritmetičkih zadataka. Britanski Zavod za obrazovanje i razvoj vještina prvi je puta prepoznao i definirao ([2], str. 2) razvojnu diskalkuliju kao: *stanje koje utječe na sposobnost usvajanja aritmetičkih vještina. Djeca s diskalkulijom mogu imati teškoće u razumijevanju jednostavnih brojevnih pojmova, mogu patiti od pomanjkanja intuitivnog shvaćanja brojeva i mogu imati teškoće u učenju činjenica i postupaka u računanju. Čak i ako ponude točan odgovor ili primijene točan postupak rješavanja, moguće je da to čine mehanički i bez razumijevanja.*

Djeca s diskalkulijom značajno se razlikuju od djece kojima je matematika težak predmet te koji ju sporije uče. Oni čine mnoge neuobičajene pogreške karakteristične za diskalkuliju. Najčešće su to:

- Dijete zamjenjuje jedan broj drugim. Naprimjer broj 4 dijete čita kao „osam“, a neki drugi put ga koristi kao da je to 3.
- Dijete ponavlja isti broj ili radnju više puta. Naprimjer, ako je u prvom zadatku na stranici bio zadatak sa zbrajanjem, dijete će zbrajati u svim zadacima do kraja stranice bez obzira što ima zadataka s oduzimanjem.
- Dijete zrcalno okreće znamenke, u višeznamenkastim brojevima mijenja poredak znamenki.
- Dijete slabo pamti i prepoznaje niz brojeva.
- Dijete ima velike teškoće u brojanju unatrag.
- Dijete ima problem u percipiranju količine tj. ne može bez brojanja procijeniti ni male količine.

## 2 Od konkretnog prema apstraktnom

Za usvajanje apstraktnih matematičkih koncepata važna su taktilna, konkretna i vizualna iskustva. Prema švicarskom psihologu Piagetu i njegovoj teoriji kognitivnog razvoja, djeca se između 7. i 11. godine nalaze u fazi konkretnih operacija. U toj fazi dijete može vršiti pojedine mentalne operacije, no da bi to moglo potreban mu je konkretan manipulativan materijal. Djeca samostalno trebaju istraživati određeni koncept koristeći didaktički materijal i dolaziti do samostalnog zaključka. U slučaju da djeca ne mogu samostalno stvoriti zaključak, kompetentni učitelj treba voditi djecu

kroz postupak istraživanja heurističkim razgovorom ili im ponuditi dodatna konkretna iskustva.

Manipulativi ne smiju biti zamjena za kalkulator niti se smiju koristiti mehanički, samo da bi se došlo do odgovora. Manipulative ne treba koristiti isključivo za demonstraciju niti samo za poučavanje osnova matematike. Djeca s njima trebaju raditi, rukovati i istraživati, a najkorisniji su kad se isti materijal koristi na različitim stupnjevima, za različite teme i razine složenosti. Djecu treba stalno podsjećati da stvarna matematika nije ono što se događa sa znamenkama na papiru.

Prije prezentiranja novog koncepta putem manipulativnih materijala i konkretnih iskustava trebalo bi stvoriti situaciju slobodne igre i istraživanja koja bi omogućila djetetu da se upozna s materijalom i zadovolji potrebu za senzomotoričkim istraživanjem i taktilnim doživljajem. Preporuča se da se igra ne svede na potpuno samostalno istraživanje nego da učitelj bude taj koji koristi „vođeno istraživanje“.

Nakon toga djecu treba pripremiti za usvajanje novog koncepta tako što će se nekoliko minuta posvetiti primarnim konceptima. Ovaj korak nije važan samo za prisjećanje ranije naučenog gradiva, već i za stvaranje veza među konceptima. Naprimjer, ako ćemo djecu podučavati koncept množenja prije toga ćemo ponoviti koncept zbrajanja.

Dijete nakon toga putem manipulativnih aktivnosti upoznaje novi koncept. Učitelj koji koristi samo jednu vrstu materijala može navesti dijete da pomisli da je koncept ovisan o određenom materijalu te stoga materijale treba mijenjati. Tijekom aktivnosti učitelj treba postavljati mnoštvo pitanja. Ona ne pomažu samo u usvajanju koncepta već daju mogućnost učeniku da razmišlja i zaključuje te razvija matematički način razmišljanja.

Kada dijete shvati matematički koncept učitelj treba prenijeti konkretnu aktivnost na apstraktni stupanj te prikazati putem matematičkih simbola koncept koji je dijete usvajalo.

Dijete treba poticati da verbalno komentira i objašnjava svaki postupak. Vrlo je važno da dijete objašnjava kako je do nekog odgovora došlo.

Na slici 1 prikazana je upravo opisana metodika vođenja od konkretnog prema apstraktnom.

### 3 Upoznavanje s Cuisenaireovim štapićima

Štapići nose ime svojega izumitelja, belgijskog učitelja Georges-a Cuisen-aire-a (1891.–1976.) koji je shvatio kako boje pomažu djeci s teškoćama u učenju. 1947. on je počeo podučavati elementarnu aritmetiku pomoću raznobojnih drvenih štapića (stupića), što je djeci omogućilo i taktilni doživ-



Slika 1:

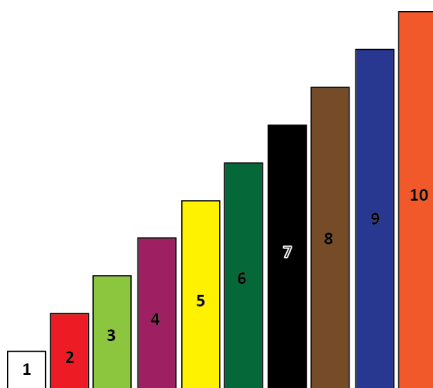
ljaj. Djeca s kojom je radio, postala su mnogo uspješnija i motiviranija u učenju. Cuisenaire je izumio više načina primjene svojega kompleta štapića ne samo u matematici, već i u drugim područjima, npr. poučavanju jezika. Danas je komplet Cuisenaireovih štapića jedno od najpopularnijih didaktičkih pomagala u osnovnim školama diljem svijeta pomoću kojega se modeliraju praktički svi aritmetički koncepti.

Cuisenaireovi štapići su didaktički komplet koji se sastoji od drvenih štapića raznih visina i boja. Boja i veličina su obilježja koja se u ovom materijalu sustavno povezuju s pojmom broja. Svaka veličina Cuisenaireovog štapića ima svoju određenu i nepromjenjivu boju, što njegovu dužinu čini lako prepoznatljivom, bez potrebe za mjerenjem pomoću kocke koja predstavlja jedinicu i bez prebrojavanja jedinica. Budući da na štapićima nema nikakvih oznaka ili podjela na jedinice, oni omogućuju djeci da svaku količinu sagledavaju kao cjelinu, a ne kao skupinu zasebnih jedinica. To ujedno razvija i učinkovite metode računanja koje ne ovise o brojenju u jedinicama. Na slici 2 možemo vidjeti različite boje i različite veličine štapića:

- Bijeli štapić:  $1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$
- Crveni štapić:  $2\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$
- Svjetlozeleni štapić:  $3\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$
- Ljubičasti štapić:  $4\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$
- Žuti štapić:  $5\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$
- Tamnozeleni štapić:  $6\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$
- Crni štapić:  $7\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$

## CUISENAIREOVI ŠTAPIĆI

- Smeđi štapić:  $8\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$
- Plavi štapić:  $9\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$
- Narančasti štapić:  $10\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$



Slika 2:

Prije nego što dijete počne koristiti štapiće potrebno je osigurati neko vrijeme za upoznavanje. Neke aktivnosti za upoznavanje sa štapićima su:

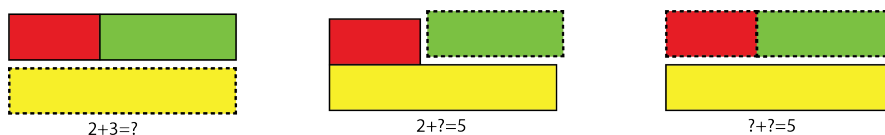
- Napravite stepenice koristeći jedan štapić od svake boje. Krenite od najmanjeg prema najvećem te od najvećeg prema najmanjem. Počnite od prepoznavanja bijelog štapića kao broja jedan. Zatim pitajte koliko vrijedi svaki od preostalih štapića u odnosu na bijeli. Konačno dijete bi trebalo zaključiti da je bijeli štapić jedan, crveni — broj dva, itd.
- Povežite brojevne vrijednosti štapića prema njegovoj boji. Dijete treba ispitivati pitanja kao što su: „Pokaži mi štapić koji vrijedi kao broj 5?“ te „Koliko vrijedi ovaj štapić?“
- Sastavljajte veće brojeve od Cuisenaireovih štapića (npr. broj 14). Uvježbajte i suprotnu radnju: pokazujte broj sastavljen od štapića te tražite dijete da ga napiše.
- Od djeteta zatražite da u ruke uzme nekoliko različitih štapića i zatim ruke stavi iza leđa. Zatim tražite od djeteta da bez gledanja pokaže npr. crveni štapić.

## 4 Zbrajanje i oduzimanje

Pomoću Cuisenaireovih štapića mogu se uvježbavati aritmetičke činjenice u svim oblicima:

- $2+3=\square$
- $3+\square=5$
- $\square+3=5$
- $\square+\square=5$

Na slici 3 možemo vidjeti kako ove zadatke možemo uvježbati pomoću Cuisenaireovih štapića.



Slika 3:

Dok djeca uvježbavaju aritmetičke činjenice korisno ih je poticati da na temelju računске radnje sami osmisle zadatak riječima prema zadanim brojevima i tako stave zadatak u neki kontekst.

### 4.1 Aktivnost: Sastavnice brojeva do 10

Stavite paralelno dva štapića iste boje i između njih stavite manji štapić, s time da štapiće nekad poravnate s desne, a nekad s lijeve strane. Neka učenici prvo pogađaju, a zatim izmjere koji štapić točno pristaje u prazninu. Svaki broj istražite pojedinačno tako da otkrijete sve mogućnosti njegova sastavljanja te koristite mnogo pitanja i koristite puno matematičkih izraza. Potičite dijete da pronađe sve moguće kombinacije koje u zbroju daju neki broj te da sve jednakosti zapisuje matematičkim simbolima.

Neka učenici slože sve moguće načine dobivanja broja od dva dijela. Na slici 4 je prikazano kako to izgleda za broj 7. Heurističkim razgovorom dovedite dijete do toga da zaključi kako se obrazac mijenja iz reda u red, tj. da zaključe da čim jedna sastavnica postane veća za jedan, druga mora postati manja za jedan i obrnuto.

Tijekom svih aktivnosti koje izvršavate čitajte i pišite jednakosti koje ste napravili. Tijekom čitanja koristite različite izraze. Mogući izrazi koje možete

## CUISENAIREOVI ŠTAPIĆI

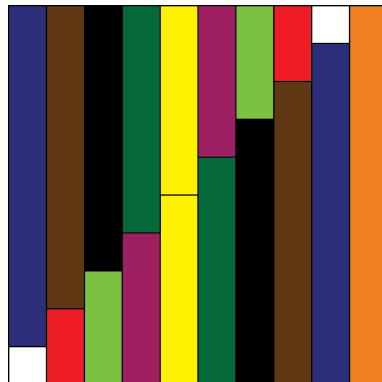


Slika 4:

koristiti umjesto *plus* su *dobiti, više* te *i*. Umjesto *jednako* možete govoriti *su* ili *daju* i slično.

Posebno je važno da djeca nauče komplemente do 10, pa se sastavnicama broja 10 treba posebno posvetiti. Neka djeca slože stube od štapića, od 10 do 1. Zatim neka od stuba slože zid dodajući na vrh svakog štapića broj koji „stubu“ dopunjava do 10, tako da u svakom stupcu bude 10 (slika 5).

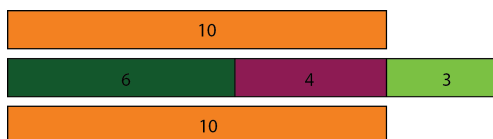
Djetetu postavljajte pitanja kao što su: koji broj uz broj 3 daje 10? Deset je 6 plus koliko? Koliko moram dodati broju 4 da dobijem 10? Deset minus 8 je...? itd.



Slika 5:

## 4.2 Aktivnost: Upoznavanje prijelaza desetice

Prijelaz desetice najvažnija je mentalna strategija koju djeca trebaju naučiti. U ovoj aktivnosti će se pokazati važnost poznavanja svih sastavnica broja 10. Prijelaz desetice potrebno je vježbati na sve načine dok djeca ne nauče koristiti je bez korištenja konkretnog materijala, papira i olovke.



Slika 6:

Prvo između dva narančasta štapića (10) stavimo tamnozeleni štapić (6). Razgovorom navodimo dijete da shvati da dodavanjem broja 1, 2, 3, 4 nećemo prijeći preko 10, dok dodavanjem većeg broja hoćemo. Ukoliko želimo zbrojiti  $6 + 7$  između dva štapića od 10 stavimo štapić od 6 te dijete mora naći broj koji sa 6 daje 10 (traženje komplementa). To znači da broj 7 moramo rastaviti na 4 i na ono što je ostalo, tj. 3 (slika 6).

## 5 Množenje i dijeljenje

Postoje dva popularna načina poučavanja množenja. Prvi pristup je proširivanje koncepta zbrajanja, odnosno zamjena za ponavljano zbrajanje jednakih pribrojnika. Tako se  $3 \cdot 2$  tumači kao  $2 + 2 + 2$ . Kada djeca shvaćaju množenje isključivo kao skraćeno zbrajanje jednakih pribrojnika, kod njih se stvara dojam da je jedina potrebna vještina u množenju brojanje. Takvo razumijevanje funkcionira samo kod cijelih brojeva, ali ne priprema djecu za konceptualizaciju množenja razlomaka ili drugih vrsta brojeva.

Prema drugom pristupu koncept množenja se prezentira kao dvodimenzionalni koncept u kojem se faktori prikazuju kao dvije stranice pravokutnika. Na razini konkretnog djeca upoznaju kvadratnu jedinicu, a  $2 \cdot 6$  se tumači putem prikazivanja pravokutnika sa stranicama 2 i 6 koji se sastoji od 12 kvadratića.

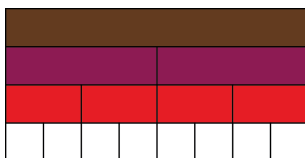
Pamćenje tablice množenja posebno je teško za djecu sa slabom vizualnom memorijom i za djecu s diskalkulijom može biti prava noćna mora. Nijedan aspekt poučavanja elementarne matematike nije toliko kontroverzan kao učenje tablice množenja napamet te neki stručnjaci smatraju da to s djecom s diskalkulijom ne treba ni pokušavati nego se bazirati na kreiranju tablice



i razumijevanju koncepta. Dijete bi trebalo biti u stanju razumjeti kako nastaje tablica množenja, trebalo bi ju znati osmisliti, a zatim zapamtiti jer u suprotnom dijete neće biti dovoljno brzo i spontano pri rješavanju zadataka. Dijeljenje treba podučavati istodobno kad i množenje kako bi djeca uočila vezu između ove dvije operacije.

Moguće je da će se dijete zbog specifičnosti poremećaja vraćati na zbrajanje čak i ako smo prešli na novi koncept — množenje i zadajemo mu zadatke s množenjem. Naprimjer, ukoliko djetetu zadamo zadatak  $2 \cdot 3$  dijete odgovara da je to 5. U tim situacijama dijete treba poticati da pomoću štapića složi  $2 + 3$ , a potom  $2 \cdot 3$ .

Prije samog uvođenja koncepta množenja možete izvesti sljedeću aktivnost. Uzmite naprimjer štapić koji vrijedi osam i zamolite dijete da ispod njega složi štapiće jednake boje u „vlak“ na način da ti vlakići daju točno osam. Dijete može primijetiti da „dvije po četiri daju osam“, „četiri po dva daju osam“, „osam po jedan daju osam“ (slika 7). S ovom aktivnošću dijete osim koncepta množenja može učiti i o dijeljenju te o pojmovima kao što su faktor ili višekratnik.



Slika 7:

## 5.1 Aktivnost: Stvaranje tablice množenja pomoću Cuisenaireovih štapića

Poznata je činjenica da mnogo bolje pamtimo ono što smo stvorili sami nego ono što smo dobili gotovo. Istraživanja su pokazala da djeca mogu bolje zapamtiti tablicu množenja kada ju kreiraju samostalno pomoću konkretnih materijala. Stvaranje tablice množenja pomoću Cuisenaireovih štapića odgovara djeci koja matematičku informaciju obrađuju uglavnom vizualno, od cjeline prema dijelovima.

Pripremite za dijete praznu tablicu  $10 \times 10$ . Uzmite bijeli štapić i podsjetite djecu o njegovim dimenzijama (1 duljine i 1 širine). Stavite bijeli štapić u gornji desni kvadratić i recite djeci da je to  $1 \cdot 1 = 1$ , jer je štapić popunio jedan kvadratić. Slično, demonstrirajući  $2 \cdot 1 = 2$ , a zatim  $1 \cdot 2 = 2$ , uzmite crveni štapić, naglasite dimenzije i stavite ga u odgovarajući dio tablice,

pokazujući kako je štapić popunio dva kvadratića (slika 8). Učinite to s tablicama 1, 10, 5 i 2 okomito i vodoravno (točno u tom redosljedu).

| .  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 2  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 3  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 4  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 5  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 6  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 7  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 8  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 9  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 10 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

(a)  $1 \cdot 2 = 2$

| .  | 1      | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1  | bijela |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 2  | bijela |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 3  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 4  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 5  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 6  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 7  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 8  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 9  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 10 |        |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

(b)  $2 \cdot 1 = 2$

Slika 8:

Sada pokažite djeci dio kvadrata koji prikazuje  $6 \cdot 7$ . Pomoću Cuisenaire štapića demonstrirajte da  $6 \cdot 7$  znači 6 crnih štapića. Zatim pokažite u tablici  $7 \cdot 6$  (slika 9(a)) i objasnite da jednak broj kvadratića možemo prikazati i pomoću 7 tamnozelenih štapića (slika 9(b)).

| .  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 2  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 3  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 4  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 5  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 6  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 7  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 8  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 9  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 10 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

(a)  $7 \cdot 6 = 42$

| .  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 2  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 3  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 4  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 5  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 6  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 7  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 8  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 9  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| 10 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

(b)  $6 \cdot 7 = 42$

Slika 9:

Obratite djeci pozornost na to da je broj kvadratića pokrivenih sa 6 crnih štapića i sa 7 tamnozelenih štapića jednak, a to znači da je  $6 \cdot 7 = 7 \cdot 6$ . S tim ste pokazali da je množenje komutativno.

Pružajući djeci ovaj model stvaranja tablice množenja, trebamo nastojati izbjegavati primjenu procesa brojanja skupina (npr. 6 skupina po 7), jer to ne razvija ništa osim vještine brojanja. Umjesto toga trebamo se usmjeriti na razvijanje vještine procjenjivanja i uočavanja odnosa među brojevima. To možemo napraviti na sljedeći način: ponovno uzmimo 6 crnih štapića i sastavimo ih u „vlakčić“ (u jednu liniju). Tražite od djece da procjene koliko je narančastih štapića potrebno da se napravi jednako dugačak red. Nakon diskusije, sastavite 4 narančasta štapića odmah ispod 6 crnih. Djeca će moći vidjeti da je 4 narančasta premalo, ali da bi 5 štapića bilo previše. Verbalizirajte da to znači da je  $6 \cdot 7$  više od 40, a manje od 50. Ako uz red narančastih dodamo jedan crveni (2), otkrit ćemo da je 6 crnih štapića jednako 4 narančasta plus 1 crveni tj.  $6 \cdot 7 = 40 + 2 = 42$ . Neka djeca upišu taj rezultat u tablicu.

## 5.2 Aktivnost: Množenje brojem 9 pomoću množenja brojem 10

Djeca koja pate od diskalkulije i specifičnih teškoća u učenju vjerojatno nikad neće moći zapamtiti tablicu množenja, bez obzira na to koliko je mnogo vježbaju. Zato je cilj da zapamte nekoliko ključnih činjenica i sve ostalo računaju na temelju logičkih zaključaka. Jedna od takvih aktivnosti je i ova. Djeca koja se dobro snalaze s Cuisenaireovim štapićima lako nauče tablicu množenja brojem 9. Naprimjer, za  $3 \cdot 9$  napravite pravokutnik  $3 \cdot 10$  i pokažite kako zamišljena pila može odsjeći jednu jedinicu s kraja svakog štapića koji vrijedi 10 (slika 10). Jasno se vidi da je  $30 - 3$  rješenje zadatka  $3 \cdot 9$ .



Slika 10:

## 5.3 Aktivnost: Dijeljenje s ostatkom

Koncept dijeljenja s ostatkom može biti zbunjujuć za većinu djece, posebno kad na red dođu veći brojevi. Na početku aktivnosti podsjetite dijete na

dijeljenje bez ostatka te mu zadajte zadatak kao što je  $24 : 6$ . Nakon toga mu zadajte da 24 podijeli s 5. Jedan od načina dijeljenja dva broja pomoću Cuisenaire štapića opisan je na slici 11. Prvo od štapića modeliramo dijeljenika. U ovom primjeru najlakši način za to je modeliranje pomoću dva narančasta štapića te jednog ljubičastog. Zatim dijete navodimo da prislanjanjem žutih uz narančaste štapiće odgovori na pitanje koliko žutih štapića možemo staviti uz prethodno napravljen „vlakić“. Dijete će odmah uočiti da pomoću žutih štapića ne može napraviti „vlakić“ kao gornji tj. uočiti će da postoji ostatak. Na kraju ove aktivnosti preostaje još samo verbalizirati da je  $24 : 5 = 4$  i ostatak je 4. Kod ovih aktivnosti obratite djetetu pozornost na odnos između ostatka i djelitelja. Djeca bi nakon aktivnosti trebala shvaćati zašto ostatak mora biti manji od djelitelja.



Slika 11:

Drugi pristup dijeljenja s ostatkom je prikazan na slici 12. Npr. kod zadatka  $18 : 5$  tražite od djeteta da napravi pravokutnik od štapića koji vrijede 5, ali tako da ne pređe 18. Na kraju neka doda još štapić koji nedostaje do broja 18.

Ovaj koncept će biti posebno koristan kod pretvaranja razlomka u mješovite razlomke jer će dijete stavljajući štapiće jedan ispod drugih moći zapisati broj u obliku razlomka. Naprimjer:  $\frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$ .



Slika 12:

## 6 Razlomci

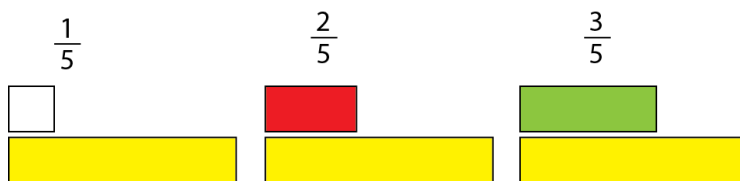
Za djecu sa specifičnim teškoćama u učenju razlomci su pogotovo složen koncept. Jedna od velikih konceptualnih teškoća je nesposobnost shvaćanja

## CUISENAIREOVI ŠTAPIĆI

razlomka kao čistoga broja, odnosno prijelaz s konkretnog predmeta na apstraktno. Sva djeca prvo shvaćaju razlomak kao dio konkretnog predmeta, ali s vremenom djeca počinju vidjeti razlomke kao apstraktne brojeve. Dijete s teškoćama u učenju vrlo dugo ne može ostvariti taj prijelaz.

Dobro razumijevanje koncepta razlomka ovisi o tome je li dijete sposobno ostvariti prijelaz od konkretnog razumijevanja razlomka kao dijelova od cijelih predmeta do apstraktnog razumijevanja razlomka kao brojeva. Istraživanja su pokazala da osmogodišnja djeca prepoznaju razlomke kao dijelove predmeta i mogu ih uspoređivati no jednostavno prepoznavanje je daleko od sposobnosti operiranja apstraktnim simbolima.

Razlomke pomoću Cuisenaireovih štapića modeliramo tako da jedan štapić stavimo iznad drugog i uspoređujemo njihovu veličinu. Jedan štapić se uzima kao jedinica (odnosno jednak je 1). Naprimjer za jedinicu možemo uzeti žuti štapić, dug 5 cm. Tada je bijeli štapić njegova petina, crveni štapić  $\frac{2}{5}$  itd (slika 13).



Slika 13:

Dijete treba poticati da od različitih štapića konstruira jednake razlomke. Pomoću Cuisenaireovih štapića možemo vizualno i konkretno prikazati nekoliko skupina jednakih razlomaka. Ako je smeđi štapić, dug 8 cm, cijeli broj, odnosno 1, njegova polovina je ljubičasti štapić, četvrtina crveni štapić, a osmina je bijeli. U donjem redu, po broju upotrebljenih štapića vidimo na koliko smo dijelova podijelili jedinicu, a u gornjem redu broj štapića pokazuje koliko dijelova smo uzeli. Jednakost je očigledna (slika 14).



Slika 14:

Kada dijete usvoji koncept proširivanja i skraćivanja razlomaka, bit će u

stanju modelirati bilo koji razlomak sa zadanim štapićem kao nazivnikom. Primjerice: „Modeliraj razlomke  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  tako da ti tamnozeleni štapić posluži kao nazivnik.“

Potičite djecu da pomoću Cuisenaireovih štapića pitanja kao što su: „Koji štapić iznosi  $\frac{1}{2}$  narančastog? Kako znaš? Ako je svjetlozeleni štapić  $\frac{1}{3}$ , koji štapić je jedno cijelo? Ako je tamnozeleni štapić  $\frac{3}{4}$  koji štapić je jedno cijelo? Što je veće:  $\frac{1}{2}$  ili  $\frac{1}{3}$ ?“

## 6.1 Aktivnost: Nalaženje najmanjeg zajedničkog nazivnika

Primjer: Nađi najmanji zajednički nazivnik razlomaka  $\frac{1}{2}$  i  $\frac{1}{3}$ .

1. Odaberimo štapiće koji reprezentiraju nazivnike. U ovom primjeru uzimamo crveni štapić (2) i svjetlozeleni štapić (3).
2. Napravimo „vlakić“ od crvenih i „vlakić“ od svjetlozelenih štapića dok ne postanu iste duljine. „Vlakić“ nastaje kada krajeve štapića pristonimo jedan na drugi.
3. Izbrojimo ukupan broj štapića koji smo koristili za svaki od vlakića. U ovom primjeru smo koristili 3 crvena štapića koji vrijede 2 jedinice tj.  $3 \cdot 2 = 6$  odnosno 2 svjetlozelena štapića duljine 3 tj.  $2 \cdot 3 = 6$ . Zato je najmanji zajednički nazivnik 6.

Ova aktivnost prikazana je na slici 15.



Slika 15:

## 6.2 Aktivnost: Zbrajanje razlomaka

Nakon što je dijete usvojilo koncepte proširivanja razlomaka i traženja najmanjeg zajedničkog nazivnika spremno je za usvajanje koncepta zbrajanja razlomaka. Djeca kod zbrajanja razlomaka često čine greške kao što su:

1.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$

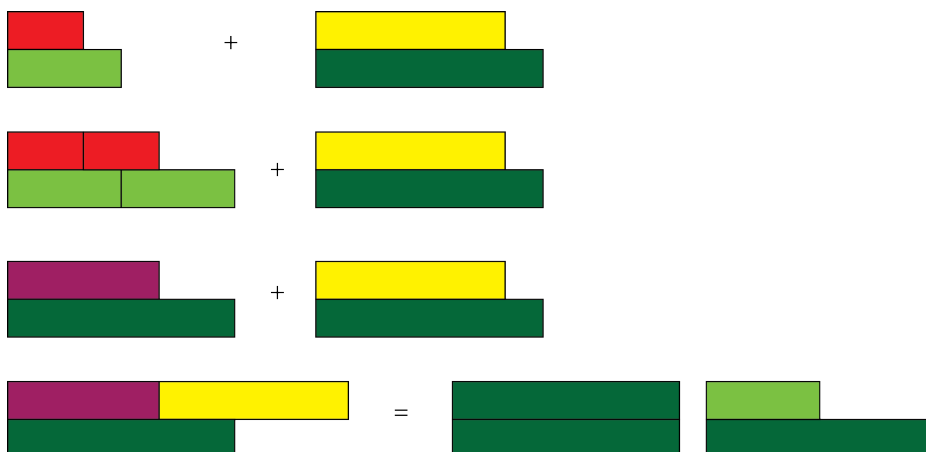
2.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$

3.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 7$

Sva tri primjera pokazuju da dijete ne razumije koncept razlomaka te nužnost pokazivanja koncepta zbrajanja razlomka na odgovarajućim modelima.

Primjer: Izračunaj  $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ .

Na slici 16 prikazan je postupak zbrajanja razlomaka koji treba proći s djetetom. Nastavnik vodi aktivnost te potiče dijete na što više zaključivanja i samostalnog rada.



Slika 16:

## 7 Napomena

U ovom radu naglasak je na izvođenju aktivnosti pomoću Cuisenaireovih štapića, no treba reći da koristiti samo jednu vrstu didaktičkog materijala je kao ne koristiti nikakav didaktički materijal. Nijedan didaktički materijal ne može biti dobar za sve koncepte niti za svu djecu. Ukoliko se koristi samo jedna vrsta materijala, dijete može zaključiti da je koncept ovisan o određenom materijalu. Primjer za to su djeca koja kod zbrajanja neprestano crtaju brojevnju crtu, čak i kada to nije potrebno, jer je učitelj za objašnjavanje koncepta zbrajanja uvijek koristio brojevnju crtu. Djeca mogu postati

vezana za određeno pomagalo te kad im se ponudi neko drugo pomagalo nisu u stanju obaviti zadatak. U radu s manipulativnim materijalom treba biti kreativan te ne ograničavati materijal samo za određene matematičke koncepte.

## Literatura

- [1] A. W. Hunt, K. L. Nipper, L. E. Nash, *Virtual vs. Concrete Manipulatives in Mathematics Teacher Education: Is One Type More Effective Than the Other?*, *Current Issues in Middle Level Education* **16**(2011), 1–6.
- [2] *Guidance to support pupils with dyslexia and dyscalculia*, Department for Education and Skills, London, 2001.  
[http://www.secondarymaths.co.uk/Inclusion/SEN/nn\\_dyslexia-051201.pdf](http://www.secondarymaths.co.uk/Inclusion/SEN/nn_dyslexia-051201.pdf)
- [3] M. C. Sharma, *Matematika bez suza*, Ostvarenje, Buševac, 2001.
- [4] R. Bird, *Diskalkulija: praktični priručnik*, Ostvarenje, Buševac, 2009.