

Primjena ERR okvira na nastavnu jedinicu: aritmetička sredina*

JOSIPA AKALOVIĆ ANTIĆ¹, ANITA HARMINA², JOŠKO METER³

Sažetak

Razne suvremene metodičko-didaktičke tehnike poučavanja nastavnima matematike i statistike često se čine vrlo zanimljivima, ali neprimjenjivima u njihovoj nastavi. Cilj ovog rada je ustanoviti mogu li se suvremene tehnike poučavanja primijeniti na nastavu matematike i statistike, te ocijeniti mogu li se, uz ulaganje dodatnog vremena i truda u promišljanje i pripremu nastave na drugačiji način, postići pozitivne razlike u motivaciji, aktivnosti i ostvarenoj razini razumijevanja i znanja studenata. U radu je opisana organizacija i provedba nastavne jedinice „Aritmetička sredina” iz predmeta Poslovna statistika u četiri grupe prve godine prijediplomskog studija na Veleučilištu Vern’ u akademskoj godini 2011./2012. prema ERR okviru za poučavanje. ERR okvir sastoji se od faze evokacije (E), faze razumijevanja značenja (R) i faze refleksije (R). Pri tome su za pripremu i provedbu nastave, između brojnih tehnika ERR okvira, u fazi evokacije korištene tehnike vodiči uoči učenja (izvedba u obliku križaljke) i iskustveno učenje, u fazi razumijevanja značenja korištena je tehnika mini-predavanja, a u fazi refleksije tehnike slagalice i vodiči za učenje (izvedba u obliku pitanja točno/netočno). Pokazalo se kako ERR okvir za poučavanje nije teško prilagoditi nastavnim sadržajima ako je nastavnik motiviran poboljšati kvalitetu izvođenja nastave i u većoj mjeri potaknuti razvoj kritičkog mišljenja i aktivnog učenja kod studenata. Nakon provedene nastave uočeno je da su studenti bili motiviraniji nego inače, da su aktivno sudjelovali u novim iskustvima učenja, a da je sama nastava bila dinamičnija, raznovrsnija i interaktivna te da je primjenom tehnika ERR okvira težište s nastavnika prebačeno na studente. Na taj način stvorena je bolja podloga za konstruktivno učenje čiji je rezultat trajno znanje studenata. Na osobnom planu nastavnika osjećala se veća zahtjevnost u pripremi nastave i upravljanju vremenom prilikom njene izvedbe, ali se isto tako osjećalo i više entuzijazma u svim dijelovima nastavnog procesa.

*Predavanje održano na 6. kongresu nastavnika matematike RH, 2014. godine u Zagrebu

¹Josipa Akalović Antić, Veleučilište VERN’, Zagreb

²Anita Harmina, Veleučilište VERN’, Zagreb

³Joško Meter, Veleučilište VERN’, Zagreb

Ključne riječi: *aktivno učenje matematike i statistike, ERR okvir, poučavanje matematike i statistike, suvremene tehnike poučavanja*

1. Uvod

Često se može čuti kako su za loše rezultate studenata iz matematičkih kolegija krivi, između ostalog, i nastavnici koji koriste zastarjeli „ex cathedra” oblik poučavanja te ne pronalaze prihvatljiv način na koji studentima mogu približiti gradivo. Cilj ovog rada je opisati neke nove tehnike poučavanja te pokazati njihovu konkretnu primjenu na nastavnu jedinicu „Aritmetička sredina”. Također, s obzirom da je za ovakav, drugačiji pristup potrebno više vremena, promišljanja i kreativnosti za pripremu nastave, cilj je i uvjeriti se da su studenti motiviraniji, aktivniji te da je ostvarena veća razina razumijevanja i znanja studenata. Izabrana je nastavna jedinica iz predmeta Poslovna statistika, a nastava je provedena u četiri grupe prve godine prijediplomskog studija na Veleučilištu Vern’ u akademskoj godini 2011./2012.

Motivacija za ovaj rad došla je prilikom pohađanja radionice „Aktivno učenje i kritičko mišljenje u visokoškolskoj nastavi” u organizaciji Foruma za slobodu odgoja. Na svakoj od ukupno četiri radionice učile su se, a ujedno i primjenjivale, brojne tehnike suradničkog i iskustvenog učenja, a nastava je bila organizirana prema ERR okviru za poučavanje. ERR okvir sastoji se od faze evokacije (E), faze razumijevanja značenja (R) i faze refleksije (R). Osnovne značajke ERR okvira odnose se na poticanje kritičkog mišljenja i dubinsku obradu informacija. U fazi evokacije ciljevi su povezati postojeće znanje s novim znanjima te kod studenata pobuditi znatiželju i motivaciju za učenjem novoga gradiva. U fazi razumijevanja značenja studenti dolaze u dodir s novim informacijama koje bi trebali usvojiti, a u fazi refleksije studenti razmišljaju što su naučili u prethodnoj fazi i čvrsto povezuju novo znanje s postojećim. ERR okvir nudi brojne tehnike za osiguranje aktivnog učenja i dubinske obrade informacija. Tehnike ERR okvira pokazale su se primjenjivima u skupinama svih veličina, jednostavne su za primjenu i ne zahtijevaju nikakav poseban pribor, opremu ili prostor. U radu su za pripremu i provedbu nastave u fazi evokacije korištene tehnike vodiči uoči učenja (izvedba u obliku križaljke) i iskustvenog učenja, u fazi razumijevanja značenja korištena je tehnika mini-predavanja, a u fazi refleksije tehnike slagalice i vodiči za učenje (izvedba u obliku pitanja točno/netočno).

2. ERR okvir

ERR (Evokacija – Razumijevanje značenja – Refleksija) okvir prvi su put opisali Vaughn i Estes (1986.), a modificirali su ga Meredith i Steele (1997.). Osnovne značajke ERR okvira odnose se na poticanje kritičkog mišljenja i dubinske obrade informacija. Ovaj okvir omogućuje učenicima/studentima povezivanje postojećih i novih znanja, aktivno uključivanje u nastavu i u iskustva koja proizlaze iz kombiniranja postojećih i novih znanja te razvoj kritičkog razmišljanja o novim znanjima (Benge Kletzien, Vizek-Vidović i Cota Bekavac, 2005.).

Poticanje kritičkog mišljenja kod učenika je svakako težak zadatak, posebno ako se uzme u obzir kako je sam termin kritičko mišljenje teško definirati. Kritičko mišljenje je neovisno mišljenje, ne nužno originalno, budući da je moguće usvojiti tuđe vrijednosti, uvjerenja ili ideje, a osjećati ih svojim. U kritičkom mišljenju informacija je prolazna, a ne krajnja točka mišljenja, jer za formiranje složenih misli potrebno je tradicionalno naučene činjenice, ideje, tekstove, teorije, podatke i pojmove učiniti osobnim, smislenim i upotrebljivim. Kritičko mišljenje počinje pitanjima, problemima koje valja riješiti, pri čemu je presudno kod učenika/studenata osvijestiti činjenicu da problemi i pitanja postoje svuda oko njih i usmjeriti ih na razmišljanje i formulaciju problema iz njihovog vlastitog iskustva i konačno na učenje kroz traženje vlastitog rješenja. Kritičko mišljenje zahtijeva razložnu argumentaciju koja podrazumijeva: iznošenje tvrdnje (teze, temeljne zamisli) koju valja potkrijepiti nizom razloga, od kojih svaki mora biti potkrijepljen dokazima, a u pozadini svih ovih elemenata leži jamstvo, pretpostavka koja opravdava cijeli argument. Kritičko mišljenje je društveno mišljenje jer se zamisli provjeravaju i dorađuju kad ih se dijeli s drugima. Time se omogućava produktivna razmjena ideja i tolerantno uvažavanje različitih stavova, pažljivo slušanje drugih i preuzimanje odgovornosti za vlastita mišljenja. Praktični izazov je pretvoriti ovu slojevitú definiciju kritičkog mišljenja u praktične svakodnevne razredne navike (Benge Kletzien i Cota Bekavac, 2005.). Svi nastavnici žele da studenti nauče o predmetu misliti neovisno, da mogu primijeniti naučene činjenice, da su sposobni formulirati pitanja koja će ih navoditi na razmišljanje i istraživanje, da stvaraju zaključke te da o svojem znanju mogu uspješno pisati i raspravljati s drugima. Međutim, nastavnici često očekuju da će se studenti samostalno pobrinuti za vlastitu motivaciju, znatiželju, traženje pitanja i odgovora i konačno, primijeniti teoriju u praksi. U tom smislu nastavnici često nedovoljno potiču studente na učenje šire od učenja za potrebe polaganja ispita.

Istraživanja pokazuju da se među studentima u pravilu mogu prepoznati dva opća pristupa učenju koji se prvenstveno razlikuju s obzirom na postavljeni cilj učenja. Jedan je pristup usmjeren na memoriranje što većeg broja podataka i naziva se *površinskim pristupom*. Taj pristup povezan je s konceptom pasivnog primanja informacija. Drugi pristup naziva se *dubinski pristup učenju* i usmjeren je na postizanje razumijevanja i ostvarenje smisla učenja. Dubinski pristup učenju povezan je s konceptom aktivnog učenja. Glavna obilježja svakoga od ovih dvaju pristupa prikazana su u tablici 1.

Istraživači ističu da ta dva pristupa treba promatrati u odnosu na prirodu pojedinih područja. Primjerice, područje prirodnih znanosti obično je usmjereno na površinski pristup učenju kroz učenje podataka, formula i specifičnih tehnika rješavanja problema. Pri poučavanju prirodoslovlja i matematike studenti često vjeruju da je sve objektivno, da ne postoji tumačenje. Nastavnici trebaju stoga studente prirodoslovno-matematičkih i tehničkih znanosti podučiti da čak i objektivne mjere, laboratorijski pokusi i opažanja na terenu podliježu tumačenju, te da je i ovdje potrebno

promišljati o predrasudama i pretpostavkama (Benge Kletzien, Vizek-Vidović i Cota Bekavac, 2005.).

Tablica 1. Obilježja površinskog i dubinskog pristupa učenju

Obilježja površinskog pristupa	Obilježja dubinskog pristupa
<ul style="list-style-type: none"> • Svrha učenja: rješavanje zadataka • Usmjerenost na znakove u zadatku • Memoriranje koraka potrebnih za izvedbu zadatka • Mehaničko povezivanje pojmova i činjenica • Nemogućnost izvođenja općih načela iz pojedinačnih slučajeva • Učenje se doživljava kao nametnuta obaveza 	<ul style="list-style-type: none"> • Svrha učenja: razumijevanje problema • Usmjerenost na bitno u zadatku • Povezivanje novog znanja s postojećim • Povezivanje znanja među područjima • Povezivanje teorijskih postavki sa svakodnevnim iskustvom • Povezivanje i razlikovanje argumenata i činjenica • Organizacija sadržaja u smislenu cjelinu • Učenje se doživljava kao unutrašnja potreba za traženjem smisla
Ishod: Znanje odvojeno od mogućnosti upotrebe, naglasak na udovoljavanju zahtjevima ispita.	Ishod: Razumijevanje bitnog, jasnoća spoznaje, ustrajnost u radu.

Izvor: Benge Kletzien, Vizek-Vidović i Cota Bekavac, 2005.

2.1. Evokacija

Ova faza ERR okvira temelji se na predznanju studenata o nekoj temi. Nastavnik od studenata traži da razmisle o tome što već znaju, a učenje ovisi o povezivanju postojećeg znanja s novim znanjima (Anderson, 1994.). Informacije koje se ne mogu povezati s postojećim znanjem brzo se zaboravljaju. Nastavnik u ovoj fazi može odrediti koliko je predznanje studenata, saznati njihove stavove o temi, te uočiti greške ili zablude u razmišljanju, što je sve bitno za planiranje daljnjih nastavnih aktivnosti. U fazi evokacije nastavnikov je cilj također kod studenata pobuditi znatiželju i motivaciju za učenjem novog gradiva, što se očituje u postavljanju pitanja nastavniku, mogućnosti uviđanja svrhe učenja novog gradiva, čime studenti zapravo sami sebe usmjeravaju u učenju (Hidi i Harackiewicz, 2000.).

U fazi evokacije mogu se koristiti mnoge tehnike kojima se potiče razmišljanje o nekoj temi i motiviranje za učenjem novog znanja. Neke od tih tehnika vrlo su jednostavne, na primjer *razmisli i razmijeni u paru* (*think/pair/share*) (Vizek-Vidović, Benge Kletzien i Cota Bekavac, 2005.), dok neke zahtijevaju veći trud nastavnika u organiziranju i planiranju, na primjer *grozdovi* (*clustering*), kod kojih studenti izrađuju vizualne (mentalne) mape postojećeg znanja ili *ispremiješane rečenice* (*scrambled sentences*), kod kojih studenti moraju odrediti slijed rečenica na temelju svojeg predznanja (Benge Kletzien, Vizek-Vidović i Cota Bekavac, 2005.).

2.2. Razumijevanje značenja

Razumijevanje značenja druga je faza ERR okvira u kojoj studenti slušajući predavanje, gledajući film, čitajući tekst ili izvodeći pokus dolaze u dodir s novim informacijama koje bi trebali usvojiti. Važno je da i u ovoj fazi studenti ostanu aktivno uključeni, motivirani i znatiželjni. Također, studenti u ovoj fazi moraju pratiti svoje razumijevanje: moraju biti svjesni toga razumiju li ono što čuju ili pročitaju. Studenti to trebaju postići praćenjem razumijevanja kroz aktivno povezivanje novih informacija s postojećim znanjem. Studenti doduše često nisu niti svjesni toga da ne razumiju novo gradivo.

U ovoj se fazi mogu primijeniti primjerice tehnike *vodiči za učenje (study guides)*, *tehnika tablica (charts)* i mnoge druge (Benge Kletzien, Vizek-Vidović i Cota Bekavac, 2005.).

2.3. Refleksija

U fazi refleksije studenti razmišljaju što su naučili u prethodnoj fazi i čvrsto povezuju novo znanje s postojećim. Kako bi zaista razumjeli ono što uče, studenti moraju dubinski obrađivati informacije i povezivati ih s postojećim znanjem. U fazi refleksije od studenata se često traži da svoje znanje prošire na pitanja iz stvarnog života.

Većina tehnika kojima se to može postići potiču studente na raspravu te pisanje ili izražavanje novih spoznaja na druge načine, primjerice tehnika *Vennovih dijagrama*, *tehnika kocke (cubing)*, *tehnika znam, želim znati, naučio/la sam (KWL – Know/Want to Know/ Learn(ed))*, *tehnika slagalice (jigsaw)* i mnoge druge (Benge Kletzien, Vizek-Vidović i Cota Bekavac, 2005.).

Uloga refleksije u poučavanju odnosi se jednako na studente kao i na nastavnike. Studente treba poticati na refleksiju, razmišljanje o onome što su doživjeli učenjem kroz vlastito iskustvo. Refleksiju u učenju potičemo postavljanjem pitanja otvorenog tipa, poticanjem samostalne analize i kritičkog razmatranja ideja i prakse. Ako nastavnik slijedi ERR okvir za poučavanje, onda na kraju nastavnog sata na temelju refleksija studenata dobije uvid u to kako su studenti razumjeli izvedenu nastavu. To može biti korisno u procesu planiranja sljedeće nastavne jedinice ili nekog drugog načina provjere studentskog napretka (Vizek-Vidović i Vlahović-Štetić, 2005.)

Međutim, i nastavnici neprestano trebaju razmišljati o tome kako poučavaju, odnosno nužno je svjesno razmatranje vlastite prakse poučavanja. Razlike u stupnju refleksije kod nastavnika, ali i u ponašanju uopće, rezultiraju različitim stilovima poučavanja. Stoga je važno osvijestiti vlastiti stil poučavanja. Neusklađenost stila poučavanja sa stilom učenja studenata može biti razlog neuspjeha u učenju, jednako kao i uobičajeni problemi nedovoljne motivacije i predznanja studenata (Cota Bekavac, Grozdanić i Benge Kletzien, 2005.).

3. Tehnike ERR okvira

ERR okvir nudi brojne tehnike za osiguranje aktivnog učenja i dubinske obrade informacija. Tehnike ERR okvira pokazale su se primjenjivima u skupinama svih veličina, jednostavne su za primjenu i ne zahtijevaju nikakav poseban pribor, opremu ili prostor. Mogu se koristiti kao posebne tehnike za ostvarenje najraznovrsniji ciljeva, ali se mogu vrlo uspješno ugraditi i u predavanja (na početku, za vrijeme ili na kraju predavanja), čime se osigurava aktivno uključivanje studenata u nastavničko predavanje kao najzastupljeniji oblik poučavanja novog gradiva (Benge Kletzien, Vizek-Vidović i Cota Bekavac, 2005.).

U nastavku su opisane tehnike odabrane za provedbu nastavne jedinice „Aritmetička sredina”.

3.1. Vodiči uoči učenja (anticipation guides) / Vodiči za učenje (study guides)

Karakteristika tehnike *vodiči uoči učenja* je da studente usmjerava na važne aspekte nekog gradiva, povećava zanimanje i uključenost studenata u razumijevanje gradiva, posebno ako podsjeća na igru ili zagonetku. Najčešće se sastoji od većeg ili manjeg broja pitanja ili tvrdnji koje studenti mogu koristiti na nastavi ili pri samostalnom proučavanju gradiva izvan nastave (Head i Readence, 1986.).

Najkraće trajanje ove tehnike je 10 minuta. Potrebno je pripremiti niz pitanja na koja studenti trebaju dati odgovor ili niz tvrdnji čiju točnost trebaju procijeniti, a vezano uz one dijelove gradiva na koje nastavnik želi usmjeriti studente. Pitanja mogu biti formirana i tako da potiču studente da se dosjete svega što znaju o gradivu ili nastoje predvidjeti ono što još ne znaju. Najčešće se koriste pitanja zatvorenog tipa (u kojima se očekuje jedan nedvosmisleni odgovor) prije predavanja o određenom gradivu, gledanje videozapisa o tom gradivu ili nekog drugog načina prezentiranja gradiva. Kako bi se izbjeglo da nauče pogrešno, nastavnik po završetku aktivnosti traži studente da prikažu svoje odgovore ili ih pregledava. Tehnika se može izvoditi individualno ili grupno.

Kad se studentima u tijeku obrade gradiva daje slična lista tvrdnji ili pitanja kao u tehnici *vodiči uoči učenja*, sa svrhom usmjeravanja na najvažnije ili najteže razumljive dijelove, tehnika se zove *vodiči za učenje (study guides)* (Temple i sur., 2001.; Vacca i Vacca, 1989.).

3.2. Iskustveno učenje

Iskustveno učenje je učenje iz vlastitog iskustva. Cilj takvog učenja je studente osposobiti za prenošenje naučenog u stvarni život i rad. U akademskoj sredini učenje je namjerno: propisano je što treba naučiti, a pažljivo je strukturiran i način učenja. Ako učenje treba studente pripremati za život, odnosno buduće profesionalne

aktivnosti, onda akademsko učenje treba omogućiti povezivanje i primjenu znanja i vještina u realnim životnim situacijama. Zato nastavnici trebaju koristiti primjere, simulacije, studije slučajeva i praktične eksperimente ili istraživanja, paralelno s teorijskim postavkama, kako bi teoriju smjestili u kontekst i učinili je relevantnom. U razvoju iskustvenog učenja posebno veliku primjenu imaju i tehnike suradničkog učenja (Cota Bekavac, Grozdanić i Bengé Kletzien, 2005.).

3.3. Mini-predavanje

Istraživanja pokazuju da su predavanja još uvijek najčešći način poučavanja, kao i najviše kritizirani način poučavanja. Razlog tome je niska djelotvornost predavanja nakon proteka 15 minuta, kad pažnja većine studenata počinje naglo opadati, čak i kad slušaju vrlo kvalitetnog nastavnika (Eggen i Kauchak, 1994.).

Djelotvornosti predavanja pridonosi ako se ono dobro prilagodi težini gradiva, vremenu koje je na raspolaganju, ako se nastavnik izražava razumljivo i jednoznačno, te ako logički usmjerava studente i vodi ih prema ostvarenju ciljeva predavanja. Takva dobra organizacija prije svega ovisi o kvalitetnom planiranju i pripremljenosti nastavnika. Situacije u kojima studenti prestaju pratiti predavanje mogu se izbjeći ako nastavnik pozorno prati reakcije studenata i što češće predavanje prekida pitanjima koja su izazovna, ali ujedno i dovoljno jednostavna da na njih svi imaju priliku odgovoriti, zadacima ili nekom od prikladnih tehnika. Na te načine se predavanje razbija na manje dijelove, tzv. mini-predavanja, čime cijelo predavanje može postati interaktivan i aktivniji način rada (Benge Kletzien, Vizek-Vidović i Cota Bekavac, 2005.).

3.4. Slagalica (jigsaw)

Ovo je jedna od najpoznatijih tehnika *suradničkog učenja* u čiju je pripremu obično potrebno uložiti dosta vremena. Glavna joj je značajka da je svaki student u prilici proučiti neki novi dio gradiva i u suradnji s drugim studentima pripremiti vlastito predavanje o tom gradivu koje zatim prezentira u maloj grupi (Arends, 1991.; Meredith i sur., 1998.; 1999.; Temple i sur., 2001.). Time se svim studentima daje prilika da poučavaju jedni druge o novom gradivu. Čini se da je ovakav način rada vrlo motivirajući za studente. Ako svatko dobro obavi svoj dio zadatka, onda „slaganjem” dijelova, u grupama, zajedno prouče gradivo i nauče nešto novo (Cota Bekavac, Grozdanić i Bengé Kletzien, 2005.).

Najkraće trajanje tehnike je 30 minuta. Gradivo koje studenti trebaju proučavati nastavnik prvo podijeli na manji broj dijelova (n). Studenti se zatim dijele u grupe prema broju dijelova na koje je podijeljeno gradivo koje se proučava, i to prvo u „ekspertne” grupe, u kojima su svi studenti zaduženi zajedno proučavati jedan od dijelova gradiva, a zatim u „matične” grupe koje imaju onoliko članova koliki je broj dijelova gradiva, a u kojima se nalazi po jedan predstavnik svakog dijela gradiva iz

„ekspertne” grupe. Radi uštede vremena, poželjno je studente na početku rada rasporediti u ekspertne grupe. To se najbrže može učiniti tako da se svakom studentu pridruži jedan broj od 1 do n. Kad studenti s istim brojem formiraju ekspertne grupe, ako je broj studenata veći od šest, može ih se dodatno podijeliti u dvije ili više podgrupa. Broj ekspertne skupine treba odgovarati rednom broju dijela gradiva koje ta grupa proučava i priprema za poučavanje kolega. Također, potrebno je označiti i matične grupe, tako da se studenti iz ekspertnih grupa znaju vratiti u matične grupe, što se može učiniti pridruživanjem slovnih oznaka matičnim grupama. Ako ima dovoljno vremena, može se nekoliko minuta posvetiti odabiru imena svake matične grupe, čime se u svakoj grupi može postići osjećaj zajedništva. Nakon što studenti u ekspertnim grupama prouče svoj dio gradiva i izdvoje što je najvažnije, bitno je da porazgovaraju o onome što su izdvojili kao ključno i o tome kako bi to bilo najbolje prenijeti članovima matične grupe. Za vrijeme rada u ekspertnim grupama, nastavnik ih obilazi, prati njihov rad, odgovara na pitanja ili se uključuje ako smatra potrebnim. Kad se studenti razmjestu u matične grupe, redoslijedom određenim rednim brojem dijela gradiva studenti održavaju kratka predavanja o gradivu i poučavaju ostale članove grupe, koji zapisuju bilješke, postavljaju pitanja onom koji ih poučava o svom dijelu gradiva. U tijeku rada matičnih grupa nastavnik obilazi grupe, sluša predavanja, pitanja i odgovore te se uključuje po potrebi. Nakon primjene tehnike slagalice preporučuje se koristiti još neku tehniku kojom će se provjeravati razumijevanje gradiva naučenog slagalicom. Grupe koje ranije završe mogu odmah započeti s tom tehnikom provjere razumijevanja, a ostale mogu to napraviti kod kuće.

U primjeni tehnike slagalice iznimno je važno vrlo precizno odrediti kako će se grupe formirati, kako će se rasporediti studenti koji su „ostatak” te kako označiti ili imenovati grupe. Način raspoređivanja studenata u ekspertne i matične grupe poželjno je i nacrtati na ploči. Za svaki dio primjene tehnike slagalice potrebno je predvidjeti dovoljno vremena tako da svi stignu sve napraviti i u ekspertnim i u matičnim grupama, a ne unaprijed odrediti neko razdoblje u kojem se sve to mora obaviti. Pri prvoj obradi nekog gradiva na ovom tehnikom potrebno je predvidjeti što će se učiniti ako studenti ne završe u raspoloživom vremenu ili završe mnogo ranije ili budu velike razlike u bilo ekspertnim bilo matičnim grupama u vremenu koje im je potrebno. Iskustva pokazuju da većina nastavnika u početku primjene tehnika suradničkog učenja predvidi manje vremena nego je stvarno potrebno. Međutim, kako i nastavnici i studenti postaju iskusniji u određenom načinu rada, tako se obično smanjuje trajanje primjene neke tehnike, pa tako i slagalice, a i procjene potrebnog vremena postaju sve preciznije.

4. Priprema nastavne jedinice prema ERR okviru

Studij, godina studija: Studij turizma, 1. godina

Kolegij: Poslovna statistika

Nastavna cjelina: Temeljne karakteristike numeričkih nizova

Nastavna jedinica: Aritmetička sredina

Ukupno vrijeme za izvedbu nastavne jedinice: 90'

Nastavna sredstva i pomagala: ploča, fotokopije dodatnih materijala

Cilj nastavne jedinice je postići da studenti:

- razumiju pojam aritmetičke sredine i njenu ulogu,
- nauče računati aritmetičku sredinu negrupiranog niza,
- nauče računati aritmetičku sredinu grupiranog niza bilo da su podaci grupirani u grupe ili u razrede,
- mogu precizno interpretirati izračunatu aritmetičku sredinu,
- upoznaju osnovna svojstva aritmetičke sredine i usvoje ih kroz provjeru na konkretnim primjerima.

Evokacija – predviđeno trajanje 15'

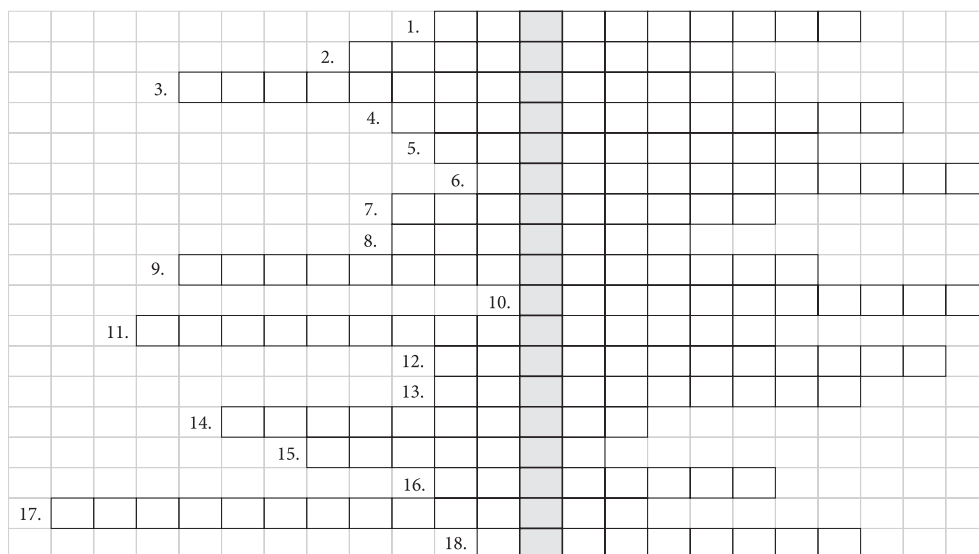
Ciljevi:

- ponoviti osnovne pojmove koji će se koristiti u daljnjem radu,
- potaknuti znatiželju studenata.

Tehnika: Vodiči uoči učenja – Križaljka

U fazi evokacije korištena je tehnika *vodiči uoči učenja*, u kojoj su pitanja/tvrđnje o prethodno usvojenom gradivu formulirane u obliku križaljke (slika 1). Svakom studentu podijeljen je list papira na kojem je križaljka koju treba samostalno ispuniti te odgonetnuti temeljni pojam. Pri tome je dopušteno korištenje bilježnice te po potrebi pomoć susjednog kolege ili nastavnika. Temeljni pojam ujedno predstavlja i temu nastavne jedinice, a pitanja služe za ponavljanje osnovnih pojmova koji se smatraju usvojenima. Time se zaokružuje ranije naučeno gradivo, ponavljaju pojmovi potrebni za razumijevanje novoga gradiva i potiče motivacija za novim gradivom.

Ciljevi ove aktivnosti su djelomično ispunjeni. Naime, u predviđenom vremenu stigao se ponoviti samo dio pojmova, a studenti su vrlo brzo odgonetnuli traženi pojam pa je upitno je li potaknuta znatiželja. Za domaću zadaću trebalo je završiti križaljku. U buduću bi ovu tehniku bilo bolje koristiti u fazi refleksije na prethodnoj nastavnoj jedinici. Također, s obzirom da se studenti vrlo brzo formiraju u parove pa izostane dio samostalnog traženja odgovora na pitanje koje ne znaju „iz glave“, upute za ispunjavanje križaljke u buduću bi dobivali u fazama. U prvoj fazi bi trebalo u križaljki samostalno ispuniti pojmove koje znaju bez pomoći kolega i bilježnice, u drugoj fazi nepoznate bi pojmove tražili u bilježnici, a tek u zadnjoj fazi bi bio dopušten rad u parovima.



1. Znanstvena disciplina koja se bavi obradom podataka.
2. Vrsta obilježja čije modalitete dobijemo brojanjem.
3. Dio statistike koji se temelji na uzorku.
4. Vrsta obilježja čije modalitete dobijemo mjerenjem.
5. Vrsta obilježja čiji su modaliteti izraženi opisno.
6. Vrsta obilježja kojim se izražava stupanj posjedovanja nekog svojstva.
7. Vrsta površinskog grafikona koji se koristi za prikazivanje numeričkih statističkih nizova.
8. Vrsta linijskog grafikona koji se koristi za prikazivanje numeričkih statističkih nizova.
9. Skup jedinica čija su svojstva predmet našeg zanimanja.
10. Frekvencije koje dobijemo postupnim zbrajanjem apsolutnih frekvencija.
11. Uzorak na temelju kojeg možemo poopćavati zaključke na populaciju.
12. Dio statistike kod koje nije dopušteno poopćavanje na populaciju.
13. Ako razredi nisu jednake veličine, tada prije crtanja frekvencije treba _____.
14. Svako obilježje se javlja u više pojavnih oblika odnosno _____.
15. Kontinuiranu varijablu grupiramo u _____.
16. Svojstva jedinica statističkog skupa koja su predmet našeg zanimanja.
17. Drugi naziv za tablicu frekvencija.
18. Drugi naziv za obilježje.

Traženi pojam je:

Slika 1. Križaljka

Izvor: Vlastiti rad autora

Evokacija – predviđeno trajanje 10'

Ciljevi:

- oslanjanjem na prethodna iskustva studenata (računanje prosjeka ocjena u školi) približiti ideju računanja aritmetičke sredine na dva načina,
- kod studenata unaprijed ukloniti zazor od oznaka i formula koje će biti uvedene tako da ih se uvjeri da se radi samo o formalnom zapisu njima poznatih ideja i postupaka.

Tehnika: Iskustveno učenje

Iskustveno učenje nije formalno tehnika, no zadaci koje su dobili potiču ih da se prisjete kako su računali prosjek ocjena u srednjoj školi te na taj način znanje iz stvarnog života koriste kao podlogu za učenje novog gradiva. Zadaci su postavljeni tako da ih se navede da koriste različite načine računanja aritmetičke sredine. Tako u prvom zadatku (Z1) koriste jednostavnu aritmetičku sredinu, a u drugom zadatku (Z2) vaganu aritmetičku sredinu, tj. prvo grupiraju podatke u tablicu frekvencija (iako u tom trenutku nisu svjesni da je to što su formirali zapravo tablica frekvencija) te onda izračunavaju aritmetičku sredinu.

Z1: Na kraju prvog polugodišta mali je Ivica iz matematike imao ocjene 4, 3, 5, 4, 3, 4, 4. Koliki je prosjek njegovih ocjena?

Z2: Ivica također želi izračunati koji će mu biti prosjek ocjena na kraju prvog polugodišta. Ovu su njegove ocjene: iz hrvatskog, engleskog, fizike, tjelesnog, glazbenog, likovnog te psihologije ima zaključenu 5, iz matematike, povijesti, zemljopisa, kemije te njemačkog ima 4, a 3 ima iz biologije i talijanskog.

Aktivnost je realizirana u predviđenom vremenu, a ciljevi su ispunjeni. Zadaci nisu predstavljali nikakav problem studentima te se vidjelo da su puno puta računali prosjek ocjena na oba načina.

Razumijevanje značenja – predviđeno trajanje 30'

Ciljevi:

- usvojiti tehniku računanja jednostavne i vagane aritmetičke sredine i uvesti odgovarajuće formule,
- utvrditi razumijevanje pojma aritmetička sredina i uvježbati njeno precizno i razumljivo interpretiranje,
- motivirati studente za daljnje vezane teme i rad.

Tehnika: Mini-predavanje

U ovom dijelu uvode se novi nazivi i formule te se pri tome koriste zadaci iz faze evokacije. Nakon toga nastavnik rješava dva zadatka na podacima koji su od baš tih

studenata prikupljeni na uvodnom predavanju u kolegij Poslovna statistika, dodatnim pitanjima osigurava se praćenje i razumijevanje građiva. Podaci su prikupljeni anketom, a studenti su ih dobili grupirane u tablicu frekvencija na listu papira. U prvom zadatku (Z3) potrebno je izračunati aritmetičku sredinu statističkog niza grupiranog u grupe, a u drugom zadatku (Z4) potrebno je izračunati aritmetičku sredinu statističkog niza grupiranog u razrede. U ovom dijelu također se naglašava važnost razumijevanja interpretacije aritmetičke sredine.

Z3: Za studente grupe ST1A na uvodnom predavanju u kolegij Poslovna statistika prikupljeni su podaci o broju braće i sestara. Izračunajte i interpretirajte aritmetičku sredinu.

Broj braće/sestara	Broj studenata
0	6
1	8
2	14
(3)	5
Ukupno	33

Z4: Za studente grupe ST1A prikupljene su procjene o prosječnom dnevnom vremenu korištenja Facebook društvene mreže (izražene u satima). Izračunajte i interpretirajte aritmetičku sredinu.

Prosječno dnevno vrijeme na Facebook-u (h)	Broj studenata
0 – 1	10
1 – 2	9
2 – 3	6
3 – 4	5
4 – 5	1
5 – (8)	2
Ukupno	33

Aktivnost je realizirana u kraćem vremenu od predviđenog, za 20 minuta, a ciljevi su ispunjeni. Inače prisutan problem motivacije studenata riješen je time što se radilo sa stvarnim podacima, tj. s podacima koje su oni dali o sebi.

Razumijevanje značenja/Refleksija – predviđeno trajanje 30'

Ciljevi:

- uvesti svojstva aritmetičke sredine i utvrditi njihovo razumijevanje,
- postići aktivno sudjelovanje svih studenata.

Tehnika: Slagalica

Studenti koji su dobili uputu okrenuti se prema kolegama koji sjede iza njih te su na taj način formirane dvije matične grupe po 6 studenata te tri matične grupe po 5 studenata. Zatim je svaka matična grupa dobila kutiju s brojevima od 1 do 5 (u jednoj grupi od 6 studenata dva su imala broj 4, a u drugoj grupi dva su studenta imala broj 5). Na osnovi izvučenih brojeva formirane su nove ekspertne grupe, tj. svi studenti s izvučenim istim brojem postali su eksperti za jedno svojstvo aritmetičke sredine. Razmjешtanje u ekspertne grupe nije dugo trajalo jer je unaprijed rečeno u koji će se dio učionice smjestiti koja grupa, a za rad je korišten uobičajen razmjешtaj klupa. Svaki student je na listu papira dobio popisana sva svojstva, a broj koji su izvukli označavao je redni broj svojstva koje trebaju obraditi. Tehnikom slagalice studenti su trebali obraditi sljedeća svojstva aritmetičke sredine:

- S1: Aritmetička sredina nalazi se između najmanje i najveće vrijednosti u nizu.
- S2: Aritmetička sredina nije dovoljno reprezentativna ako u nizu postoje ekstremno male ili ekstremno velike vrijednosti.
- S3: Aritmetička sredina distribucije frekvencija s razredima uvijek sadrži pogrešku i samo je procjena stvarne aritmetičke sredine.
- S4: Zbroj odstupanja pojedinačnih vrijednosti varijable od njene aritmetičke sredine jednak je 0, tj. za negrupirani niz vrijedi $\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) = 0$, a za grupirani niz vrijedi $\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}) \cdot f_i = 0$.
- S5: Zbroj kvadrata odstupanja pojedinih vrijednosti od aritmetičke sredine je minimalan, tj. $\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 < \sum_{i=1}^N (x_i - a)^2$, za bilo koji broj a različit od \bar{x} .

Zadatak za svaku grupu eksperata bio je smisliti vlastiti primjer (negrupiranog ili grupiranog niza) i na njemu pokazati svojstvo za koje su eksperti te međusobno pomoći jedni drugima unutar grupe u razumijevanju. Svaka ekspertna grupa trebala je dodatno pojašnjenje o tome što treba raditi. Kako su neka svojstva jednostavnija za pokazati, a druga kompliciranija, došlo je do odstupanja u utrošenom vremenu među grupama tako da su grupe sa svojstvima S1 i S2 dodatno dobile zadatak pokazati ih i na primjeru negrupiranog i grupiranog niza.

Nakon što su sve grupe završile s radom, studenti su se vratili u matične grupe te je uslijedilo međusobno poučavanje. Svaki ekspert trebao je pojasniti svoje svojstvo ostalima u grupi. U ovom dijelu su manje ekspertni studenti trebali pomoć u prenošenju gradiva te je bilo potrebno uključivanje nastavnika.

Ova aktivnost predstavlja i razumijevanje značenja i refleksiju. Naime, svojstva aritmetičke sredine predstavljaju novo gradivo pa bi iz tog razloga ova aktivnost spadala u razumijevanje značenja, no primjeri na kojima trebaju pokazati svojstva su ponavljanje gradiva od toga dana pa je to ujedno i refleksija.

Aktivnost je realizirana za 40 minuta (više od predviđenog vremena), a ciljevi su u potpunosti ispunjeni. Naime, za razliku od prijašnjih godina u kojima bi nastavnik navodio i prezentirao svojstva aritmetičke sredine na primjerima, gotovo svi studenti aktivno su sudjelovali. Također, puno veći broj studenata razumio je značenje svojstava aritmetičke sredine.

Nedostaci ove tehnike su što zahtjeva puno vremena za izvedbu, što su se neki studenti osjećali zakinutima jer im kolege „eksperti” nisu znali prenijeti gradivo na njima zadovoljavajući način i što je povremeno dinamika bila narušena zbog opuštenijeg načina rada. U buduću bi bilo dobro unaprijed zadati primjere na kojima će se pokazati svojstva kako bi se zadatak pojednostavnio te kako bi se problematična svojstva mogla još jednom pokazati na ploči, a ne svakoj grupi pojedinačno. Svojstvo S5 pokazalo se najkompliciranijim i na njega se utrošilo puno vremena u pokazivanju, a i kasnije u objašnjavanju drugim studentima, tako da ga u buduću studenti ne bi pokazivali, nego bi ga po završetku rada svih grupa nastavnik prezentirao na nekom primjeru. Također, koncept pokazivanja svojstava na primjeru studentima je potpuno nepoznat pa bi bilo dobro uvesti ga u nekoj prethodnoj nastavnoj jedinici.

Refleksija – predviđeno trajanje 5'

Cilj:

- procijeniti u kojoj su mjeri studenti usvojili neke elemente obrađene teme.

Tehnika: Vodiči za učenje – pitanja točno/netočno

Za refleksiju gradiva cijele nastavne jedinice korištena je tehnika *vodiči za učenje* koja je realizirana pomoću tvrdnji koje je trebalo označiti točnima ili netočnima. Studenti su tvrdnje dobili na listu papira, a trebali su ih raditi samostalno uz kasniju zajedničku provjeru. Tvrdnje su sljedeće:

- T1: Jednostavna i vagana aritmetička sredina dvije su različite aritmetičke sredine.
- T2: Jednostavna aritmetička sredina koristi se kada su podaci negrupirani, a vagana aritmetička sredina koristi se kada su podaci grupirani u grupe ili razrede.
- T3: Aritmetička sredina nalazi se između najmanje i najveće vrijednosti u nizu.

T4: Aritmetička sredina uvijek je reprezentativna.

T5: Aritmetička sredina distribucije frekvencija s razredima uvijek sadrži pogrešku.

T6: Zbroj odstupanja pojedinačnih vrijednosti varijable od njene aritmetičke sredine jednak je 1.

Aktivnost je realizirana u predviđenom vremenu, a cilj je ispunjen.

U cijeloj nastavnoj jedinici korišteno je ukupno 5 tehnika. Ciljevi su potpuno ili djelomično ispunjeni, a vrijeme potrebno za izvođenje pojedine aktivnosti nije uvijek bilo točno predviđeno. Ipak, sve aktivnosti realizirane su u ukupno raspoloživom vremenu.

5. Zaključak

Pokazalo se kako ERR okvir za poučavanje nije teško prilagoditi nastavnim sadržajima ako je nastavnik motiviran poboljšati kvalitetu izvođenja nastave i u većoj mjeri potaknuti razvoj kritičkog mišljenja i aktivnog učenja kod studenata.

Prednosti ovakvog načina provođenja nastave su aktivnije sudjelovanje studenata, bolje razumijevanje novog gradiva te izraženija motivacija kod većine studenata. Nastava je bila dinamičnija, raznovrsnija i interaktivna te je težište s nastavnika prebačeno na studente. Na taj način stvorena je bolja podloga za konstruktivno učenje čiji je rezultat trajno znanje studenata.

Nedostaci su uočeni jedino prilikom primjene tehnike slagalice jer se potrošilo puno vremena, a dio studenata nije bio zadovoljan jer je njihovo razumijevanje ovisilo o sposobnostima ostalih studenata da prenesu naučeno gradivo te je prilikom te aktivnosti dinamika rada bila povremeno narušena zbog grupnog rada i veće opuštenosti studenata. Međutim, bez obzira na ove nedostatke taj dio gradiva studenti su svakako bolje svladali nego prethodnih godina kada se koristio klasični način predavanja.

Na osobnom planu nastavnika osjećalo se više entuzijazma u pripremi nastave kao i u njenoj izvedbi. No, sama priprema nastave je zahtjevnija kao i upravljanje vremenom prilikom njene izvedbe.

Na temelju dosadašnjeg nastavnog iskustva autori su mišljenja kako je ključni i nezamjenjivi sastojak uspješnog svladavanja matematičkog ili statističkog gradiva samostalni rad studenta usmjeren na postizanje i utvrđivanje razumijevanja. Ima naznaka da ERR okvir potiče tako usmjereni samostalni rad studenta, što bi svakako trebalo temeljito istražiti radi donošenja utemeljenog suda o primjenjivosti i korisnosti ove metode u nastavi matematičkih predmeta.

Reference

1. Anderson, R. (1994.) Role of the readers sheme in comprehension, learning and memory. U Ruddell, R.B., Ruddell, M.R i Singer, H. (ur.) *Theoretical models and processes of reading*. Newark, D.E.: International Reading Association.
2. Arends, R. I. (1991.) *Learning to Teach*. New York: McGraw-Hill.
3. Benge Kletzien, Sh. i Cota Bekavac, M. (2005.) *Aktivno učenje i kritičko mišljenje u visokoškolskoj nastavi. Priručnik za nastavnike – Čitanje, pisanje i rasprava za poticanje kritičkog mišljenja*. Zagreb: Forum za slobodu odgoja.
4. Benge Kletzien, Sh., Vizek-Vidović, V. i Cota Bekavac, M. (2005.) *Aktivno učenje i kritičko mišljenje u visokoškolskoj nastavi. Priručnik za nastavnike – Aktivno učenje i ERR okvir za poučavanje*. Zagreb: Forum za slobodu odgoja.
5. Cota Bekavac, M., Grozdanić, V. i Benge Kletzien, Sh. (2005.) *Aktivno učenje i kritičko mišljenje u visokoškolskoj nastavi. Priručnik za nastavnike – Suradničko i iskustveno učenje*. Zagreb: Forum za slobodu odgoja.
6. Eggen, P. i Kauchack, D. (1994.) *Educational Psychology, Classroom Connections*. New York: Macmillan College Publishing Company.
7. Head, M. H., Readence, J. E. (1986.) Anticipation guides: Meaning throug prediction. U Dishner, E. K., Bean, T.W., Readence, J. E. i Moore, D. W. (Eds.), *Reading in the content areas* (2nd ed.) (Pp. 119–134). Dubuque, IA: Kendall Hunt.
8. Hidi, S. i Harackiewicz, J. M. (2000.) *Motivating the academically unmotivated: A critical issue for the 21st century*, Review of Educational Research, 70, 151-179.
9. Meredith, K. S. i Steele, J. L. (1997.) Learning and understanding. U; Kollarikova, A., Gavora, P., Steele, J. i Meredith, K. (ur.) *Critical thinking II*. Bratislava: State Pedagogical Institute of Slovakia.
10. Meredith, K. S., Steele, J. L. i Temple, C. (1998.) *Suradničko učenje*. Zagreb: Otvoreno društvo Hrvatska.
11. Temple, C., Dermendjieva, S., Indrasiene, V., Zair-Bek, S i Safin, D. (2001.) *Reading & Writing for Critical thinking in Higher Education: Strategies for Use Across the Curriculum*. New york: Open Society Institute.
12. Vacca, R. i Vacca, J. (1989.) *Content Area Reading*. New York: Harper & Collins.
13. Vaughn, J. L. i Estes, T. H. (1986.): *Reading and reasoning beyond the primary grades*. Boston, M.A.: Allyn & Bacon.
14. Vizek-Vidović, V. i Vlahović-Štetić (2005.) *Aktivno učenje i kritičko mišljenje u visokoškolskoj nastavi. Priručnik za nastavnike – Planiranje, praćenje i ocjenjivanje*. Zagreb: Forum za slobodu odgoja.