O skupovima i ljudima (jedna zaboravljena godišnjica)*

Ivo Baras[1], Renata Kožul Blaževski[2], Julija Mardešić[3]

Sažetak

Početkom sedamdesetih godina 20. stoljeća u nas je provedena ambiciozna reforma nastavnog programa matematike za osnovnu i srednju školu. Reforma je slijedila tadašnje relevantne svjetske trendove motivirane stavom da je suvremena matematika uvelike zasnovana na pojmovima teorije skupova i algebarskih struktura. Upravo se navršava 40 godina otkako je u 5. razred osnovne škole krenula generacija učenika koja je tamo po prvi put učila o skupovima, relacijama i funkcijama. Intencija je bila da pojmovi i koncepti naivne teorije skupova posluže kao osnova za izlaganje gradiva u daljnjem školovanju. Uz manje korekcije, ovaj je pristup zadržan narednih dvadesetak godina. Od devedesetih godina naovamo svjedočimo donekle obrnutom procesu. S ciljem rasterećenja nastavnog programa došlo je do praktičnog izbacivanja skupova i funkcija iz gradiva matematike u osnovnim školama, što je 2006. godine formalizirano donošenjem HNOS–a. Najavljuju se i nove promjene kurikuluma u tom smjeru. Bez namjere da u pitanje dovodi opravdanost i svrhu rasterećenja, ovaj rad prati neke od posljedica toga procesa donoseći iskustva iz nastave matematike na tehničkim fakultetima i višim školama.

Ključne riječi: *skup, funkcija, nastava matematike, reforma nastavnog programa, rasterećenje.*

Uvod

Održavajući nastavu iz kolegija Diskretna matematika studentima informacijske tehnologije na Odjelu za stručne studije Sveučilišta u Splitu, autori su u posljednjih nekoliko godina postali svjesni jednog zanimljivog fenomena: studenti iz generacije u generaciju imaju sve više problema u shvaćanju elementarnih pojmova naivne teorije skupova. Ovo je tim neobičnije jer je Diskretna matematika peti po redu matematički kolegij koji ti studenti slušaju u toku studija. Zapravo je poglavlje o skupovima

*Predavanje održano na 6. kongresu nastavnika matematike RH, 2014. godine u Zagrebu

[1]Ivo Baras, Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split,
[2]Renata Kožul Blaževski, Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split
[3]Julija Mardešić, Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split

i funkcijama u tom kolegiju zamišljeno kao uvodno, ono u kojem se samo ukratko ponavljaju i donekle proširuju osnovni pojmovi i oznake već obrađeni i korišteni u prethodnim kolegijima i služe kao uvod temama iz područja matematičke logike, binarnih relacija, teorije brojeva, kombinatorike, i drugih [1], [12]. Pretpostavljajući da studenti suvereno vladaju operacijama sa skupovima te pojmovima vezanim uz funkcije, autori su se našli iznenađeni kad su ovi pokazali nesigurnost i nesnalaženje već u ovakvim zadacima [13]:

Zadatak 1. Odredite jesu li sljedeće izjave istinite i pojasnite zašto:

a) $0 \in \{\{0\}, \phi\}$, b) $\{0\} \in \{\{0\}, \phi\}$, c) $\{0\} \subseteq \{\{0\}, \phi\}$,

d) $\{\{0\}, \phi\} = \{\{0\}\}$, e) $\{\{0\}, \phi\} \subseteq \{0\}$.

Zadatak 2. Odredite čemu su jednaki sljedeći skupovi:

a) $\phi \cap \{\phi\}$, b) $\{\phi\} \cap \{\phi\}$, c) $\{\phi, \{\phi\}\} \backslash \phi$,

d) $\{\phi, \{\phi\}\} \backslash \{\phi\}$, e) $\{\phi, \{\phi\}\} \backslash \{\{\phi\}\}$.

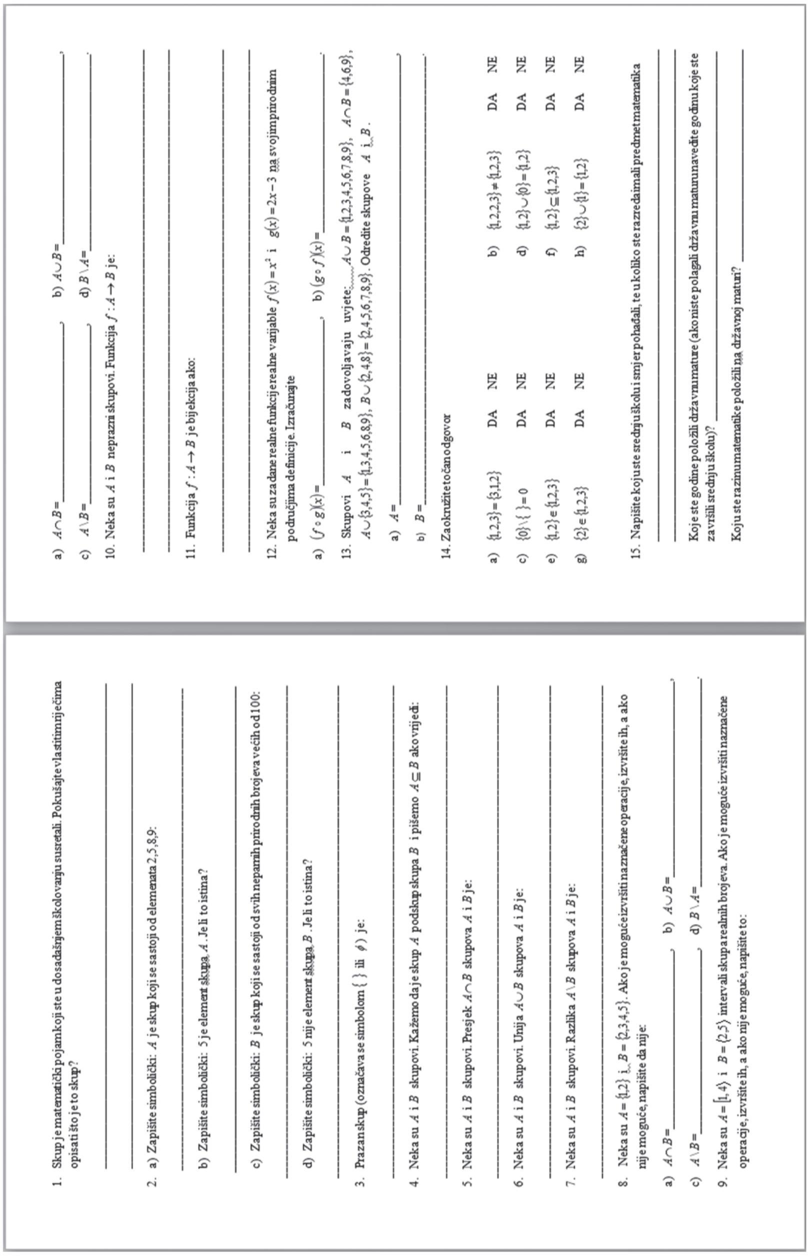
Zadatak 3. Neka je skup $S = \{2, \{4,5\}, 4\}$. Odredite koje su od sljedećih tvrdnji istinite i zašto:

a) $\{4,5\} \subset S$, b) $5 \in S$, c) $\{\{4,5\}\} \subset S$,

d) $\{5\} \in S$, e) $\{5\} \subseteq S$, f) $\{4\} \subseteq S$.

Zadaci ovakvog tipa nisu posve elementarni, ali trebali bi biti lako rješivi svakome tko poznaje osnovne Booleove operacije sa skupovima i razlikuje pojmove „element skupa" i „podskup skupa", a svakako studentima treće godine informacijske tehnologije, koji bi sličnu matematičku terminologiju trebali koristiti i u stručnim kolegijima svoga smjera. Tražeći razloge, autori su početkom semestra testirali elementarno predznanje o skupovima i funkcijama kod slušača Diskretne matematike tako što su proveli kratki nenajavljeni test (slika 1).

Test se sastojao se od četrnaest zadataka kroz koje se provjeravalo predznanje iz matematike, te se na kraju od studenta tražilo da navede srednju školu i smjer koji je pohađao, koliko je godina slušao matematiku, kao i koju je razinu iz matematike polagao na državnoj maturi. Prvi zadatak zamišljen je kao uvodni: u njemu je student trebao svojim riječima opisati pojam skupa. U drugom se tražilo da se skupovi zapišu simbolički te da se odredi i zapiše pripadnost elementa skupu. Sljedećih pet zadataka ticalo se definicije pojmova praznog skupa, podskupa, presjeka, unije i razlike dvaju skupova. Nakon toga se u dva zadatka provjeravalo poznavanje osnovnih operacija sa skupovima na primjerima konačnih skupova i intervala realnih brojeva. U desetom zadatku tražila se definicija funkcije, a u jedanaestom bijekcije. Razumijevanje pojma funkcije provjeravao je dvanaesti zadatak. Trinaesti zadatak bio je jednostavan, ali problemski. Konačno, četrnaesti je zadatak u formi DA/NE pitalica propitivao je li znanje o skupovima temeljito ili samo površno. Uzimajući u obzir da su se studenti u prethodnom školovanju uglavnom susretali sa skupovima brojeva i funkcijama definiranim na skupovima brojeva, svi su se zadaci odnosili baš na takve skupove i funkcije.



1. Skup je matematički pojam koji ste u dosadašnjem školovanju susretali. Pokušajte vlastitim riječima opisati što je to skup?
2. a) Zapišite simbolički: A je skup koji se sastoji od elemenata 2,5,8,9:
   b) Zapišite simbolički: 5 je element skupa A. Je li to istina?
   c) Zapišite simbolički: B je skup koji se sastoji od svih neparnih prirodnih brojeva većih od 100:
   d) Zapišite simbolički: 5 nije element skupa B. Je li to istina?
3. Prazan skup (označava se simbolom $\{\ \}$ ili $\emptyset$) je:
4. Neka su A i B skupovi. Kažemo da je skup A podskup skupa B i pišemo $A \subseteq B$ ako vrijedi:
5. Neka su A i B skupovi. Presjek $A \cap B$ skupova A i B je:
6. Neka su A i B skupovi. Unija $A \cup B$ skupova A i B je:
7. Neka su A i B skupovi. Razlika $A \setminus B$ skupova A i B je:
8. Neka su $A = \{1,2\}$ i $B = \{2,3,4,5\}$. Ako je moguće izvršiti naznačene operacije, izvršite ih, a ako nije moguće, napišite da nije:
   a) $A \cap B =$ ______, b) $A \cup B =$ ______,
   c) $A \setminus B =$ ______, d) $B \setminus A =$ ______.
9. Neka su $A = [1,4\rangle$ i $B = \langle 2,5\rangle$ intervali skupa realnih brojeva. Ako je moguće izvršiti naznačene operacije, izvršite ih, a ako nije moguće, napišite to:
   a) $A \cap B =$ ______, b) $A \cup B =$ ______,
   c) $A \setminus B =$ ______, d) $B \setminus A =$ ______.
10. Neka su A i B neprazni skupovi. Funkcija $f : A \to B$ je:
11. Funkcija $f : A \to B$ je bijekcija ako:
12. Neka su zadane realne funkcije realne varijable $f(x) = x^2$ i $g(x) = 2x - 3$ na svojim prirodnim područjima definicije. Izračunajte
    a) $(f \circ g)(x) =$ ______, b) $(g \circ f)(x) =$ ______.
13. Skupovi A i B zadovoljavaju uvjete: $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A \cap B = \{4,6,9\}$, $A \cup \{3,4,5\} = \{1,3,4,5,6,8,9\}$, $B \cup \{2,4,8\} = \{2,4,5,6,7,8,9\}$. Odredite skupove A i B.
    a) $A =$ ______,
    b) $B =$ ______.
14. Zaokružite točan odgovor

a)	$\{1,2,3\} = \{3,1,2\}$	DA	NE	b)	$\{1,2,2,3\} \neq \{1,2,3\}$	DA	NE
c)	$\{0\} \setminus \{\ \} = 0$	DA	NE	d)	$\{1,2\} \cup \{0\} = \{1,2\}$	DA	NE
e)	$\{1,2\} \in \{1,2,3\}$	DA	NE	f)	$\{1,2\} \subseteq \{1,2,3\}$	DA	NE
g)	$\{2\} \in \{1,2,3\}$	DA	NE	h)	$\{2\} \cup \{1\} = \{1,2\}$	DA	NE

15. Napišite koju ste srednju školu i smjer pohađali, te u koliko ste razreda imali predmet matematika

Koje ste godine položili državnu maturu (ako niste polagali državnu maturu navedite godinu koje ste završili srednju školu)?

Koju ste razinu matematike položili na državnoj maturi?

Slika 1 – Provedeni test

Računajući potpitanja, studenti su trebali ponuditi 32 odgovora. Svaki točan odgovor nosio je 2 boda, polovičan odgovor 1 bod, a netočan ili nikakav odgovor 0 bodova. Vrijeme rješavanja nije bilo strogo ograničeno: od osamnaest rješavača, najbrži su test predali već za deset, dok je najsporijima za rješavanje trebalo dvadesetak minuta. Desetorica (55.56 %) studenata imala su više od 50 % ukupnog broja bodova, a prosječno su studenti riješili 50.35 % testa. Uglavnom su pokazali elementarno razumijevanje Booleovih operacija sa skupovima, ali ne i osobitu matematičku pismenost. Primjerice, iako ih je preko 80 % sposobno skupove zapisivati pomoću vitičastih zagrada, te odrediti vrijednost Booleovih operacija na konačnim skupovima i intervalima realnih brojeva kao u zadacima 8 i 9, nisu navikli skupove zapisivati simbolički navođenjem zajedničkih svojstava elemenata. U zadatku 2.c) radije se služe ispisivanjem elemenata, a presjek, uniju i razliku skupova u zadacima 5, 6 i 7 definiraju većinom opisno, pri čemu su uobičajene problematične formulacije poput „$A \cap B$ su svi elementi koji su i u skupu A i u skupu B „umjesto”$A \cap B$ je skup svih elemenata koji su i u skupu A i u skupu B”, ili neprecizne formulacije koje počinju frazom „to je kad se...”. Primjetna je nesigurnost kod računanja razlike skupova; skoro polovina studenata računa $A \backslash B$ umjesto $B \backslash A$ i obratno, a gotovo 40 % ih smatra da operaciju razlike dvaju skupova ponekad nije moguće izvršiti (zadatak 8 i zadatak 9). Potvrdilo se da studenti miješaju pojmove „biti element” i „biti podskup”, pa ih tako gotovo 70 % smatra da je $\{2\} \in \{1, 2, 3\}$. Kuriozitet je i da preko 60 % studenata vjeruje da je $\{0\} \setminus \{\ \} = 0$.

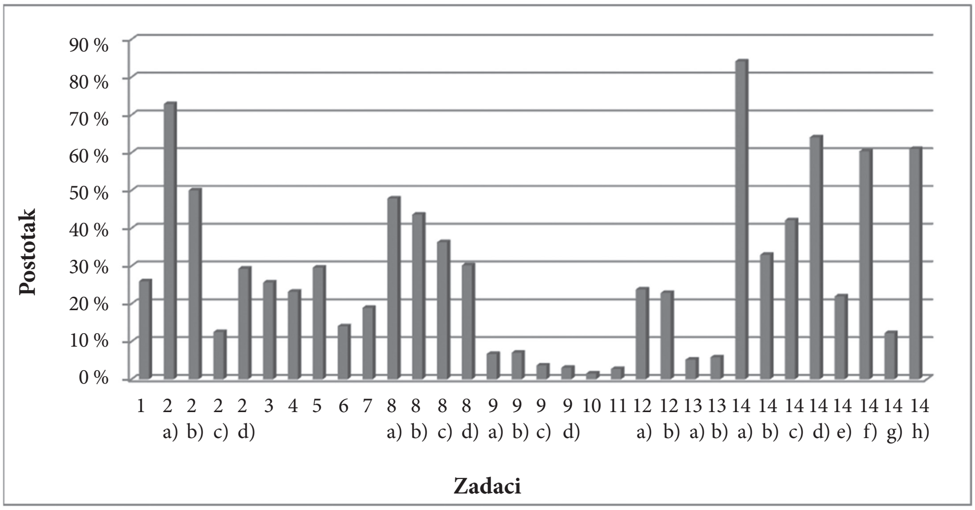
No, najveće je iznenađenje ispitivače čekalo u pitanjima vezanima za funkcije. Manje od 10 % testiranih studenata ispravno je definiralo funkciju $f : A \to B$ (zadatak 10), iako ih je 60 % znalo odrediti kompozicije funkcija u zadatku 12. Odgovori tipa „To je preslikavanje skupa A u B”, iako načelno točni, smatrani su nepotpunima i zato nezadovoljavajućima. Gotovo nitko nije točno definirao bijekciju (zadatak 11), iako je više studenata ponudilo adekvatne primjere. Da podsjetimo, radi se o studentima koji su prethodno položili Linearnu algebru i Matematičku analizu 1, kolegije prve godine, na početku kojih su im definirani pojmovi praznog skupa, podskupa, univerzalnog skupa i komplementa, te obrađene operacije presjeka, unije, razlike i simetrične razlike, zajedno s njihovim osnovnim svojstvima, Kartezijev produkt dvaju i više skupova, partitivni skup, kao i pojmovi funkcije, injekcije, surjekcije, bijekcije, ekvipotentnosti, konačnih, beskonačnih i prebrojivo beskonačnih skupova. Također su odslušali kolegije Primijenjena i numerička matematika i Matematička analiza 2. Činjenica je da se samo u radnim materijalima za predavanja i vježbe iz kolegija Matematička analiza 2 pojam skupa pojavljuje 219 puta, a pojam funkcije ravno 390 puta.

S dobrom dozom cinizma reklo bi se da se radi o studentima koji znaju derivirati i integrirati funkcije, znaju im nacrtati graf i razviti ih u red, sve im ide odlično pod uvjetom da ih se ne pita što zapravo rade. I kako je proklamirani cilj: „omogućiti studentu tehničkog studija stjecanje operativnih znanja koja će mu poslužiti u struci bez pretjeranog ulaženja u njihove matematičke detalje” time čak i nadmašen, pa studenti novog doba probleme rješavaju uspješno i bez pretjeranog ulaženja u njihovo razumijevanje. Pesimistički intonirani razgovori s kolegama koji su predavali kolegij Diskretna matematika studentima računarstva na višim godinama Fakulteta elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje u Splitu potvrdili su da je ovaj trend i tamo vrlo prisutan.

Uočavanje problema

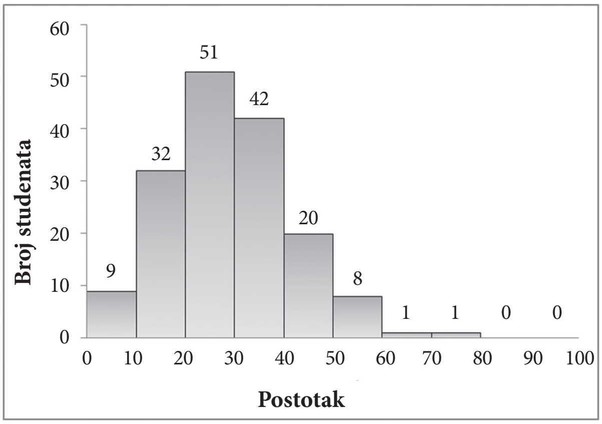
Iskustvo međutim uči da problemima treba pristupati objektivno, bez afektacije. Problem kojim se ovaj rad bavi je sljedeći: kako je moguće da nakon četrnaest godina slušanja matematike studenti nisu usvojili pojmove koji su navodno fundamentalni za modernu matematiku? Je li problem u studentima, nastavnicima, ili nečemu trećem?

Svjesni malog broja testiranih studenata i vođeni znatiželjom autori su testiranje proširili na studente drugog semestra prve godine smjerova Informacijska tehnologija, Elektrotehnika i Trgovinsko poslovanje Odjela za stručne studije Sveučilišta u Splitu tako što su proveli isti test (slika 1). Testirano je ukupno 164 studenata, od čega 58 studenata informacijske tehnologije, 46 studenata elektrotehnike i 60 studenata trgovinskog poslovanja. Ponovo su, nauštrb matematičkog simbolizma, kao točni prihvaćani odgovori u kojima bi student uglavnom ispravno opisao traženi pojam.



Slika 2. Postotak riješenosti zadataka na testu (studenti prve godine)

Podaci su analizirani primjenom *MS Excela*. Slika 2. prikazuje koji su postotak bodova ostvarili studenti na testu po pojedinim zadacima. Činjenica da su studenti postigli nešto veći broj bodova u zadatku 14 ukazuje na to da se dio studenata, ne znajući točan odgovor, vjerojatno služio razumnom taktikom nasumičnog zaokruživanja jednog od dvaju ponuđenih odgovora u pitalicama. Ovo ipak nije bitno popra-



Slika 3. Rezultati studenata prve godine na testu

vilo prilično loše rezultate. Na slici 3. prikazana je distribucija studenata s obzirom na rezultate postignute na testu, izražene u postocima. Iz nje se vidi da je svega 30 studenata (18.29 %) postiglo više od 40 % ukupnog broja bodova, dok je prosječno postignut rezultat na testu tek 28.77 %. Zamjetna je vrlo loša riješenost 9. zadatka (manje od 10 %) u kojem se trebalo operacije presjeka, unije i razlike primijeniti na intervale realnih brojeva – što je dio gradiva koji bi završeni srednjoškolci trebali dobro znati. U svjetlu ove statistike, klimavi rezultati slušača treće godine više se i ne doimaju toliko lošima.

U odličnom članku iz 2010. godine [11] Milana i Mladen Vuković su, potaknuti niskom razinom riješenosti zadataka sa skupovima i funkcijama na prijamnim ispitima PMF – Matematičkog odjela Sveučilišta u Zagrebu (zadaci slični zadatku 13 u testu), postavili niz pitanja: „Namjera nam je istaknuti neka naša iskustva s ispita (raznih kolegija i diplomskih) gdje smo prvo bili začuđeni da studenti neke stvari ne znaju. Onda smo shvatili da ih se neke osnovne stvari o skupovima zapravo nigdje ne uči... Kako objasniti ovakvu malu rješivost jednostavnih zadataka sa skupovima na prijamnim ispitima? Jednostavno: zadaci takvog tipa nisu se nigdje radili u dosadašnjem školovanju (možda malo u prirodoslovno-matematičkim gimnazijama)".

Nato su poduzeli opsežnu potragu za skupovima po osnovnoškolskim i srednjoškolskim programima i udžbenicima u posljednjih dvadesetak godina. Imajući u vidu velik broj udžbenika iz matematike za osnovnu školu te različite programe i smjerove u srednjim školama u vremenima čestih promjena kurikuluma, ovo je morao biti divljenja vrijedan trud:

„Našu potragu za skupovima u nastavnim programima i udžbenicima matematike osnovne škole možemo zaključiti ovako: Riječ „skup" koristi se samo kao ime (skupovi brojeva; grupe objekata u statistici). Uvede se oznaka $\in$ i spomene se pojam podskupa. Smatramo da je to sasvim zadovoljavajuće za osnovnu školu. Rezimirajmo rezultate naše potrage za skupovima u nastavnim programima i udžbenicima matematike za gimnazije: Prilikom rješavanja nejednadžbi uvedu se osnovne skupovne operacije (presjek, unija, razlika) te se definira pojam funkcije. Spomene se i pojam prebrojivosti... Po našem mišljenju to nije nikako dovoljno. Trebalo bi posvetiti više pažnje uvođenju skupovnih operacija... Većina studenata matematike na PMF – Matematičkom odjelu Sveučilišta u Zagrebu prije studija nije nikada čula za sljedeće pojmove: partitivni skup, komplement skupa, Kartezijev produkt, prebrojivi i neprebrojivi skupovi, a pogotovo ne za kardinalne brojeve skupova **N** i **R**. Smatramo da to nije najveći nedostatak; najveći su problemi s pojmom funkcije. Na svim fakultetima, gdje se na prvoj godini predaje matematika, osnovni pojam je funkcija. Obično se obrađuju limesi, derivacije i integrali. Teško je od studenta očekivati da bez problema prihvati te pojmove ako nije dovoljno dugo učio o funkcijama, grafovima, injekcijama... Smatramo da bi o tome trebalo voditi računa prilikom kreiranja novih nastavnih programa."

Ovo razjašnjava jedan dio uočenog problema: studenti iz srednje škole dolaze samo s površnim znanjem iz skupova i funkcija i imaju velikih poteškoća da u kratko vrijeme svladaju veliku količinu novih pojmova. Ako je to teško brucošima matematike, za koje možemo pretpostaviti da dolaze iz „dobrih" škola, kako li je tek onim drugima? Za ilustraciju, pokazalo se da od testiranih studenata Odjela za stručne studije svega oko 20 % dolazi iz gimnazija, oko 60 % iz strukovnih škola s četverogodišnjim programom matematike, dok su ostali matematiku u srednjoj školi slušali svega tri godine, ili čak manje. Svega 7 % ih na državnoj maturi ima položenu višu razinu matematike, 55 % nižu, a ostali su stariji studenti koji državnu maturu nisu ni polagali.

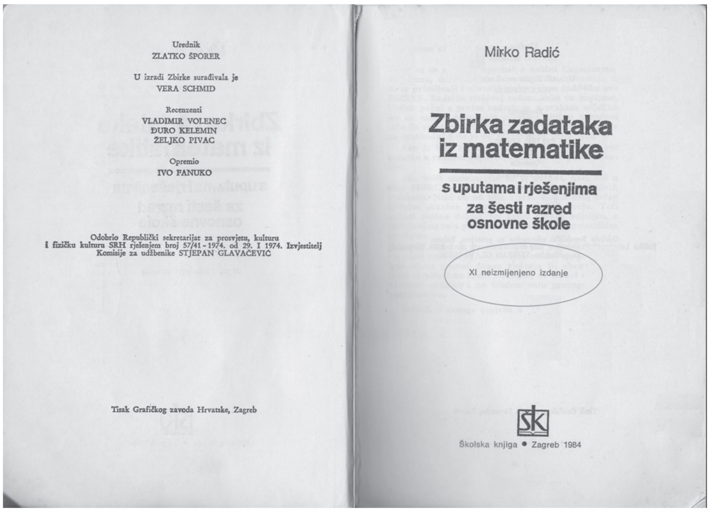
Dodatna otežavajuća okolnost je da su nastavnici na prvoj godini tehničkog studija pod pritiskom da što prije uvedu osnove linearne algebre, diferencijalnog i integralnog računa kako bi studenti mogli pratiti gradivo stručnih predmeta, i jednostavno nemaju vremena popunjavati praznine u studentskom znanju. O skupovima i funkcijama će ispredavati nužni minimum, korektno ali ubrzano definirajući pojmove koji su im potrebni za uvođenje gradiva više matematike. Uz to, logično je zapitati se zašto bi baš oni u 45 školskih sati predavanja i 30 školskih sati auditornih vježbi trebali nadoknaditi nešto što nije napravljeno u 12 dugih školskih godina i jesu li uopće svjesni da je nešto potrebno nadoknađivati? U ishodima učenja kolegija zvanog Matematička analiza nigdje ne stoji da bi student trebao znati što je kompozicija funkcija, nego samo da bi trebao znati računati njenu derivaciju.

Još jedan detalj treba razjasniti: kako je uopće došlo do toga da se od završenih srednjoškolaca očekuje poznavanje pojmova koji im nisu u školskom programu? Odgovor na ovo pitanje govori mnogo o trenutku i okruženju u kojemu živimo, ali i o nama samima.

Bolja prošlost i neizvjesna budućnost

Početkom sedamdesetih godina dvadesetog stoljeća, na valu relevantnih svjetskih trendova te u skladu sa stavom kako je suvremena matematika uvelike zasnovana na pojmovima teorije skupova i algebarskih struktura, u republikama tadašnje SFRJ došlo je do ambiciozne reforme nastavnog programa matematike za osnovnu i srednju školu. U Hrvatskoj je tako gradivo matematike u 5. razredu osnovne škole počinjalo izlaganjem osnovnih pojmova naivne teorije skupova [7]: primjerima skupova i njihovog zadavanja, načinom označavanja pripadnosti i nepripadnosti skupu, Vennovim dijagramima, pojmovima praznog skupa, podskupa skupa, partitivnog skupa, presjeka, unije i razlike skupova, komplementa i particije skupa. Definiran je uređen par objekata, Kartezijev produkt dvaju skupova, binarna relacija uključujući relaciju ekvivalencije i relaciju (parcijalnog) uređaja. Nadalje, definirani su funkcija, bijekcija, kompozicija funkcija, ekvipotentnost, konačni i beskonačni skupovi. Intencija je bila da ovi pojmovi i koncepti postanu osnova za izlaganje gradiva u daljnjem školovanju: tako se u istom udžbeniku petog razreda u nastavku govori o skupu prirodnih brojeva i skupu razlomaka, a u dijelu udžbenika posvećenog geometriji ravnine o konveksnim skupovima te o osnoj simetriji, translaciji i rotaciji kao funkcijama nad skupom točaka ravnine i njihovim kompozicijama.

Reforma na samom početku nije prošla bez potresa i negativnih reakcija, kako u svijetu tako i u nas. Te reakcije uglavnom su stizale od roditelja koji su se, očekivano, bunili da im djeca uče „drugačiju" matematiku od one koju su učili oni sami, a tek dijelom od manjine skeptičnih stručnjaka koji su smatrali da se uvelo previše novih pojmova [10], [11]. Što se prvog prigovora tiče, pokazalo se da su djeca starija od 10 godina uglavnom bila dovoljno zrela za gradivo naivne teorije skupova i da su ga rado prihvaćala [10]. Na drugi prigovor odgovorila je praksa: to je omogućilo veliku slobodu matematičkog izražavanja u kasnijim razredima osnovne škole, matematički objekti (npr. geometrijski likovi i tijela) mogli su se lako definirati kao skupovi, njihove transformacije kao funkcije, a međusobne im je odnose postalo jednostavno opisati i klasificirati. Matematički pojmovi i pravila, jednom definirani, u daljnjem se školovanju više nisu bitnije mijenjali. U prvom razredu srednje škole [3] dovršen je proces stroge matematičke formulacije pojmova, da bi u drugom razredu pregled elementarne matematike zaokružen uvođenjem eksponencijalnih, logaritamskih i trigonometrijskih funkcija i primjenom trigonometrije u geometriji ravnine i prostora. (U to je vrijeme srednjoškolsko obrazovanje bilo podijeljeno na dva dijela – opće, koje je bilo zajedničko za sve srednjoškolce i trajalo dvije godine i usmjereno, u trajanju od jedne ili dvije godine.) Uz manje korekcije, ovaj je sustav živio skoro dvadeset godina. Hvalili ga ili kudili, to je bio posljednji sustavno napravljeni nastavni program matematike u Hrvatskoj.



Urednik
ZLATKO ŠPORER

U izradi Zbirke surađivala je
VERA SCHMID

Recenzenti
VLADIMIR VOLENEC
ĐURO KELEMIN
ŽELJKO PIVAC

Opremio
IVO FANUKO

Odobrio Republički sekretarijat za prosvjetu, kulturu i fizičku kulturu SRH rješenjem broj 57/41-1974. od 29. I 1974. Izvjestitelj Komisije za udžbenike STJEPAN GLAVAČEVIĆ

Tisak Grafičkog zavoda Hrvatske, Zagreb

Mirko Radić

Zbirka zadataka iz matematike

s uputama i rješenjima za šesti razred osnovne škole

XI neizmijenjeno izdanje

Školska knjiga • Zagreb 1984

Slika 4. Zbirka zadataka za 6. razred iz 1984. (XI. neizmijenjeno izdanje)

Promjena udžbenika nakon osamostaljenja Republike Hrvatske iskorištena je da se na mala vrata uvedu promjene u školski program, pa od početka devedesetih godina traje proces „rasterećenja" koji je doveo do praktičnog izbacivanja teorije skupova iz gradiva osnovnih škola u Republici Hrvatskoj. Samo po sebi izbacivanje neke nastavne cjeline iz nastavnog programa ne bi trebalo biti problem. U hrvatskim je tranzicijskim godinama nestalo mnogo većih i važnijih stvari od skupova i funkcija. Međutim, zbog okolnosti da je u prethodnom nastavnom programu elementarna teorija skupova tvorila osnovno vezivno tkivo, jezik za izlaganje matematičkog gradiva, gradivo se moralo radikalno reorganizirati, a to je složen i zahtjevan posao koji ni do danas nije na zadovoljavajući način proveden. Zanimljivo je također da su ove promjene rađene nesustavno, bez usklađivanja s višim stupnjevima obrazovanja, pa su se tako srednjoškolski i visokoškolski nastavnici zatekli u situacijama da pretpostavljaju kako učenici vladaju gradivom koje prije toga uopće nisu slušali. Ela Rac Marinić Kragić tako 2003. rezignirano piše [2]: „Prema mojim razmišljanjima, zadnjeg desetljeća i duže nitko nije sustavno razmišljao o osmišljavanju planova i programa za osnovnu školu, srednju školu i fakultete. Dosad je sve bilo rađeno na uskom segmentu pojedinog razreda, pri čemu čak ni tu programi nisu prilagođeni, usklađivani, osuvremenjivani, tj. mijenjani, nego se uglavnom rezalo već postojeće. Pritom nije uspostavljena nikakva komunikacija po vertikali. Ako nastavimo ovakvu praksu izrade programa, jednog će se dana sve urušiti kao kula od karata. Ja samo čekam trenutak kada će netko iz Ministarstva prosvjete i športa, Zavoda za unapređenje školstva ili kakvog drugog Centra izvući ključnu kartu."

Donošenjem HNOS 2006. godine promjene su institucionalizirane, ali usklađivanje nastavnih programa matematike na svim obrazovnim razinama još ni izbliza nije na vidiku. Nedostaje svijest o onome što treba i što se želi, kvalitetna vizija oko koje bi struka postigla konsenzus. Ali to je teško u atmosferi posvemašnje apatije i prešutne *damnatio memoriae*.

Nekoliko neobaveznih tema za razmišljanje

1. Ni danas nije jasno zašto se baš gradivo teorije skupova prvo našlo na udaru „rasterećenja" školskog programa matematike devedesetih godina u Hrvatskoj. Nisu to ni posebno teški, niti apstraktni pojmovi. Moguće je čak da je u tome bilo neke vrste revanšizma, da su skupovi i funkcije bili metafora prijašnje reforme, nešto što se vezivalo za vremena i ljude kojih su se nove vlasti željele riješiti. Očito je samo da toj odluci nije prethodila kvalitetna stručna rasprava. Zapravo je ishitrenost te odluke žalosna, jer su prve generacije koje su se školovale po reformskom programu upravo dovršavale svoje visoko obrazovanje. Tako je upropaštena prilika da se na temelju cjelovite i kritičke analize postignutoga bitno unaprijedi obrazovni proces.

2. Ima to doduše i zabavnih posljedica. Primjerice, dok su se sedamdesetih godina prošlog stoljeća roditelji bunili što im djeca u školi uče o skupovima, danas se ta ista djeca, u ulogama roditelja čude što njihova djeca u školi ne uče o skupovima. [14]

3. Pomalo je tužno ali istinito da bi poneki od zadataka iz zbirke za 5. ili 6. razred osnovne škole iz 1975. godine predstavljali problem današnjem studentu treće godine na Diskretnoj matematici. To nije zato što su ti zadaci objektivno teški, ta svjedoci smo da su ih uspješno rješavali desetogodišnjaci, već zato što mlađi ljudi lakše usvajaju i koriste elementarne pojmove. Svaki jezik najbolje se uči dok je čovjek mlad, pa tako i jezik matematike.

4. Obrazovni proces je dugotrajan pa ga stoga treba promišljati i planirati dugoročno (slika 4). Bolji je i loš sustav, nego odsustvo sustava.

5. Slaganjem posljednjeg komadića rješenja ovog problema-slagalice postaje očito da se od dijela krivnje za postojeće stanje ne može amnestirati ni studente ni nastavnike. Posljedično, ne treba nikoga čuditi što dobar dio današnjih studenata ne zna razliku između skupa $\{a, b\}$ i uređenog para (a, b), ili što studenti prve godine elektrotehnike na pitanje da svojim riječima opišu što je skup odgovaraju elokvencijom djece u vrtiću: „Skup je simbol, najčešće slovo koje sadrži određen niz brojeva. Imamo i podskup", „Skup je raspon nečega", „Skup je niz određen nekom krajnjom i početnom vrijednosti", „Skup je više sličnih stvari na jednom mjestu", „Skup je zbroj svih realnih brojeva" ili „Skup je matematički pojam u kojem određeni brojevi imaju isti skup brojeva".

Literatura:

1. Lugić, Dž. (2004.): *Diskretna matematika*, Zbirka zadataka, Split, FESB.

2. Rac Marinić Kragić, E. (2003.): *O posljedicama rasterećenja u nastavi matematike*, MiŠ 22, 63–66,

3. Javor, P. (1978.): *Matematika 1*, Zagreb, Školska knjiga,

4. Jovičić, D., Korkut, L., Krlić, M. (1974.): *Zbirka zadataka iz matematike s uputama i rješenjima za osmi razred osnovne škole*, Zagreb, Školska knjiga,

5. Kurnik, Z., Volenec, V. (1978.): *Matematika 2*, zbirka zadataka, Zagreb, Školska knjiga,

6. Pauše, Ž. (1976.): *Matematika 7*, Zagreb, Školska knjiga,

7. Radić, M. (1974.): *Matematika 5*, Zagreb, Školska knjiga,

8. Radić, M. (1974.): *Matematika 6*, Zagreb, Školska knjiga,

9. Radić, M. (1984.): *Zbirka zadataka iz matematike s uputama i rješenjima za šesti razred osnovne škole*, Zagreb, Školska knjiga,

10. Rotar, P. (2012.): *Teorija množic pri poučevanju matematike – diplomsko delo*, Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta, Fakulteta za matematiko in fiziko,

11. Vuković, M., Vuković, M. (2010.): *U potrazi za skupovima*, Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike, 41; 61-69,

12. Žubrinić, D. (2002.), *Diskretna matematika*, Zagreb, Element,

Internetske stranice

13. https://www.ffri.hr/~trobok/TeorijaSkupova_zadaci.pdf, (14. 4. 2014.),

14. http://forum.roda.hr/archive/index.php/t-81811.html, (14. 4. 2014.)