



MATEMATIKA U UMJETNOSTI

Математика в Искусстве

Mateja Zidarić, Sudovec

ALICA U ZEMLJI ČUDESA¹

„U nagloj šutnji, osvojeni pričom,
u mašti slijede svuda
dijete iz snova što se kreće
kroz zemlju punu čuda –
i čas povjeruju priči,
čas misle da je luda.”



Prošlo je gotovo sto pedeset godina otkako je objavljeno prvo izdanje knjige *Alica u Zemlji čudesa* autora Lewisa Carrolla. U vožnji čamcem prema Oxfordu, u srpnju 1862. godine, Carroll izmišlja priču o djevojčici u potrazi za pustolovinama. Glavni lik inspiriran je jednom od tri sestre koje su slušale priču vozeći se s Carrollom u čamcu. Bila je to Alice Pleasance Liddell, kći Carrollova sveučilišnog kolege Henryja Liddella. Knjiga *Alica u Zemlji čudesa* nastaje kao proširenje priče izmišljene za vrijeme spomenute vožnje čamcem. To je jedno od najpoznatijih djela dječje književnosti. Osim što je prevedena na više od sto stranih jezika, priča je poslužila kao predložak za dugometražne i animirane igrane filmove, operete, opere.

Knjiga je podijeljena u dvanaest poglavlja. Neodvojiv element knjige su ilustracije Johna Tenniela kojima je priča popraćena. A priča je zapravo san koji je Alica usnula jednog poslijepodneva na obronku... Ona tako stiže u Zemlju čudesa koju naseljavaju antropomorfna bića, životinje s ljudskim osobinama. No tamo, u Zemlji čudesa, vrijede neki drugi zakoni – neobična, ponekad i besmislena, pa čak i „luda” pravila i običaji. Svako od poglavlja donosi nove pustolovine u koje Alica „uskače” svjesno ili nesvjesno.

Čitajući osvrte na samo djelo, naći ćemo brojna tumačenja sadržaja. Među ostalim, pisana su i tumačenja djela vezana uz prisutnost matematičkih elemenata u samom sadržaju *Alice u Zemlji čudesa*. U nekima stoji kako je Lewis Carroll smatrao mnoge matematičke ideje svoga vremena neprihvatljivima (naime, Charles Lutwidge Dodgson i sam je bio matematičar). Jedna takva interpretacija djela ukazuje da se Carroll satirički osvrnuo na neke od radova svojih matematičara suvremenika dotičući se tako (primjerice) pojave neeuclidске geometrije i imaginarnih brojeva.

I dok spomenuti matematički pojam i (tada) novo matematičko područje istraživanja zahtijevaju studijsku razinu komunikacije, Lewis Carroll pobrinuo se za uključivanje matematičkih elemenata razumljivih učenicima osnovnih i srednjih škola (razumljivih ako ih uspiju otkriti). Evo nekoliko primjera:

¹Lewis Carrol: *Alica u zemlji čudesa*



Moram se ispitati da vidim znam li ja sve što sam nekoć znala. Da vidimo: četiri puta pet jest dvanaest, a četiri puta šest jest trinaest, a četiri puta sedam jest – joj meni! Ako budem ovako dalje, nikad neću doći do dvadeset! [1, str. 22]

Naizgled se čini kao da Alica krivo množi. Međutim, Alica množi u brojnim sustavima s bazama različitim od deset. Ti umnošci vrijede u različitim brojnim sustavima.

Primjerice, jednakost $4 \cdot 5 = 12$ vrijedi u sustavu s bazom 18.

To jest, $4_{(18)} \cdot 5_{(18)} = 12_{(18)}$

Prisjetimo se kako smo definirali zapis broja u bazi b :

Neka je $b > 1$ prirodan broj. Prirodni broj N zapisan u pozicijskom sustavu s bazom b ima vrijednost:

$$N = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_{0(b)} = a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + a_1 \cdot b + a_0$$

Znamenke a_0, a_1, \dots, a_n cijeli su brojevi iz skupa $\{0, 1, 2, \dots, b-1\}$. Indeks (b) označava u kojoj je bazi zapisan broj.

Promotrimo primjer $4_{(18)} \cdot 5_{(18)} = 12_{(18)}$ po definiciji zapisa broja u bazi b za $b = 18$:

$$a_0 = 4, b_0 = 5 \Rightarrow N_1 = 4, N_2 = 5 = N_1 \cdot N_2 = 4 \cdot 5 = 20$$

Broj 20 u sustavu s bazom 10 odgovara broju 12 u sustavu s bazom 18. Stoga zaista vrijedi:

$$4_{(18)} \cdot 5_{(18)} = 12_{(18)}$$

Zadatak 1. U kojoj bazi vrijedi umnožak $4 \cdot 6 = 13$?

Zadatak 2. Izračunaj: $4_{(24)} \cdot 7_{(24)}$ (ili pronađi odgovor u knjizi *Alica u Zemlji čudesa*).

Iz petog poglavlja:

Alica je ostala i neko vrijeme zamišljeno promatrala gljivu da ustanovi što su joj dvije strane, a kako je gljiva bila savršeno okrugla, pitanje je bilo prilično teško. Na kraju je obgrllila gljivu ispruživši ruke što je dalje mogla i sa svake strane odlomila po komadić ruba. [1, str. 56]

Alica se bavi problemom kako odrediti strane kruga. Ako postoje dvije strane gljive i pretpostavimo da su veličinom te dvije strane jednake (zapravo, pretpostavimo da su sukladne), tada postoji način kako možemo otkinuti dijelove gljive a da budemo sigurni da smo uzeli po komad s jedne i druge strane. Alica je raširila ruke najviše što je mogla. Ako ruke raširimo dijametralno s obzirom na središte gljive, sigurno ćemo otkinuti po jedan dio sa svake strane gljive.

Iz šestog poglavlja:

- *A kako znate da ste vi ludi?*
- *Počnimo od toga – rekla je Mačka – da pas nije lud. Slažeš li se s time?*
- *Pa valjda – rekla je Alica.*





– E, vidiš onda – nastavila je Mačka – pas reži kad je bijesan, a maše repom kad je zadovoljan. A ja režim kad sam zadovoljna, a mašem repom kad sam bijesna. Dakle, ja sam luda. [1, str. 69-70]

Postavlja se pitanje može li se na temelju navedenih suprotnosti zaključiti da je Mačka luda. Ovo nije logički zaključak. No, postoje dijelovi kad Alica logički zaključuje, kao sljedeći primjer.

Iz dvanaestog poglavlja:

(...) *Pravilo broj četrdeset dva. Sve osobe više od kilometra da smjesta napuste sud.*

(...) *To je najstarije pravilo u pravilniku – rekao je Kralj. Onda bi moralo biti pravilo broj jedan – rekla je Alica.* [1, str. 129]

Alica logički zaključuje i ispravlja Kralja. Pravilo četrdeset i dva ne može biti najstarije pravilo u pravilniku. Naravno, uz pretpostavku da se pravila numeriraju brojevima od najmanjeg prema najvećem. Dakle, Alica bi bila u pravu, osim ako nije riječ o još jednom neobičnom pravilu u Zemlji čudesa.

Iz devetog poglavlja:

U devetom poglavlju, u razgovoru između Alice i Lažne Kornjače, otkrivamo primjer padajućeg aritmetičkog niza:

- *A koliko je kod vas trajao školski sat?*
- (...) *prvi dan je trajao četrdeset i pet minuta – rekla je Kornjača – drugi dan četrdeset, i tako dalje.*
- *Bit će da ste imali neobičan raspored! – uskliknula je Alica.*
- *Nema tu ništa neobično umiješao se Grifon. – Sjeti se da nastava počinje u jesen kad su dani sve kraći: ako je kraći cijeli dan, mora i svaki sat posebno biti kraći.*

Promotrimo priču u tabličnom zapisu, dopunite tablicu s odgovarajućim podatcima.

Redni broj dana	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Trajanje školskog sata u minutama	45	40				

Zadatak 3. Koliko minuta traje sat deveti dan? A deseti dan?

Alici je to bila toliko nova pomisao da je morala dobro sračunati u glavi prije nego što se odvažila na sljedeći zaključak: – Onda znači da desetog dana sat ne bi trajao ni minute!

- *I nije – rekla je Kornjača. – Bio je praznik.*
- *A što ste radili jedanaestog dana? – znatiželjno je upitala Alica.*
- *Dosta smo pričali o školi – prekinuo je Grifon vrlo odlučno.* [1, str. 106-107]

Ovo je jedan primjer niza brojeva, pri čemu je svaki sljedeći član za pet manji. To je primjer *aritmetičkog niza*. Prisetimo se definicije niza, pa posebno aritmetičkog niza:



Funkciju $a: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ nazivamo (beskonačni) niz realnih brojeva i označavamo s $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ ili (a_n) , pri čemu je $a_n = a(n)$.

Posebno, opći član aritmetičkog niza je oblika: $a_n = a_1 + (n - 1)d = a_{n-1} + d$.

Čemu je jednako d u našem primjeru niza?

Zadatak 4. Zadan je aritmetički niz: 23, 49, 75, 101... Odredite razliku između dva uzastopna člana, potom odredite opći član niza. Čemu je jednak dvadeseti član niza?

Zadatak 5. Alica treba izračunati koliko su učenici u Zemlji čudesa proveli minuta slušajući predavanja iz jednog predmeta u tjedan dana ako su ga imali svaki dan po jedan školski sat.

(Uputa: pri računanju koristite formulu za sumu prvih n članova aritmetičkog niza: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$).

U istom poglavlju, Kornjača navodi što su učili u školi:

– (...) *razno granje matematike: krajanje, opijanje, močenje i bijeljenje*. [1, str. 105] To je aluzija na: zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje.

Usporedimo s originalnim tekstom:

– (...) *different branches of Arithmetic – Ambition, Distraction, Uglification, and Derision*. To je aluzija na: addition, subtraction, multiplication, division.

Dragi Matkači, nadam se da sam vam navela dovoljno razloga zašto biste trebali uzeti ovu knjigu u ruke i pročitati je od korice do korice. A ako ste je već čitali, pročitajte je još jednom, jer možda ste sada vi drugačiji. A drugačiji „vi“ drugačije će čitati istu knjigu.

Literatura:

1. L. Carroll, *Alica u Zemlji čudesa*, Školska knjiga, 2004.

Internetske stranice:

W1. Literary Frames, *Who stole the Tarts? in Alice's Adventures in Wonderland* of March, 2009.

<http://litframes.blogspot.com/2012/04/who-stole-tarts-in-alices-adventures-in.html> (25. 2. 2015.)

W2. New Scientist, *Alice's Adventures in Algebra: Wonderland solved by Melanie Bayley* of 16. 12. 2009.

<http://www.newscientist.com/article/mg20427391.600-alices-adventures-in-algebra-wonderland-solved.html?full=true#.VSRMMdKsV-e> (27. 2. 2015.)

W3. SLOW Movement, *Alice's adventures in Algebra: Wonderland Solved* of 17. 7. 2009.

http://chutzpah.typepad.com/slow_movement/2009/12/new-scientist-alices-adventures-in-algebra-wonderland-solved.html (26. 2. 2015.)

Izvori slika: <http://www.najboljeknjige.com/content/knjiga.aspx?BookID=116>



Nagradit ćemo svakog Matkača koji nam pošalje rješenja najmanje triju od postavljenih zadataka.

