

MATEMATIKA U UMJETNOSTI

МАТЕМАТИКА У УМЈЕТНОСТИ

Mateja Zidarić, Sudovec



Matka 24 (2015./2016.) br. 96

STRIC PETROS I GOLDBACHOVA SLUTNJA¹

U vremenu nastajanja ovoga teksta sat je otkucao ponedjeljak u kojem svaki učenik počinje s odbrojavanjem posljednjih deset tjedana ove školske godine.

Da sve ide kraju, najavljuje i provođenje velikog odmora na otvorenom. Ovo će biti moja prva školska godina provedena „s druge strane” učionice.

Ipak, često si prije ulaska u učionicu moram nekoliko puta ponoviti da sam sada učiteljica. Još uvijek nosim stari ruksak iz studentskih dana, gotovo svi osmaši barem su za glavu viši od mene, a doktorica u ambulantni, u koju vodim svoj razred na sistematski pregled, gleda iza mene zbumjeno tražeći odrašlu osobu (učitelja/učiteljicu) koja je dovela ove osmaše do ambulante.

Što je to po čemu se ipak razlikujemo? Što je to što mene čini učiteljicom, a njih mojim učenicima? U različitim životnim situacijama nekad smo u ulozi učitelja, nekad u ulozi učenika. Po svemu sudeći, ja sam svaki dan njihov „matematički glasnik”. Donosim nove vijesti i otvaram diskusiju o našim aktualnim matematičkim temama. Oni su primatelji poruke. Kritičko tijelo koje promišlja i dovodi u pitanje sve što sam izgovorila. Potom zajedno ulazimo u svijet rješavanja manjih ili većih matematičkih problema koji nam služe za „bildanje moždanih vijuga” ne bismo li u budućnosti prepoznali slične obrasce i tada naučenim analitičkim umom došli do rješenja problema.



U ovom obraćanju vama, dragi Matkači, želim pisati i podijeliti misli o tome što matematika može biti i koji su mogući pristupi u otkrivanju matematičke istine. Dobro je s vremena na vrijeme preispitati metode našega rada, čak i onda kada sve radimo dobro (jer uvijek može bolje). Sve ču to učiniti u okviru književnog djela u kojemu je pisac, po mome mišljenju, uspješno uklopio matematiku u svijet književne fikcije.

Apostolos Doxiadis u svome djelu *Stric Petros i Golbachova slutnja* prikazuje splet „usko” znanstvenih (matematičkih) pitanja, te onih o biti svijeta i života čiji smo sudionici i mi sami. Matematička pitanja i dijalog unutar kojeg su ona postavljana postaju uzrokom daljnjih osobnih i svjetovnih pitanja.

Doxiadis me naveo da razmišljam, a sada i vama postavljam isto pitanje: što bi bilo kada bismo matematiku proučavali unutar povijesnog konteksta u kojem je nastala? Da učinimo to s više svjesnosti o životu ljudi koji su otkrivali sve što mi danas imamo „stisnuto” u udžbenicima od prvog razreda osnovne do četvrtog razreda srednje škole?

¹Apostolos Doxiadis: Stric Petros i Golbachova slutnja

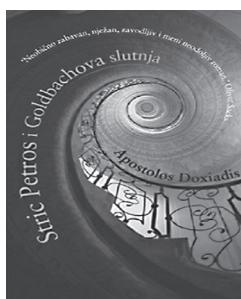


U svome djelu *Simetrija* Mario Livio spominje grčkog matematičara Prokleja (410. – 485.): *Grčki matematičar Proklej primijetio je kako još u 5. stoljeću određeni pripadnici nekih zajednica varaju svoje sugrađane dajući im posjede većeg opsega, ali manje površine nego što su odabrali za sebe. Da stvari budu još gore, te varalice iskoristavale su to da bi sebe prikazale velikodušnima.* [2, str. 70]

Livio piše i o Galoisu (1811. – 1832.), mladom francuskom matematičaru koji je za svog života na području matematike uveo nove spoznaje koje će bitno utjecati na daljnji razvoj matematike, a posljedično i na ostala znanstvena područja. Galois je bio duboko svjestan sustava u kojem je zatočen. Jednima impulzivan i običan luđak, drugima je bio slika revolucionara svoga doba koji se nije bojao jasno i glasno prozvati ljudsku glupost njenim imenom. Livio iznosi dio pisma u kojem Galois svojim primjedbama poziva na potpunu reformu u poučavanju znanosti, od kojih bi mnoge, piše Livio, vrijedile i danas:

Do kada će mladi jadnici biti obvezni slušati ili ponavljati po cijele dane? Kada će im biti dopušteno malo vremena za razmišljanje o tom prikupljenom znanju kako bi uskladili tj. pronašli obrazac u toj beskonačnoj količini prijedloga, u tim nepovezanim izračunima?... Studenti su manje zainteresirani za učenje nego za prolaz na ispitima.

Zašto ispitivači postavljaju pitanja kandidatima samo u iskrivljenom obliku? Kao da strahuju da će ih razumjeti oni koje ispituju; odakle potječu te bijedne navike komplikiranja pitanja izmišljenim poteškoćama? [2, str. 141]



Slika 1.

U djelu *Stric Petros i Golbachova slutnja*, Doxiadis spominje i velikog matematičara Turinga. Prema procjenama nekih povjesničara, procjenjuje se da je njegov rad na dešifriranju Enigme i rad njegovih partnera na tom projektu skratio vrijeme trajanja rata u Europi od dvije do četiri godine i time sprječio smrt između 14 i 21 milijuna ljudi. [vidi W1] Turing je zbog svoje seksualne orijentacije podvrgnut kemijskoj kastraciji koja mu je ponuđena kao alternativa odlasku u zatvor 1952. godine kada je osuđen za „homoseksualna djela”. [vidi W2]

Kao ovdje navedeni matematičari, lik strica Petrosa utjelovljuje izvanseirijsku osobnost obilježenu nekonvencionalnim ponašanjem „čak“ i u svijetu matematičara. Životna potraga za dokazom valjanosti Golbachove slutnje literarno smješta strica Petrosa povremeno u koš s „romantičnim junacima“, a povremeno u onaj s „ludim“ matematičarima. Ostavljanje pitanja *Je li stric Petros uspio dokazati Goldbachovu slutnju?* neodgovorenim, otvorenim, ukazuje kako je nepotrebno Petrosa smještati u bilo koji od navedenih okvira. Pripovjedač poziva čitatelja da pokuša shvatiti proces proučavanja matematičkih pitanja, te kako se takav rad nužno reflektira na ostale segmente čovjekova života.

Pripovjedač je ujedno i nečak strica Petrosa. U razgovorima sa stricem saznaće sve više i više o matematici, znanosti u koju se postupno zaljubljuje i želi se ozbiljno njome baviti. Podmetanjem Golbachove slutnje kao običnog



matematičkog zadatka stric testira nećakov matematički talent, a predlaže i jedan neobični dogovor kojim traži nećakovo obećanje da će zauvijek odustati od bavljenja matematikom ne dokaže li valjanost Goldbachove slutnje (tvrdnje čije ime i značenje u tom trenutku nećaku nije poznato). Naravno, nećak pada na testu i poštuje dogovor sa stricem. No, čini se da je neizbjježno otkriće istine. A istina jest da je ta slutnja jedan od najpoznatijih matematičkih problema koji još nitko nije uspio riješiti. Nećak koristi praznike za povratak kući i suočavanje sa stricem. Pun ogorčenja, uvodi nas u drugi dio.

U drugom dijelu, čitatelj (kao i nećak) doznaće pravu i gotovo cijelu životnu priču strica Petrosa Papachristosa. Vremenski, lik strica Petrosa smješten je u povijesno razdoblje velikih matematičara poput Hardyja (1877. – 1947.), Littlewooda (1885. – 1977.), Ramanujana (1887. – 1920.), Gdela (1906. – 1978.) i već spomenutog Turinga (1912. – 1954.). Priča o njegovu radu na dokazivanju Goldbachove slutnje i samoj slutnji smještena je među stvarne povijesne događaje u razdoblju od kraja 19. stoljeća prema kraju prve polovice 20. stoljeća. To je razdoblje razvoja matematičke logike, počevši od Bertranda Russella (1872. – 1970.) i Alfreda N. Whiteheada (1861. – 1947.), preko Gdela do Turinga. Gdelov teorem o nepotpunosti, kojim dokazivost Goldbachove slutnje postaje upitna, prijelomni je događaj u životu strica Petrosa. Petros proživljava osobnu dramu, duboko razočaranje, te odustaje od dokazivanja Goldbachove slutnje.

U trećem dijelu romana, nećak vraća strica Petrosa tamo gdje je svojedobno stao u svijetu teorije brojeva. Međutim, taj povratak za strica Petrosa postaje nezaustavljivi proces. Bujica ideja i emocija koje stric ponovo proživljava postaju zabrinjavajuća u očima nećaka. Više nije toliko siguran je li stričev povratak dokazivanju Goldbachove slutnje bio najbolji odabir. Čitatelj zajedno sa stricem prolazi procesom tobožnjeg dokazivanja. Osjećamo dubinu samog rada i njegovu težinu koja na koncu postaje stričev posljednji pothvat. Možda je to bio najbolji način oprاشtanja od lika strica Petrosa i njegova možebitnog dokaza Goldbachove slutnje.

A što je to Goldbachova slutnja?

Svaki parni broj veći od dva možemo prikazati kao zbroj dvaju prostih brojeva.

U romanu su navedeni neki primjeri:

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5, 10 = 3 + 7, 12 = 5 + 7, 14 = 7 + 7.$$

Zajedno s nećakom, prolazit ćete kroz neuspjele pokušaje dokazivanja Goldbachove slutnje. Prvi pokušaj bio je sastaviti konačnu tablicu prostih brojeva (odredio ih je poznatom metodom – Eratostenovim sitom), te na temelju njih doći do općeg zaključka. U ovom slučaju, to je bila pogrešna metoda. Nećak se nakon toga pita kako se „ponašaju“ prosti brojevi, tj. kako su raspoređeni u skupu cijelih brojeva. Petros Papachristos kasnije će navesti još neke metode korištene pri dokazivanju Goldbachove slutnje.



Iako je ova tvrdnja matematički „highlight“ romana, čitajući, naići ćete na mnoge zanimljive tvrdnje i spoznaje s područja teorije brojeva. Stric Petros podsjetit će vas na to koliko je važna preciznost u iskazivanju matematičkih tvrdnji. To ćete posebno uočiti u nečakovoj preciznoj definiciji prostog broja, posebno u pojašnjenu zašto broj 1 nije prost broj. Ako niste otkrili na nastavi matematike, u romanu ćete otkriti dokaz tvrdnje da prostih brojeva ima beskonačno mnogo. Stric Petros će vas detaljno provesti kroz samu metodu dokazivanja te tvrdnje.

Osim brojnih matematičkih tvrdnji s područja teorije brojeva, roman će vas uvesti i u povijest matematike vezane za razdoblje u kojem je stric Petros djelovao kao matematičar. Priča o stricu Petrosu korektno je smještena u povijesni kontekst. Veliki matematičari s kojima je stric Petros navodno surađivao su Godfrey Harold Hardy (1877. – 1947.), John Edensor Littlewood (1885. – 1977.), Srinivasa Ramanujan (1887. – 1920.). Veliku važnost imaju i Kurt Friedrich Gdel (1906. – 1978.), te Alan Turing (1912. – 1954.). Dakle, radnja se kronološki poklapa s razdobljem u kojem su djelovali navedeni matematičari.

Priča o Srinivasi Ramanujanu, kao samoukom matematičaru iz Indije, nije umetnuta kao dio ovoga romana. No, spomenuto je kako je Ramanujan često znao izjaviti da mu velike ideje (u njegovim snovima) daje voljena hinduska božica Namakiri. U tome nije naišao na razumijevanje matematičara s kojima je surađivao (kao na primjer s ultraracionalnim Hardym). [1, str. 70]. U romanu je također spomenuta suradnja Hardy-Littlewood, gdje „Prva Hardy-Littlewood slutnja“ dolazi kao rezultat zajedničkog rada.

Međutim, da ponovno upotrijebim izraz matematičkog „highlighta“, Goldbachova slutnja dolazi kao glavni matematički dio ovoga romana. Svakog čitatelja pripovjedač informira o svim važnim povijesnim podacima vezanim uz nastanak Goldbachove slutnje. Naime, povjesna priča o njenom nastajanju ima svoje ishodište u pismu iz 1742. godine. U tom pismu matematičar Christian Goldbach upozorava Eulera na jedno „matematičko opažanje“ (vidi [1]). Pismo sadrži slutnju da se svaki cijeli broj može prikazati kao zbroj triju prostih brojeva. „Međutim, kako će (ako je to istinito) jedan od ta tri prosta broja u slučaju parnih brojeva biti broj 2 (zbroj triju neparnih prostih brojeva uvijek je neparni broj, a 2 je jedini parni prost broj), očito slijedi da je svaki parni broj zbroj dvaju prostih brojeva“ [1, str. 46]. Također, saznajemo da je upravo Euler uobličio slutnju do one koja nosi ime Goldbacha.

Dio koji postaje izvor Petrosova razočaranja i frustracija jest razvoj matematičke logike. Ona svoj korijen ima već u radu Euklida (330. pr. Krista – 275. pr. Krista). Njegova vizija jest konstrukcija teorema počevši od temeljnih istina, korak po korak, preko strogo strukturiranih dokaza svih istinitih tvrdnji (Aksiomi – Strogi dokaz – Teorem). Krajem 19. stoljeća, matematičari Bertrand Russel i Alfred North Whitehead u djelu *Principia Mathematica* predlažu potpuno precizan način zaključivanja (vidi [1]). No, nisu uspjeli dokazati da je svaka istinita tvrdnja (poput možda Goldbachove slutnje) dokaziva.



Kasnije, iz razgovora Petrosa Papachristosa i Alana Turinga doznajemo autora članka s naslovom *O formalno neodlučivim izjavama u Principiji Mathematici i njima pridruženim sustavima* – a to je Kurt Gdel. Turing upoznaje Petrosa s činjenicom da je Gdel dokazao kako aritmetika i sve matematičke teorije nisu potpune. Drugim riječima: „istina nije uvijek dokaziva“ [1, str. 128]. To je bio početak kraja rada strica Petrosa na dokazivanju Goldbachove slutnje. Sve kulminira 1936. godine kada Turing šalje Petrosu brzojav u kojemu ga obavještava o svom otkriću. Naime, dokazao je kako je nemoguće unaprijed znati je li neka matematička tvrdnja dokaziva. Što to znači za jednog matematičara?! Što to znači za strica Petrosa i tolike godine rada na tvrdnji čija istinitost je ili nije dokaziva?! Najbolje je bilo proglašiti kraj „borbe“. Bila je to samo dulja stanka, saznajemo u nastavku.

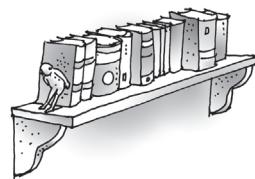
Ako se sjetimo početka ovog teksta, mislim da ćemo se složiti kako vam upravo ovaj naslov nudi nov pristup u sagledavanju matematike kao znanosti, i poziva vas na uočavanje važnosti rada svakog pojedinca koji je djelovao unutar matematike kao znanosti, a i šire.

Ovaj roman neće biti lagan za čitanje. No, to ne znači da nije za vas, dragi Matkači. Isti savjet kao i u prethodnom prijedlogu naslova za čitanje dajem i sada: uzmi knjigu u ruke i čitaj. Zapamti naslov i pročitaj je ponovno za nekoliko godina. Ispiši sve što ne znaš. Jednakim žarom kao i stric Petros pristupi radu i proučavanju matematike. Imaš vremena. Ne moraš sve znati odmah i sad. Dopusti da matematika bude dijelom procesa učenja. Vratit će ti se višestruko.

Dragi Matkači, osim ovdje navedenog naslova i sami možete pronaći mnoge zanimljive naslove književnih djela koji u sebi sadrže matematiku i ništo nisu dosadni.

Istražujte, ne zadovoljavajte se površnim informacijama i dijelite svoje znanje s drugima.

Još malo do kraja školske godine, kao što sam već spomenula. Sretno s učenjem!



Literatura:

1. A. Doxiadis, *Stric Petros i Goldbachova slutnja*, Vuković & Runjić, 2001.
2. M. Livio, *Simetrija, Jednadžba koju nije bilo moguće riješiti*, Školska knjiga, 2011.

Internetske stranice:

- W1. BBC, *Alan Turing: The codebreaker who saved „milions of lives“*
<http://www.bbc.com/news/technology-18419691> (4. 4. 2016.)
- W2. Prometej, *Igra imitacije: život jednog genija*,
<http://www.prometej.ba/clanak/kultura/igra-imitacije-zivot-jednog-genija-1879> (4. 4. 2016.)

Izvor slike:

Slika 1. <http://www.najboljeknjige.com/content/knjiga.aspx?BookID=440>

