Stručni rad
UDK: 519.83:005.25

Iva Schwabe, mag. oec. univ. spec. oec. [*]

PRIMJENA ZAKONITOSTI IGARA SA SAVRŠENIM INFORMACIJAMA PRI DONOŠENJU STRATEŠKIH POSLOVNIH ODLUKA

APPLYING THE RULES OF GAMES WITH PERFECT INFORMATION TO STRATEGIC DECISION-MAKING

SAŽETAK: Ako bolje promotrimo različita poduzeća koja egzistiraju na nekome tržištu, lako je uočljivo da neka od njih označava izvrsnost pri donošenju strateških poslovnih odluka, a samim time i uspješno poslovanje, dok druga grcaju u problemima izazvanim donošenjem loših strateških odluka. Odgovor na pitanje zašto je to tako krije se u sposobnosti menadžera da donese najbolje strateške odluke u interesu poduzeća, pri čemu će se, uzevši u obzir vlastitu kognitivnu ograničenost, koristiti brojnim matematičkim modelima. Posebno učinkovitima pokazali su se modeli teorije igara, čijom primjenom poduzeće postavlja vlastitu razvojnu situaciju izborom optimalne strategije, a u cilju dostizanja svoga poslovnog maksimuma. Svrha ovoga rada je jasno prikazati kako se pojedini instrumenti teorije igara, točnije igre sa savršenim informacijama, mogu primijeniti prilikom donošenja strateških odluka u uvjetima povećane konkurentnosti, te kako odluke donesene njihovom primjenom osiguravaju opstanak određenoga poduzeća odnosno ekonomskoga subjekta na tržištu.

KLJUČNE RIJEČI: teorija igara, igre sa savršenim informacijama, strateško donošenje odluka, strateška interakcija, alternativne strategije.

ABSTRACT: If we take a closer look at different enterprises, existing in a market, it is easily noticeable that some of them are characterized by excellence in making strategic business decisions, thus a successful business, while others are drowning in problems caused by passing bad strategic decisions. The answer to the question why this is so lies in the ability of managers to bring the best strategic decisions in the interest of the company. While taking into consideration their cognitive limitations, they will use a number of mathematical models, especially models of game theory. Applying game theory models the enterprise sets its own development situation by using an optimal strategy, whose application would ensure that it reaches its business maximum. Purpose of this paper is to show how the individual instruments of game theory, precisely games with perfect information,

[*] Iva Schwabe, mag. oec. univ. spec. oec., Ministarstvo graditeljstva i prostornog uređenja; Ulica Republike Austrije 20, 10 000 Zagreb

can be applied in strategic decision-making in conditions of great turbulence and increasing competition and how the decision made by these applications can ensure the survival of a particular enterprise or economic subject on the existing market.

KEY WORDS: game theory, games with perfect information, strategic decision-making, strategic interaction, alternative strategies.

1. UVOD

Koncepcija teorije igara koristi se kod postavljanja alternativnih strategija i utvrđivanja mogućih akcija entiteta u određenome konkurentskom okruženju. Samim time, ona je imanentna procesu poslovnoga odlučivanja odnosno prethodi donošenju važnih strateških poslovnih odluka. Aktualnost materije ogleda se u činjenici da u uvjetima velike neizvjesnosti, te brojne i snažne konkurencije koja egzistira na gotovo svim suvremenim tržištima metodologija teorije igara gotovo u potpunosti odgovara poslovanju i području strategijskih akcija koje poduzimaju određeni subjekti na tržištu. Primjenom njezinih modela poduzeće postavlja vlastitu razvojnu situaciju, sučeljavajući sadašnje i buduće poslovno stanje izborom optimalne strategije, čijom će primjenom dostići svoj poslovni optimum. Upravo zbog toga proučavanje materije vezane uz igre sa savršenim informacijama može znatno pridonijeti razumijevanju ne samo mehanizma konkurentske borbe, nego i mehanizma donošenja odluka u uvjetima savršenih informacija. Poduzeće koje ne prepozna dinamiku razvoja kompleksnosti u kojoj se trenutno razvija i ne uđe u istraživanje kompleksnosti u kojoj će se razvijati u budućnosti postaje objekt predvidivoga ponašanja za svoje konkurente, a time i lagani cilj za neutralizaciju ili uništenje.

Kao predmet ovoga rada izabrano je istraživanje raznolikosti načina na koje se igre sa savršenim informacijama mogu primijeniti pri donošenju strateških poslovnih odluka presudnih za profitabilno poslovanje neke organizacije, pri čemu se struktura informacija odnosi na primjenu savršenih informacija, te uključuje određene bitne egzogene i endogene varijable.

Prema vrsti poteza igre dijelimo na statičke odnosno simultane, i dinamičke odnosno sekvencijalne igre. U statičkim igrama igrači istodobno povlače svoje poteze, pri čemu strategije igrača nisu funkcija vremena, već pretpostavljaju analizu situacije u jednom vremenskom trenutku gdje se o promjeni iznosa rezultata ishoda u ovisnosti o strateškim odabirima ne razmišlja previše. Igrači igraju svoje poteze bez znanja o tome što će učiniti protivnik, dok u dinamičkim igrama igrači donose odluku sekvencijalno, jedan iza drugoga, što omogućuje analizu strategija igrača u odnosu na vrijeme, a trenutačni je potez igrača vođen promišljanjem o vlastitim budućim posljedicama. Svaka statička ili dinamička igra može biti dana kao igra s potpunom ili nepotpunom informacijom odnosno kao igra sa savršenim ili nesavršenim informacijama. Igra s potpunom informacijom je svaka ona u kojoj su igrači koji sudjeluju u igri sigurni u isplate ili strategije drugih igrača, te u kojoj je znanje jednoga igrača veće od znanja drugoga igrača, a ako u igri ne postoji nijedan oblik ograničenja po pitanju informiranosti, tada govorimo o igrama sa savršenim informacijama, gdje je svakome igraču poznato gdje se nalazi u igri i tko su mu protivnici /3, str. 17-36/.

Tvorcem teorije igara smatra se John Von Neuman (1903. - 1957.), koji je 1928. godine objavio svoje prvo djelo u kojemu je dokazao minimax teorem, temeljni teorem teorije igara. Temeljno djelo iz teorije strategijskih igara je djelo Johna von Neumanna i Oscara Morgensterna "Theory of Games and Economic Behavior" koje prvi puta eksplicitno povezuje teoriju igara s ekonomijom, što je teoriji igara osiguralo status posebne discipline, a objavljeno je 1944. godine, nakon čega je literatura o ovoj tematici postala brojna, barem u okvirima strane literature /12, str. 235./.

2. ULOGA I ZNAČENJE ZAKONITOSTI TEORIJE IGARA I DONOŠENJE STRATEŠKIH POSLOVNIH ODLUKA

Prilikom analiziranja logike i zakonitosti uspješnoga poslovanja na današnjim tržištima nameće se činjenica da razvoj i opstanak poduzeća na tržištu mogu biti ugroženi ako poduzeće ne može ostvariti svoj strateški cilj odnosno ako se nađe u određenoj problemskoj situaciji koja predstavlja zapreku njegovom daljnjem uspješnom funkcioniranju, a samim time i opstanku na tržištu /16, str. 3-35/.

Kao temeljni problem teorije igara nameće se način primjene njezinih modela u cilju poboljšanja procesa strateškoga odlučivanja u poduzećima koja egzistiraju na promatranome tržištu. Svojom pojavom problemska situacija inicira traženje njezina uzroka i alternativnih mjera njezina rješenja, pri čemu je rješenje takve problemske situacije odnosno odluka, krajnji korak procesa odlučivanja i predstavlja najvažniju vrstu učinka kojom poduzeće prelazi iz jednoga stanja u drugo, čime se omogućuje njegov razvoj /2, str. 1./. Teorija igara je grana teorije odlučivanja koja se bavi međuovisnim odlučivanjem, te se od uobičajene teorije odlučivanja razlikuje po tome što promatrana problemska situacija predstavlja interesno područje više sudionika uključenih u stratešku interakciju, te kao takva nastaje analizom kompetitivnih scenarija. Zbog toga problemsku situaciju odlučivanja zovemo igrom, a sudionike igračima. To je ujedno i specijalna grana matematike koja je razvijena za proučavanje odlučivanja u kompleksnim okolnostima, te pokušava predvidjeti rezultat u interaktivnome modelu u kojemu su odluke svake strane uvjetovane odlukama druge strane uključene u stratešku interakciju /14, str. 44./. Posebnu pozornost treba posvetiti sukobu koji postoji između određenog broja igrača u igri odnosno njihovome ponašanju i međusobnoj interakciji kada se nađu u konfliktnoj situaciji, pri čemu vrijede pretpostavke da su igrači racionalni odnosno da za sebe nastoje ostvariti maksimalnu korist, te da djeluju strateški odnosno pri odlučivanju o vlastitim potezima i akcijama uzimaju u obzir odluke ostalih igrača /9, str. 65./. Teorija igara primjenjiva je u smislu promjene načina razmišljanja onih koji donose odluke i predstavlja teorijsku materiju teorije odlučivanja, te se stoga pojavljuje u funkciji rješavanja kompleksnoga problema razvoja i opstanka poduzeća u uvjetima rasta turbulencije i neizvjesnosti poslovanja. Samim time, kao što je već rečeno, ona je imanentna procesu strateškoga poslovnog odlučivanja i prethodi donošenju važnih poslovnih odluka. Budući da se odlučivanje definira kao generički proces koji obuhvaća odabir između dvije ili više mogućih alternativa, te provedbu one alternative koja je odabrana kao rješenje promatrane problemske situacije kako bi se postigao unaprijed zadani cilj, a ujedno predstavlja složeni, dinamični i sekvencijalni proces koji se ne može svesti samo na pitanje izbora raspoloživih alternativa, što je jasno prikazano brojnim modelima teorije igara, sasvim je jasno da teorija igara ima važnu funkciju prilikom donošenja strateških poslovnih odluka /8, str. 16-18/.

3. SIMULTANE IGRE SA SAVRŠENOM INFORMACIJOM

U terminima teorije igara strateška igra predstavlja model interakcije određenoga broja donositelja odluka. U cilju uvažavanja takve interakcije donositelji odluke se nazivaju igračima. Svaki igrač raspolaže s određenim skupom akcija. Jedno od važnih obilježja ovoga modela predstavljeno je činjenicom da na svakoga igrača utječu akcije svih ostalih igrača uz akcije koje sam odigra, što je glavni preduvjet da neka interakcija postane strateška igra. Vrijeme je odsutno iz modela. Prilikom igranja strateške igre, svaki igrač bira svoje akcije jednom zauvijek, što znači da su njihovi potezi konačni i ne mogu se povući. Igrači će svoje poteze povući simultano, što znači da nijedan od njih u trenutku povlačenja svojega poteza ne raspolaže informacijom koja bi mu omogućila uvid u to koji potez je povukao drugi igrač /11, str. 11-14/. Uzevši navedeno u obzir, teorija igara predstavlja preskriptivnu teoriju čije su zakonitosti modelirane u okviru brojnih matematičkih modela koji nude optimalna rješenja za svakog pojedinog igrača i za sve igrače koji sudjeluju u igri, čime će se postići maksimizacija korisnosti, što je u biti osnovni cilj teorije igara.

Prilikom rješavanja bilo koje strateške igre, nameću se dva ključna pitanja:

1) Koje akcije će odabrati igrači uključeni u određenu stratešku igru?

   Vodeći se zakonitostima teorije racionalnoga izbora, svaki igrač će izabrati najbolju akciju koja mu stoji na raspolaganju kako bi za sebe ostvario najbolji mogući ishod, pri čemu uzima u obzir utjecaj akcija ostalih igrača za koje vjeruje da će ih odigrati.

2) Na temelju čega će svaki igrač formirati vjerovanje o izboru akcije drugih igrača?

   Pretpostavlja se da će svaki igrač na temelju svoga vlastitog iskustva u igranju igre stvoriti određeno vjerovanje o djelovanju drugih igrača, te će na taj način moći pretpostaviti njihove poteze bez da raspolaže stvarnom informacijom. Iako se pretpostavlja da svaki od igrača ima određeno iskustvo u igranju igre, on će svaku etapu igre odigrati u potpunoj izolaciji, što znači da neće biti upoznat s ponašanjem određenih igrača, čime bi mu se omogućila promjena akcije koju je htio poduzeti, niti će očekivati da će akcija koju će trenutno poduzeti utjecati na buduće ponašanje drugih igrača. U točki u kojoj će vjerovanja igrača biti ispravna ostvaruje se Nashova ravnoteža igre /7, str. 2-14/.

Preciznije, Nashova ravnoteža a^* je takva strategija igrača u kojoj nijedan igrač i ne može za sebe ostvariti bolji ishod izborom akcije različite od a_i^* uz danu akciju a_j^* igrača j. Ako je odigrana strategija jednaka Nashovoj ravnoteži a^*, tada nijednom igraču nije u interesu izabrati strategiju različitu od one koja omogućuje postizanje Nashove ravnoteže. Ako u iznesenu definiciju uključimo preferencije igrača, ona glasi:

> Strategija a^* u nekoj strateškoj igri je Nashova ravnoteža ako je za svakoga igrača i i njegove akcije a_i a^* jednako dobro rješenje, uzevši u obzir njegove preferencije, kao ono koje nudi strategija (a_i, a_i^*) gdje igrač i bira a_i, dok svaki drugi igrač j bira a_j^*. Dakle, za svakoga igrača i vrijedi: $u_i(a^*) > u_i(a_i, a^*)$, za svaku akciju a_i igrača i, gdje je u_i funkcija isplata kojom su predstavljene preferencije svakoga igrača /12, str. 19-23/.

Iz navedenoga se može zaključiti da svaka strateška igra ne mora nužno imati Nashovu ravnotežu. Neke igre mogu imati nekoliko Nashovih ravnoteža, dok se u nekim slučajevima Nashova ravnoteža može činiti iracionalnom zbog toga što nije Pareto-optimalna, što znači da se izborom druge strategije isplate igrača odnosno poduzeća, mogu poboljšati /5, str. 650-652/.

Određivanje Nashove ravnoteže u igrama gdje svaki igrač na raspolaganju ima samo nekoliko strategija prilično je jednostavno i vrši se ispitivanjem svake strategije kako bi se doznalo koja od njih odgovara uvjetima potrebnim za ostvarivanje Nashove ravnoteže. No, u složenijim igrama ovakav pristup između ostaloga rezultira velikim gubitkom vremena, zbog čega se koriste funkcije najboljega odgovora svakoga igrača.

U takvim kompleksnim uvjetima za Nashovu ravnotežu vrijedi:

Strategija a^* je Nashova ravnoteža strateške igre s ordinarnim preferencijama ako i samo ako je dana strategija svakoga igrača najbolji odgovor na strategiju drugoga igrača odnosno a^* je u $B_i(a_{-i}^*)$ za svakoga igrača i.

Skup najboljih akcija odnosno strategija igrača i, kada su akcije svih ostalih igrača dane s a_{-i}, dan je s $B_i(a_{-i})$ i naziva se funkcijom najboljeg odgovora igrača i, pri čemu se ona definira kao:

$$B_i(a_{-i}) = \{a_i \text{ u } A_i\text{: } u_i(a_i, a_{-i}) \geq u_i(a_i', a_{-i}) \text{ za svaki } a_i' \text{ u } A_i\}.$$

Dakle, svaka akcija u $B_i(a_{-i})$ je barem jednako dobra za igrača i kao i svaka druga akcija igrača i kada su akcije drugih igrača dane s a_{-i}. (a_i', a_{-i}) označava strategiju u kojoj svaki igrač j, osim igrača i, izabire svoju strategiju a_j, pošto igrač i izabere a_i'. Svaki element funkcije najboljeg odgovora igrača i $B_i(a_{-i})$ je najbolji odgovor igrača i na a_{-i}, odnosno ako se svaki igrač čvrsto drži a_{-i}, tada igrač i za sebe ne može postići bolji ishod osim onoga koji mu omogućuje akcija sadržana u $B_i(a_{-i})$.

Ako svaki igrač i ima samo jedan najbolji odgovor na svaku akciju ostalih igrača a_{-i}, uvjet Nashove ravnoteže se može zapisati kao jednakost. U ovome slučaju, za svakoga igrača i i skup akcija a_{-i} drugoga igrača spomenuti najbolji odgovor, element funkcije $B_i(a_{-i})$, zapisuje se kao $b_i(a_{-i})$. Tada je uvjet Nashove ravnoteže jednak $a_i^* = b_i(a_{-i}^*)$ za svakog igrača i, odnosno predstavlja skup n jednadžbi sa n a_{-i}^* nepoznanica, gdje n predstavlja broj igrača u igri.

Ako navedeno primijenimo na igru s dva igrača, igračem 1 i igračem 2, dobiva se:

$$a_1^* = b_1(a_2^*)$$
$$a_2^* = b_2(a_1^*)$$

Dakle, u igri s dva igrača gdje svaki igrač ima samo jedan najbolji odgovor na strategiju drugoga igrača, (a_1^*, a_2^*) je Nashova ravnoteža ako i samo ako je strategija a_1^* igrača 1 najbolji odgovor na strategiju a_2^* igrača 2, koja je pak najbolji odgovor igrača 2 na strategiju a_1^* igrača 1.

Najpoznatije simultane strateške igre koje zahtijevaju različite načine strateškoga promišljanja i djelovanja su igre poznate pod nazivom: zatvorenikova dilema, borba spolova, igra bacanja novčića, lov na jelena, no za potrebe ovoga rada provest će se analiza Cournotovog i Bertrandovog modela oligopola na kojemu će se ilustrirati sve značajne karakteristike simultanih igara sa savršenom informacijom.

Glavni oblici nesavršene konkurencije kao jedne od glavnih tržišnih struktura su monopol, oligopol i monopolistička konkurencija. Uz danu tehnologiju, cijene su veće, a proizvodnja manja u uvjetima nesavršene konkurencije, nego u uvjetima savršene konkurencije. Nesavršena konkurencija prevladava u nekome gospodarskom sektoru kadgod pojedina poduzeća imaju neku mjeru nadzora nad cijenom svoga proizvoda /15, str. 364./. Oligopol predstavlja takav oblik konkurencije koji nastaje u slučaju postojanja malog broja proizvođača od kojih je svaki takve veličine da povećanje ili smanjenje njegove proizvodnje u velikoj mjeri utječe na cijenu proizvoda /1, str. 213./. Diferenciranost proizvoda može, ali i ne mora biti značajka proizvoda na oligopolističkom tržištu, no bitno je da veći dio ili sva proizvodnja otpada na nekoliko poduzeća. Na nekim oligopolističkim tržištima neka ili sva poduzeća dugoročno ostvaruju pozamašne dobiti, jer zapreke ulaska na takvo tržište otežavaju ili onemogućavaju ulazak novih poduzeća, te mogu biti posljedica nekoliko razloga. Koegzistencija više od samo nekoliko poduzeća na promatranome tržištu može biti neprofitabilna zbog ekonomije obujma, patenti ili pristup tehnologiji mogu iz tržišnog natjecanja izbaciti potencijalne konkurente, a potrebna ulaganja u marketinške aktivnosti mogu obeshrabriti ulazak novih poduzeća. Uz to, postojeća poduzeća na oligopolističkome tržištu mogu poduzeti strateške radnje kojima će spriječiti možebitni ulazak novih poduzeća na tržište, kao npr. preplavljivanje tržišta i smanjivanje cijena /13, str. 429./.

Poduzeća uključena u takvu stratešku interakciju mogu se naći u nekoliko oligopolnih situacija, čije se zakonitosti mogu prikazati pomoću modela teorije igara /9, str. 79./. Upravljanje oligopolističkim poduzećem je složeno zbog toga što odluke oko određivanja cijena, razine proizvodnje, oglašavanja i investicija uključuju značajno strateško razmatranje i donošenje primjerenih strateških odluka, a budući da konkurira samo nekoliko poduzeća, svako od njih mora uzeti u obzir način svoga strateškog djelovanja i međudjelovanja u odnosu na protivnike. Takvo strateško djelovanje je dinamičan proces koji se s vremenom razvija, pri čemu menadžeri prilikom razmatranja strateških alternativa i posljedica koje one donose za poslovanje poduzeća moraju pretpostaviti da su njihovi konkurenti jednako razumni i inteligentni /6, str. 65./.

Uz pretpostavku da oligopolistička tržišta konkuriraju određivanjem količine proizvodnje, statičke igre s potpunom informacijom objasnit ćemo, kako je već navedeno, na primjeru Cournotovog i Bertrandovog modela oligopola. Treba napomenuti da se radi o duopolu, ako se radi o samo dva poduzeća koja konkuriraju na promatranome tržištu, što se u ovome modelu razmatra samo radi jednostavnijega prikaza zakonitosti samoga modela koje se potom mogu primijeniti i na oligopolističko tržište.

Cournotov model duopola je model oligopola kod kojega poduzeća proizvode homogen proizvod, svako poduzeće razinu proizvodnje svoga konkurenta smatra fiksnom i sva poduzeća istodobno odlučuju koliko će proizvoditi. Dakle, homogen proizvod proizvodi n poduzeća. Trošak poduzeća za proizvodnju q_i jedinica homogenog proizvoda je $C_i(q_i)$, gdje je C_i rastuća funkcija zbog činjenice da s brojem proizvedenih proizvoda raste i cijena njihove proizvodnje. Svi proizvedeni proizvodi su prodani po jedinstvenoj cijeni ovisnoj o potražnji za proizvodom i ukupnoj količini proizvoda na tržištu. Specifično, ako se ukupni output poduzeća na tržištu označava s Q, tada je tržišna cijena $P(Q)$, a P se naziva inverzna funkcija funkcije potražnje. Cournotov model pretpostavlja da je P opadajuća funkcija u slučaju da je pozitivna odnosno ako broj istoga proizvoda na tržištu raste, njegova cijena opada. Ako je količina proizvodnje svakoga poduzeća i q_i, tada je cijena $P(q_1,...,q_n)$, a prihod koji će ostvariti poduzeće $q_iP(q_1,...,q_n)$. Ukupni profit poduzeća dobiva se kada se od prihoda oduzmu troškovi, dakle: $\pi_i(q_1,...,q_n) = q_iP(q_1,...,q_n) - C_i(q_i)$.

Navedeno ćemo prikazati na primjeru duopola s konstantnom cijenom jedinice proizvoda i linearnom inverznom funkcijom potražnje.

Za specifične oblike funkcija C_i i P možemo izračunati Nashovu ravnotežu Cournotove igre. Pretpostavlja se da na tržištu egzistiraju dva poduzeća, da su troškovi oba poduzeća jednaki i dani s $C_i(q_i) = cq_i$, za sve q_i, i da je inverzna funkcija potražnje linearna i dana s:

$$P(Q) = \begin{cases} \alpha - Q, & ako\ je\ Q \leq \alpha \\ 0, & ako\ je\ Q > \alpha, \end{cases}$$

gdje su $\alpha > 0$ i $c \geq 0$ konstante.

Pretpostavlja se da je $c < \alpha$ tako da postoji vrijednost ukupne količine proizvodnje na tržištu, Q, za koju je tržišna cijena $P(Q)$ veća od zajedničkih troškova poduzeća po jedinici proizvoda, c. Da bi se pronašla Nashova ravnoteža u ovome primjeru koristi se procedura temeljena na činjenici da poduzeća povlače poteze koji im najbolje odgovaraju. Ako su količine proizvodnje poduzeća q_1 i q_2, tada je tržišna cijena:

$$P(q_1, q_2) = \begin{cases} \alpha - q_1 - q_2, & ako\ je\ q_1 + q_2 \leq \alpha \\ 0, & ako\ je\ q_1 + q_2 > \alpha. \end{cases}$$

Tada je profit poduzeća 1: $\pi_1(q_1, q_2) = q_1(P(q_1, q_2) - c)$, odnosno

$$= \begin{cases} q_1(\alpha - c - q_1 - q_2), & ako\ je\ q_1 + q_2 \leq \alpha \\ -cq_1, & ako\ je\ q_1 + q_2 > \alpha. \end{cases}$$

Da bi se pronašao najbolji odgovor poduzeća 1 na bilo koju količinu proizvodnje q_2 poduzeća 2 profit poduzeća 1 se mora promotriti kao funkcija njegove vlastite proizvodnje q_1 za dane vrijednosti $q_{2.}$

Ako je $q_2 = 0$, tada je profit poduzeća 1, $\pi(q_1, 0) = q_1(\alpha - c - q_1)$, za svaki $q_1 < \alpha$, kvadratna funkcija čija je vrijednost 0 kada je $q_1 = 0$ i $q_1 = \alpha - c$. Budući da graf kvadratne funkcije ima os simetrije koja sadrži tjeme tog grafa (parabole), količina proizvodnje q_1 poduzeća 1 koja će maksimizirati njegov profit je $q_1 = ½(\alpha - c)$. To je najbolji odgovor poduzeća 1 kada poduzeće 2 ne proizvodi ništa, što je dano s $b_1(0) = ½\ (\alpha - c)$.

Kako količina proizvodnje q_2 poduzeća 2 raste, tako se profit poduzeća 1 smanjuje zato što više proizvoda poduzeća 2 znači manju cijenu proizvoda poduzeća 2, a time i više prodanih proizvoda u odnosu na poduzeće 1, čime poduzeće 2 ostvaruje veći profit u odnosu na poduzeće 1. Ako je $q_2 > 0$ i $q_2 < \alpha - c$, tada je profit poduzeća 1 ponovno kvadratna funkcija do $q_1 = \alpha - q_2$, kad je cijena 0.

Profit $\pi_1(q_1, q_2) = q_1(\alpha - c - q_1 - q_2) = 0$ ako je $q_1 = 0$ i ako je $q_1 = \alpha - c - q_2$. Budući da graf kvadratne funkcije ima os simetrije koja sadrži tjeme tog grafa (parabole), zaključuje se da je količina proizvodnje koja maksimizira $\pi_1(q_1, q_2)$ $q_1 = ½(\alpha - c - q_2)$.

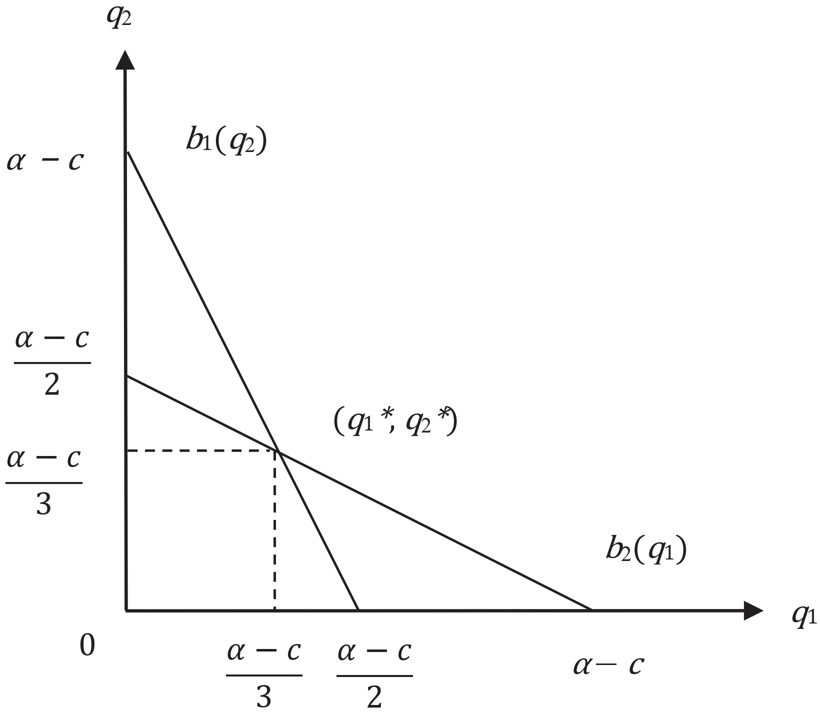
Kada je $q_2 > \alpha - c$ vrijednost $\alpha - c - q_2$ je negativna. Za takav q_2 imamo $q_1(\alpha - c - q_2 - q_1) < 0$ za sve pozitivne vrijednosti q_1: profit poduzeća je negativan za svaku pozitivnu količinu proizvodnje Q na tržištu, stoga je najbolje rješenje da ono u danim okolnostima ne proizvodi.

Najbolji odgovor poduzeća 1 na količinu proizvodnje q_2 poduzeća 2 ovisi o q_2, odnosno:

$$b_1(q_2) = \begin{cases} ½(\alpha - c - q_2), & ako\ je\ q_2 \le \alpha - c \\ 0, & ako\ je\ q_2 > \alpha - c. \end{cases}$$

Budući da je troškovna funkcija poduzeća 2 ista kao i kod poduzeća 1, funkcija najboljeg odgovora b_2 je također ista: za bilo koji q imamo $b_2(q) = b_1(q)$. Funkcija najboljeg odgovora poduzeća 2 povezuje njegovu količinu proizvodnje q_2 sa svakom količinom proizvodnje q_1 poduzeća 1, dok funkcija najboljeg odgovora poduzeća 1 povezuje njegovu količinu proizvodnje q_1 sa svakom količinom proizvodnje q_2 poduzeća 2.

Grafički prikazano:



Graf 1.: Cournotova ravnoteža

Izvor: Osborne, M. J. (2004) *An introduction to game theory*. Oxford: Oxford university press.

Iz grafa je vidljivo da se Nashova ravnoteža ostvaruje u (q_1^*, q_2^*), gdje je količina proizvodnje q_1 poduzeća 1 najbolji odgovor na količinu proizvodnje q_2 poduzeća 2 i obratno: $q_1^* = b_1(q_2^*)$ i $q_2^* = b_2(q_1^*)$.

Točka ravnoteže računa se iz jednadžbi: $q_1 = ½(\alpha - c - q_2)$

$$q_2 = ½(\alpha - c - q_1)$$

Rješavanjem prikazanoga sustava dvije jednadžbe s dvije nepoznanice dobiva se da je $q_1^* = q_2^* = {}^1/_3(\alpha - c)$. Ukupna količina proizvodnje na tržištu je ${}^2/_3(\alpha - c)$, a cijena po kojoj se prodaje $P({}^2/_3(\alpha - c)) = {}^1/_3(\alpha + 2c)$. Ako α raste odnosno ako potrošači budu spremni platiti više za proizvode, tada će rasti ravnotežna količina proizvoda odnosno ukupne količine proizvoda na tržištu i njihova cijena. No, ako c raste tada će se smanjiti količina proizvodnje svakoga poduzeća, dok će cijena proizvoda rasti /12, str. 54-58/.

U Cournotovom modelu duopola poduzeća konkuriraju određivanjem količine proizvodnje, pri čemu je cijena tih istih proizvoda određena potražnjom u odnosu na ukupnu količinu proizvodnje. U alternativnom modelu duopola poduzeća konkuriraju određivanjem cijene, pri čemu proizvode dovoljnu količinu proizvoda da zadovolje potražnju za proizvodima čija je cijena određena od strane svih poduzeća na promatranome oligopolističkom tržištu. Takav model naziva se Bertrandov model oligopola /17, str. 115./.

Zbog jednostavnosti promatrat će se samo dva poduzeća na tržištu. Ekonomske postavke kod ovoga modela slične su onima u Cournotovom modelu. Dakle, proizvod proizvodi n poduzeća, a svako poduzeće proizvodi q_i jedinica proizvoda po cijeni $C_i(q_i)$. Za razliku od Cournotovog modela, gdje je dana inverzna funkcija potražnje, u ovome modelu potražnja za proizvodima je specificirana krivuljom potražnje D. Kada je proizvod na promatranome tržištu dostupan po cijeni p, tada je ukupna količina potražnje dana s $D(p)$. Ako poduzeća odrede različite cijene homogenoga proizvoda, potrošač će kupiti proizvod od onoga poduzeća koje mu je odredilo najmanju cijenu u usporedbi s ostalima, pod uvjetom da može odgovoriti na potražnju za tim proizvodom. Ako više od jednoga poduzeća odredi najmanju cijenu proizvoda, tada će zajednički odgovoriti na potražnju za proizvodom, dok poduzeće s najvećom cijenom ne može odgovoriti na potražnju, te posljedično ne proizvodi nikakav proizvod. Važno je napomenuti da nijedno poduzeće strateški ne određuje količinu proizvoda koje proizvodi, već samo odgovara na potražnju za proizvodom čak i ako su jedinični troškovi proizvoda veći od njegove cijene, čime poduzeće automatski ostvaruje gubitak. Preferencije nekoga poduzeća i određene su njegovim profitom danim s $p_iD(p_i)/m$ - $C_i(D(p_i)/m)$, ako je poduzeće i jedno od m poduzeća koje svoje proizvode prodaje po najmanjim cijenama, pri čemu $m = 1$ ukoliko je cijena proizvoda poduzeća i manja od svih ostalih cijena drugih poduzeća, i danim s 0 ako je cijena nekoga poduzeća manja od p_i.

Ako promatramo samo dva poduzeća na tržištu, dakle ako se radi o duopolu funkcija troškova svakoga od njih dana je s $C_i(q_i) = cq_i$ za $i = 1, 2$ uz konstantne jedinične troškove c. Funkcija potražnje dana je s $D(p) = \alpha - p$ za $p \leq \alpha$ i $D(p) = 0$ za $p > \alpha$, pri čemu $c < \alpha$. Kako je jedinični trošak proizvodnje konstantan i jednak c, tada je profit poduzeća ostvaren prodajom jednoga proizvoda jednak $p_i - c$.

Prema tome, profit poduzeća je dan s:

$$\pi_1(p_1, p_2) = \begin{cases} (p_1 - c)(\alpha - p_1), & ako\ je\ p_1 < p_2 \\ 1/2\ (p_1 - c)(\alpha - p_1), & ako\ je\ p_1 = p_2 \\ 0, & ako\ je\ p_1 > p_2. \end{cases}$$

Nashova ravnoteža pronalazi se traženjem funkcije najboljeg odgovora za oba poduzeća. Kako je već rečeno, ako poduzeće i prodaje proizvode po cijeni p_j, ono dijeli tržište s poduzećem j. Ako poduzeće naplaćuje manje od cijene p_j, jasno je da svoje proizvode prodaje cijelome tržištu. Prema tome, ako je p_j veće od c, što omogućuje poduzeću i da ostvari profit, pri čemu prodaje svoj proizvod po cijeni manjoj od p_j, za njega je bolje da uz takve uvjete poslužuje cijelo tržište, nego samo pola tržišta ako proizvode prodaje po cijeni p_j. Profit koji ostvaruje poduzeće i dodatno se povećava ako je p_j vrlo velika. Poduzeće i ostvaruje gubitak ako svoje proizvode prodaje po cijeni jednakoj ili manjoj od p_j uz dani p_j <

c. Uz dani uvjet poduzeće *i* će ostvariti nulti profit ukoliko prodaje proizvod po cijeni većoj od p_j, dok će mu cijena znatno veća od p_j donijeti potpuni gubitak potrošača, što je u ovome slučaju bolje za poduzeće budući da ne ostvaruje profit.

Preciznije prikazano, funkcije najboljeg odgovora poduzeća *i* dane su kako slijedi:

a) Ako je $p_j < c$, poduzeće *i* ostvaruje gubitak ako je $p_i \le p_j$, a nulti profit ako je $p_i > p_j$. Prema tome, bilo koja cijena veća od p_j predstavlja najbolji odgovor poduzeća *i* na p_j. Funkcija najboljeg odgovora poduzeća *i* dana je kao $B_i(p_j) = \{p_i: p_i > p_j\}$.

b) Ako vrijedi $p_i = c$, tada poduzeće *i* naplaćujući cijenu p_j i bilo koju cijenu veću od p_j ostvaruje nulti profit. Funkcija najboljeg odgovora poduzeća *i* dana je s: $B_i(p_j) = \{p_i: p_i \ge p_j\}$.

c) Ako je $c < p_j \le p^m$, profit poduzeća *i* rast će kako se cijena koju određuje poduzeća bude približavala p_j, nakon čega će pasti na profit koji osigurava cijena p_j. U ovakvoj situaciji poduzeće *i* nema najbolji odgovor, budući da želi naplatiti cijenu manju od p_j, pri čemu istodobno ostvaruje veći profit što je p_i bliže p_j. Tada $B_i(p_j) = \emptyset$. p^m predstavlja onu cijenu koju maksimizira $(p - c)(\alpha - p)$ i predstavlja cijenu koju naplaćuju monopolsko poduzeće.

d) Ako je $p_j > p^m$ tada je p^m jedinstveni najbolji odgovor poduzeća *i*. Tada je $B_i(p_j) = \{p^m\}$.

Sumirano,

$$B_i(p_j) = \begin{cases} \{p_i : p_i > p_j\}, & ako\ je\ p_j < c \\ \{p_i : p_i \ge p_j\}, & ako\ je\ p_j = c \\ \emptyset, & ako\ je\ c < p^m \le p_j \\ \{p^m\}, & ako\ je\ p^m < p_j \end{cases}$$

Ako promatramo oba poduzeća, Nashova ravnoteža je par cijena (p_1^*, p_2^*), pri čemu vrijedi da je p_1^* $B_1(p_2^*)$ (p_1^* je najbolja cijena poduzeća 1 uz danu cijenu poduzeća 2) i p_2^* $B_2(p_1^*)$. Jasno je da Bertrandov model duopola ima jedinstvenu Nashovu ravnotežu.

Bertrandov model rješava se sukladno Cournotovom modelu, te se stoga ovdje neće posebno rješavati.

Ključna razlika između Cournotovog i Bertrandovog modela je u promatranju različitih strateških varijabli, te posljedično različitom načinu strateškoga promišljanja. U Cournotovom modelu poduzeće će promijeniti svoju strategiju samo ako može povećati svoj profit promjenom količine proizvodnje, uz pretpostavku da količina proizvodnje ostaje ista dok su cijene ravnotežne. U Bertrandovom modelu igrači rade isto, samo umjesto količine proizvodnje mijenjaju cijenu /12, str. 61-68/.

4. SEKVENCIJALNE IGRE SA SAVRŠENOM INFORMACIJOM

Da bi opisali sekvencijalnu igru s potpunom informacijom potrebno je specificirati skup igrača i njihovih preferencija, redoslijed poteza svakoga igrača i akcije koje svaki igrač može poduzeti u svakome trenutku igre. To se čini tako da se specificira set svih sljedova akcija koje se mogu dogoditi, bolje rečeno strategija koje igrači mogu slijediti pri igranju igre zajedno s igračem koji je na potezu u svakome trenutku svakoga slijeda akcija. Svaki mogući slijed naziva se završnom povijesti, pri čemu se pod „povijest" misli na prethodno povučene poteze u igri, a pod „završno" na kraj igre. Funkcija koja se pridodaje svakome igraču koji je na potezu u nekoj završnoj povijesti naziva se funkcijom igrača. Na početku igre i nakon svakoga slijeda događaja igrač izabire akciju koju će poduzeti. Skup akcija koje su dostupne igraču nisu eksplicitno dane u opisu igre, već on sadrži informaciju o završnim povijestima i funkcijama igrača. Dakle, ako je (h, a) povijest za neku nezavršnu povijest h, tada je a jedna od akcija dostupna onome igraču koji svoj potez povlači nakon h. Prema tome, skup akcija dostupnih igraču koji svoj potez povlači nakon h dan je sa $A(h) = \{a\text{: } (h, a) \text{ je povijest}\}$. Završne povijesti određene su kao slijed akcija, no nije svaki slijed akcija nužno završna povijest. Naime, ako je neki slijed akcija odnosno strategija (A, B) završna povijest, tada je jasno da A nije završna povijest, budući da sama činjenica da je (A, B) završna povijest ukazuje na to da nakon što je akcija A izabrana na početku igre neki drugi igrač može izabrati B pa tako akcija A ne završava igru. Općenito, akcija koja je podpovijest završne povijesti ne može sama biti završna povijest. Onaj slijed akcija koji je podpovijest neke završne povijesti jednostavno se naziva povijest.

U sekvencijalnim igrama igrači povlače poteze zadanim redoslijedom odnosno netko od igrača prvi povlači potez, dok će drugi igrač svojim potezom odgovoriti na potez prvoga igrača. Ovisno o tome koji igrač će svoj potez odigrati u koje vrijeme on može ostvariti prednost prvoga odnosno prednost drugoga igrača /3, str. 20./.

Ključni koncept u proučavanju sekvencijalnih igara je koncept strategije koja specificira akciju koju igrač izabire za svaku povijest nakon koje je njegov red za povlačenje poteza. Strategija igrača i u sekvencijalnoj igri sa savršenim informacijama je funkcija koja svakoj povijesti h, nakon koje je red na igraču i da povuče svoj potez, dodjeljuje akciju iz skupa $A(h)$ koji sadrži akcije dostupne igraču i nakon h. U svakoj igri strategija igrača osigurava dovoljno informacija kako bi se utvrdio igračev plan akcije odnosno one akcije koje će igrač poduzeti bez obzira na akcije drugoga igrača, što je posebno primjenjivo u slučaju kada nekoga od igrača zastupa agent koji će u njegovo ime poduzeti određene akcije. U nekim igrama strategije predstavljaju više od samoga plana akcije, što se odnosi na činjenicu da strategija bilo kojega igrača i specificira akciju za svaku povijest nakon koje je red na igraču i da povuče svoj potez čak i onda kada se te povijesti neće dogoditi uz slijeđenje izabrane strategije. Profil strategije određuje završnu povijest neke igre. Ishod nekoga strateškog profila ovisi samo o planu akcije nekoga igrača, a ne o njegovoj cjelokupnoj strategiji.

Pri definiranju Nashove ravnoteže kod sekvencijalnih igara sa savršenom informacijom promatra se ponašanje igrača koje obilježava činjenica da svaki igrač koji poznaje način ponašanja drugoga igrača nema razloga mijenjati svoje vlastito ponašanje u igri pri stabilnome stanju. Nashova ravnoteža u ovome tipu strateških igara predstavljena je takvim profilom strategija od kojega nijedan igrač ne želi odstupiti pri igranju igre uz dane strategije drugoga igrača. Preciznije rečeno, profil strategija s^* u sekvencijalnoj igri sa savršenom informacijom je Nashova ravnoteža ako je, za svakoga igrača i i njegovu svaku strategiju r_i, završna povijest $O(s^*)$ proizašla iz s^* barem jednako dobra, uzevši u obzir preferencije igrača, kao završna povijest $O(r_i, s_{-i}^*)$ proizašla iz (r_i, s_{-i}^*), u kojoj igrač i igra r_i, dok svaki drugi igrač igra s_j^*. Dakle, za svakoga igrača i vrijedi $u_i(O(s^*)) \geq u_i(O(r_i, s_{-i}^*))$ za svaku strategiju r_i igrača i, pri čemu je u_i funkcija isplata koja predstavlja preferencije igrača i, a O funkcija ishoda promatrane strateške igre /12, str. 160./. Nashova ravnoteža sekvencijalne igre u kojoj igrač ima konačan broj strategija može se pronaći tako da se promatrana igra prikaže u strateškome obliku odnosno da se jasno prikažu igrači, njihove akcije i preferencije, te ishodi svakoga mogućega profila strategija, nagon čega se pristupa analizi informacija /10, str. 34./.

Spomenuta definicija Nashove ravnoteže promatra strategije kao izbor igrača koji se definitivno, jednom zauvijek donosi na početku igre zbog čega stabilno stanje u kojemu se ostvaruje Nashova ravnoteža može biti narušeno. Postizanje Nashove ravnoteže u stabilnome stanju zahtijeva da strategija svakoga igrača bude optimalna uzevši u obzir strategije drugih igrača kako na početku igre, tako i nakon svake moguće povijesti. Uzevši navedeno u obzir, u analizi prikazanih strateških igara koristi se koncept podigre. Za svaku nezavršnu povijest h podigra promatrane igre je dio te iste igre koja se treba odigrati nakon što se h dogodila. Dakle, ako je Γ sekvencijalna igra sa savršenom informacijom i funkcijom igrača P, tada je za svaku nezavršnu povijest h od Γ podigra $\Gamma(h)$, koja slijedi nakon povijesti h, sekvencijalna igra koja se modelira kako slijedi:

a) Igrači: igrači u Γ.

b) Završne povijesti: Set svih sljedova akcija h' takav da je (h, h') završna povijest od Γ.

c) Funkcije igrača: Funkcija igrača $P(h, h')$ se dodjeljuje svakoj podpovijesti h' završne povijesti.

d) Preferencije igrača: Svaki igrač preferira h' u odnosu na h'' samo ako ujedno preferira (h, h') u odnosu na (h, h'') u Γ.

U ravnoteži koja se ostvaruje u poremećenom stabilnom stanju u kojemu se svaka povijest ponekada dogodi, ponašanje igrača mora odgovarati stabilnome stanju u svakoj podigri, a ne samo u cijeloj igri. Tako je savršena ravnoteža podigre profil strategija s^*, pri čemu nijedan igrač ne može ni u kojoj podigri za sebe ostvariti bolji ishod izborom strategije različite od s_i^* uz danu strategiju s_j^* igrača j.

Savršena ravnoteža podigre definira se kako slijedi:

Profil strategije s^* u sekvencijalnoj igri sa savršenom informacijom je savršena ravnoteža podigre ako je za svakoga igrača i, svaku povijest h nakon koje igrač i povlači svoj potez i svaku strategiju r_i igrača i, završna povijest $O_h(s^*)$ proizašla iz s^* nakon povijesti h, uzevši u obzir preferencije igrača i, barem jednako dobra kao završna povijest $O_h(r_i, s_{-i}^*)$ proizašla iz profila strategije (r_i, s_{-i}^*), pri čemu igrač i izabire r_i, dok svi ostali igrači j izabiru s_j^*.

Za svakoga igrača i i svaku povijest h nakon koje igrač i povlači svoj potez vrijedi $u_i(O_h(s^*)) \geq u_i(O_h(r_i, s_{-i}^*))$ za svaku strategiju r_i igrača i, pri čemu je u_i funkcija isplata koja predstavlja preferencije igrača i, a $O_h(s)$ završna povijest čiji je sastavni dio h nakon koje slijedi slijed svih akcija proizašlih iz s nakon h.

U savršenoj ravnoteži podigre strategija svakoga igrača je optimalna, posebno nakon prve povijesti. Prema tome, svaka savršena ravnoteža podigre je ujedno i Nashova ravnoteža odnosno svaka savršena ravnoteža podigre generira Nashovu ravnotežu u svakoj podigri.

Zaključno se može reći da savršena ravnoteža podigre sekvencijalne igre sa savršenom informacijom odgovara blago poremećenom stabilnom stanju u kojemu svatko od igrača ponekada poduzme neravnotežnu akciju kako bi nakon stjecanja velikoga iskustva u igranju igre formirao točna vjerovanja o strategiji drugih igrača, te na taj način saznao kako će se ponašati u svakoj podigri dane igre. U slučaju da igrač ima jedinstvenu najbolju strategiju pri svakoj povijesti nakon koje povlači svoj potez, pri čemu su mu poznate preferencije ostalih igrača koje označava kao racionalne, primjenom inverzne indukcije može doći do zaključka o optimalnoj strategiji. U tome slučaju, savršena ravnoteža podigre se može tumačiti kao rezultat racionalnoga promišljanja nekoga igrača o strategijama ostalih igrača.

Dinamičke igre s potpunom informacijom objasnit ćemo na primjeru Stackelbergovog modela duopola. Pretpostavlja se da samo jedno od dva poduzeća može prvo odrediti svoju razinu proizvodnje, što postavlja dva pitanja, i to:

- Je li prednost biti prvi?
- Kolika će biti količina proizvodnje svakoga poduzeća?

Oba poduzeća proizvode isto dobro. Trošak proizvodnje jedinice proizvoda q_i poduzeća i dan je s $C_i(q_i)$. Cijena po kojoj se prodaje ukupna količina proizvoda na tržištu, Q, je $P_d(Q)$. Profit poduzeća i dan je s $q_1P(q_1, q_2) - C_i(q_i)$, za $i = 1, 2$.

Poduzeće 1 prvo povlači svoj potez i određuje svoju količinu proizvodnje. Poduzeće 2 povlači svoj potez nakon poduzeća 1 i određuje svoju količinu proizvodnje. Ovakav način djelovanja se ponavlja do kraja igre. Na taj način strategija poduzeća 2 je funkcija koja povezuje količinu proizvodnje poduzeća 2 sa svakom mogućom količinom proizvodnje poduzeća 1. Igra se rješava inverznom indukcijom.

Kako bi se pronašla ravnoteža igre čini se sljedeće:

- Za svaku količinu proizvodnje poduzeća 1 pronalazi se količina proizvodnje poduzeća 2 koja maksimizira njegov profit. Pretpostavlja se da za svaku količinu proizvodnje q_1 poduzeća 1 postoji odgovarajuća količina proizvodnje poduzeća 2, što se zapisuje kao $b_2(q_1)$. Tada je u svakoj savršenoj ravnoteži podigre, strategija poduzeća 2 b_2.
- Pronalazi se količina proizvodnje poduzeća 1 koja maksimizira njegov profit uz danu strategiju poduzeća 2. Kada poduzeće 1 izabere količinu proizvodnje q_1, poduzeće 2 izabire količinu proizvodnje $b_2(q_1)$, što rezultira ukupnom količinom proizvoda na tržištu $q_1 + b_2(q_1)$ sa cijenom $P_d(q_1, b_2(q_1))$. Time je količina proizvodnje poduzeća 1 u savršenoj ravnoteži podigre vrijednost q_1 koja maksimizira $q_1P_d(q_1, b_2(q_1)) - C_1(q_1)$.

Zaključuje se da poduzeće 2 ima jedinstven najbolji odgovor $b_2(q_1)$ na svaku količinu proizvodnje q_1 poduzeća 1 i da poduzeće 1 ima jedinstvenu najbolju akciju q_1*, uzevši u obzir najbolji odgovor poduzeća 2.

Savršena ravnoteža podigre je (q_1*, b_2), odnosno ravnotežna strategija poduzeća 1 je q_1*, a ravnotežna strategija poduzeća 2 je funkcija b_2. Količina proizvodnje koju odabire poduzeće 2 uz danu ravnotežnu strategiju poduzeća 1 je (b_2, q_1*), označeno s q_2*.

Kada poduzeće 1 izabere neku količinu proizvodnje q_1, ishod igre, uzevši u obzir da poduzeće 2 primjenjuje svoju ravnotežnu strategiju, su količine proizvodnje $(q_1, b_2(q_1))$. Dakle, kako poduzeće 1 mijenja svoju količinu proizvodnje, ishod igre se mijenja uz funkciju najboljeg odgovora poduzeća 2. Na taj način rezultat savršene ravnoteže podigre možemo odrediti s (q_1^*, q_2^*) kao točku na krivulji najboljeg odgovora poduzeća 2 koja maksimizira profit poduzeća 1.

Prezentirano ćemo objasniti na primjeru jediničnih troškova i inverzne linearne potražnje.

Pretpostavlja se da je $C_i(q_i) = cq_i$, za $i = 1, 2$ i

$$P_d(Q) = \begin{cases} \alpha - Q, & ako\ je\ Q \leq \alpha \\ 0, & ako\ je\ Q > \alpha. \end{cases}$$

Uzevši u obzir dane pretpostavke, poduzeće 2 ima jedinstven najbolji odgovor na svaku količinu proizvodnje poduzeća 1, što je dano s:

$$b_2(q_1) = \begin{cases} 1/2\,(\alpha - c - q_1), & ako\ je\ q_1 \leq \alpha - c \\ 0, & ako\ je\ q_1 > \alpha - c. \end{cases}$$

Tako je u savršenoj ravnoteži podigre dane igre strategija poduzeća 2 funkcija b_2, a strategija poduzeća 1 je količina proizvodnje q_1 koja maksimizira:

$$q_1(\alpha - c - (q_1 + (\alpha - c - q_1))) = q_1(\alpha - c - q_1).$$

Radi se o kvadratnoj funkciji čija vrijednost je 0 kada je $q_1 = 0$ i kada je $q_1 = \alpha - c$, a njezin maksimum se postiže kada $q_1 = (\alpha - c)$.

Dolazi se do zaključka da igra ima jedinstvenu savršenu ravnotežu podigre u kojoj je strategija poduzeća 1 količina proizvodnje $(\alpha - c)$, a strategija poduzeća 2 b_2. Ishod ravnoteže je da poduzeće 1 proizvodi ravnotežnu količinu proizvodnje $q_1^* = (\alpha - c)$, dok poduzeće 2 proizvodi ravnotežnu količinu proizvodnje $q_2^* = b_2(q_1^*) = b_2((\alpha - c)) = (\alpha - c - (\alpha - c)) = (\alpha - c)$.

Profit poduzeća 1 dan je s: $q_1^*(P(q_1^*, q_2^*) - c) = (\alpha - c)^2$.

Profit poduzeća 2 dan je s: $q_1^*(P(q_1^*, q_2^*) - c) = (\alpha - c)^2$.

U ranije opisanom Cournotovom modelu duopola svako poduzeće proizvodi količinu proizvodnje koja je dana s $(\alpha - c)$ te ostvaruje profit $(\alpha - c)^2$. Uzevši u obzir sve navedene pretpostavke, poduzeće 1 proizvodi veću količinu proizvodnje i ostvaruje veći profit u Stackelbergovom modelu duopola, nego što je to moguće u Cournotovom modelu duopola, dok poduzeće 2 proizvodi manju količinu proizvodnje i ostvaruje manji profit /12, str. 179-189/.

5. ZAKLJUČAK

U uvjetima snažnih turbulencija i jake konkurentske borbe koji obilježavaju većinu današnjih tržišta izazovi uspješnoga, profitabilnoga i učinkovitoga upravljanja mogu izvući ono najbolje ili najgore iz menadžera, ovisno o načinu na koji donosi poslovne odluke koje su od velike strateške važnosti za poduzeće. Logika kojom će se menadžer voditi pri donošenju takvih krucijalnih odluka za opstanak određenoga poduzeća mora biti nepogrešiva, no budući da se ljudi, pa tako i menadžeri, suočavaju s problemom vlastite kognitivne ograničenosti, oni će, kako bi učinkovito zaobišli takav naizgled nepremostiv problem, pribjeći primjeni znanstvenih metoda među kojima se posebno učinkovitom pokazala metodologija teorije igara, iako se bavi idealiziranim modelima koji će rijetko kada odgovarati realnim uvjetima koji egzistiraju na nekome tržištu. Unatoč tome, koncepcija teorije igara može biti korisno upotrijebljena kod postavljanja strategija i utvrđivanja mogućih akcija konkurencije. Svoju primjenu nalazi u mogućnosti promjene načina razmišljanja donositelja odluka, predstavlja teorijsku materiju teorije odlučivanja, te se stoga pojavljuje u funkciji rješavanja kompleksnog problema razvoja i opstanka poduzeća u uvjetima rasta turbulencije i neizvjesnosti poslovanja. Samim time, ona prethodi donošenju strateških poslovnih odluka koje su od presudne važnosti za daljnji uspješni nastavak poslovanja promatranoga poduzeća.

LITERATURA:

1. Babić, M. (2011.) *Ekonomija: Uvod u analizu i politiku*. 2. dorađeno izd. Zagreb: Znanje.
2. Babić, Z. (2011.) *Modeli i metode poslovnog odlučivanja*. Split: Ekonomski fakultet Sveučilišta u Splitu.
3. Dixit, A., Skeath, S. i Reiley, D. H. (2009) *Games of strategy*. 3rd edition. NY: W. W. Norton.
4. Dixit, A., Skeath, S. i Reiley, D. H. (2014) *Games of strategy*. 4rd edition. NY: W. W. Norton.
5. Ekonomski leksikon (2011.) 2. izdanje. Zagreb: Leksikografski zavod Miroslav Krleža, Masmedia.
6. Ferenčak, I. (2003.) *Počela ekonomije*. 2. izmijenjeno i dopunjeno izd. Osijek: Ekonomski fakultet.
7. Gibbons, R. (1992) *Game theory for applied economists*. Princeton: Princeton university press.
8. Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika (1999.) *Planiranje u funkciji upravljanja*. Zagreb: Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika.
9. Myerson, R. B. (1997) *Game theory: Analysis of the conflict*. London: Harvard university press.
10. Nisan, N. et al. (2007) *Algorithmic game theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

11. Osborne, M. J. i Rubinstein (1994) *A course in game theory*. London: The MIT Press.
12. Osborne, M. J. (2004) *An introduction to game theory*. Oxford: Oxford university press.
13. Pindyck, R. S. i Rubinfeld, D. L. (2005) *Mikroekonomija*. Zagreb: MATE d.o.o..
14. Rasmusen, E. i Blackwell, B. (2007*) Games and information: An introduction to game theory*. 4th edition Blackwell Publishers.
15. Salvatore, D. (1994) *Ekonomija za menadžere u svjetskoj privredi*. Zagreb: MATE d.o.o.
16. Tipurić, D. et al. (2008.) *Korporativno upravljanje*. Zagreb: Sinergija.
17. Watson, J. (2013) *Strategy: An introduction to game theory*. New York: W. W. Norton & Company.